

ALGORITMA SIMULASI NUMERIK GETARAN *DIRRECT INLINE HARMONICAL CAM FOLLOWER* PADA *VALVE TRAIN MANIFOLD* MOTOR DIESEL

Abdul Hadi¹⁾, B. G. Tentua²⁾,

e-mail: ¹⁾abdulhadi@fatek.unpatti.ac.id, ²⁾golfintentua@yahoo.com

Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik Universitas Pattimura - Ambon

ABSTRAK

Penelitian ini dibuat untuk mengetahui getaran *vertical direct inline* dari suatu mekanisme ekuivalen *cam follower* dengan profil *cam* harmonik pada suatu *manifold -valve train* motor diesel. Masalahnya dimulai dengan penentuan koefisien redaman *viscous* dan koefisien kekakuan pegas ekuivalen sistem yang mana sulit ditentukan secara langsung. Oleh karena secara praktis dapat dipandang bahwa sinyal sistem adalah bersifat *deterministick random process* maka untuk mengatasi kesulitan ini dilakukan suatu analisa gabungan deduksi dan induksi yaitu dalam model estimasi *ordinary least square* (OLS) dan simulasi numerik *Newton-Rhapon* dengan mengacu pada *data record* hasil pengukuran eksperimental respon getaran yang ditunjukkan oleh sensor *accelerometer*. Sinyal getaran respon sistem dengan model mekanik *single degree of freedom* (1-dof) ini kemudian diolah baik dalam domain waktu atau domain frekuensi dengan menerapkan *Laplace Transform* dan *Fast Furrior Transform* (FFT). Hasilnya menunjukkan bahwa komputasi numerik itu dapat dibuat untuk mengetahui harga-harga koefisien redaman *viscous* ekuivalen, koefisien kekakuan pegas ekuivalen dan *initial tensiom clearance* ekuivalen sedemikian hingga selanjutnya respon dinamik sinyal getaran sistem dapat diestimasi dengan menerapkan metode simulasi numerik *Runge-Kutta* order ke-empat. Algoritma hasil formulasinya dengan demikian dapat menjadi lebih general untuk menjawab berbagai persoalan *amplitude* getaran pada level data percepatan eksitasi ekuivalen *multi input multi output* (MIMO) dalam berbagai variasi sistem *cam-follower* yang diberikan sebagaimana dimaksud.

Kata kunci: Simulasi numerik getaran *direct inline*, *harmonical cam profile*, *valve train manifold* motor diesel.

PENDAHULUAN

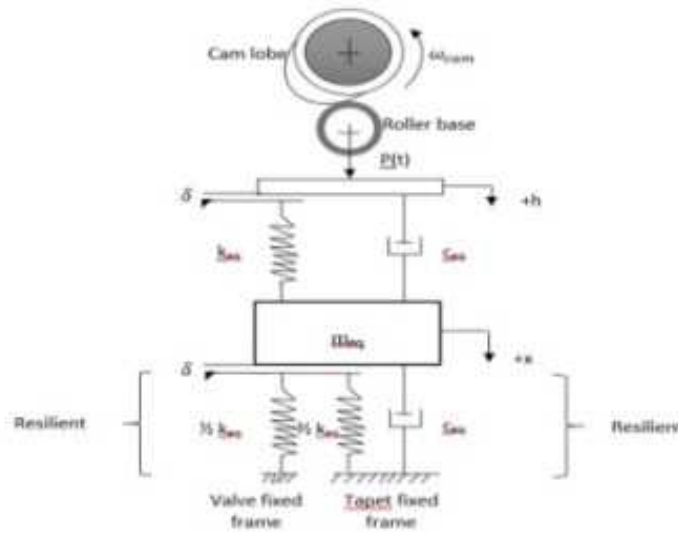
Ada banyak masalah yang harus diperhatikan dalam mendesain sebuah *valve train* seperti kebutuhan udara dalam sebuah mesin, getaran, kebisingan dan kerugian-kerugian mekanik serta gesekan. Sebuah pendekatan holistik perlu dilakukan dengan mempertimbangkan semua aspek yang ditimbulkan. Hal ini membutuhkan analisis multifisik untuk penyelesaiannya. Selain itu, ada banyak sumber dari masalah yang sifatnya sementara, seperti yang terjadi pada permukaan *cam* dan *cam-follower* dimana terjadi kombinasi traksi pelumasan dan gesekan yang disebabkan oleh interaksi kontak permukaan. Pertimbangan semacam itu sering diabaikan dalam pekerjaan analisis numerik. Gesekan yang berlebihan dapat menyebabkan getaran torsional dari *camshaft* karena fleksibilitasnya, sebuah fenomena yang biasa disebut sebagai *camshaft wind-up* dan *cam wind down*. Sumber transien lainnya adalah loncatan katup akibat kecepatan *camshaft* tertentu diatas yang menyebabkan dua masalah utama. Pertama, menyebabkan separasi kontak *cam* dan *cam-follower* karena kehilangan pelumasan sehingga tekanan menjadi tinggi dan menyebabkan *fatigue*. Efek yang

kedua yaitu *valve tots* yang memiliki banyak masalah termasuk *fatigue* dan *wear* yang biasa terjadi pada *valve* yang dilumasi, tetapi secara praktis dan operasional suatu minyak peredam berbeda dengan minyak pelumas jika dilihat dari fungsinya untuk menghindari *win* atau *blow-up* getaran transien sistem, sehingga dalam desain minyak peredam biasanya dipilih dengan angka viskositas yang relatif lebih rendah dari pada minyak pelumas yang ringan. Masalah yang lain adalah pengaruh adanya *initial tension clearans* terhadap ekuivalensi fleksibilitas atau kekakuan material pegas sistem untuk pegas tunggal atau pegas ganda yang terpasang pada *valve-stemp* dari moto. Adanya gerakan relatif antara elemen-elemen dari sistem *cam valve-train* atau *cam follower* dapat saja terjadi tetapi untuk sistem yang seimbang gerakan elemen-elemen tersebut bergerak secara massif tanpa adanya gerakan relatif diantaranya.

KAJIAN TEORITIS DAN METODE

1. Model Mekanik Ekuivalen *Cam Follower*

Model oskilasi mekanik *cam follower* dari setiap *valve train* dapat direduksi secara ekuivalen dalam 1-dof seperti ditunjukkan dalam gambar berikut .



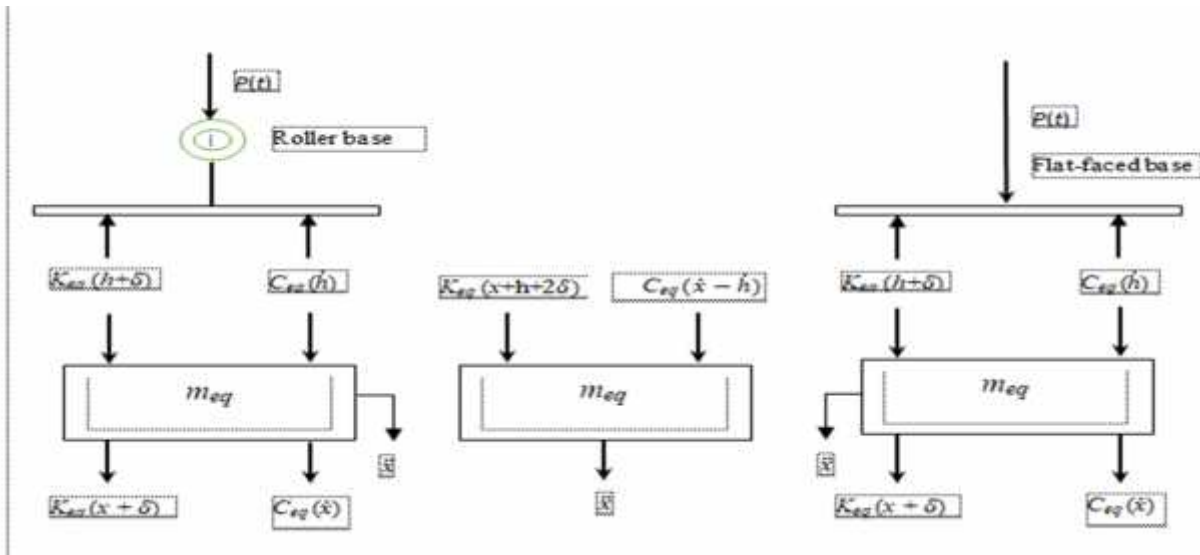
Gambar. 1. Model mekanik Valve Train 1 DOF

dimana $K_E, C_E, m_E, \delta, \omega_{cam}, h$ dan X masing-masing menyamakan koefisien pegas ekuivalen, koefisien redaman viscous ekuivalen

massa ekuivalen, *spanning* awal atau *initial tension clearance* ekuivalen dari pegas, putaran *cam shaft*, tinggi angkat atau dorong kinematik (ideal) dan dinamik (aktual) dari *tappet plinger*.

2. Model Matematik Oskilasi Mekanik Cam Follower Ekuivalen

Dari gambar mekanik valve train 1 dof dapat dibuat diagram benda bebas sebagai berikut:



Gambar : 2. Diagram benda bebas cam follower inline

Dengan demikian dari gambar 2 diperoleh:

$$P(t) = K_{eq} (h, \delta) + C_{eq} (\dot{h}) \tag{1}$$

$$(m_{eq}) \ddot{x} + C_{eq} \dot{x} + K_{eq} x = -C_{eq} \dot{h} - K_{eq} h - 2K_{eq} \delta \tag{2}$$

Tanpa memperhitungkan pengaruh *initial tension* dari *spring* yang digunakan maka model matematik sistem getaran *direct inline cam follower*

ekuivalen 1-dof pada persamaan (2) ini memiliki bentuk yang sama dengan yang ditunjukkan oleh Koster (1970) dan Rothbart (2004) yang mana koefisien K_E -nya bersifat *periodic time variant*. Sementara di sini koefisien

K_E dibayangkan bersifat *time invariant* oleh karena *cam, cam shaft* dan *cam shaft bearing* dipandang

sebagai elemen- elemen transmisi *external excitation source* (di luar sistem yaitu pada batas *contact interface*) terhadap *cam follower* yang dipandang sebagai sistem.

HASIL DAN PEMBAHASAN

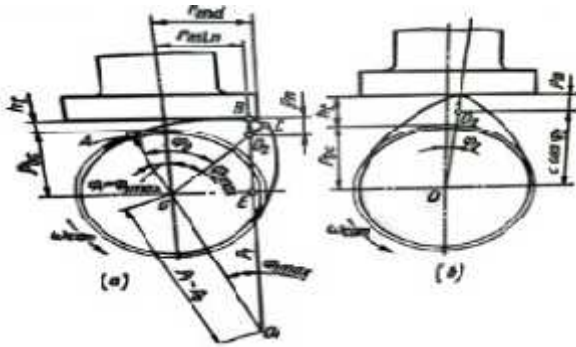
1. Fungsi Kinematika Cam

Gerakan kinematika *tappet cam* selama dalam satu siklus atau satu putaran *cam* dapat dibagi atas tiga posisi yaitu: *rise*, *return*, dan *dwell*. Di sini jika φ menyatakan sudut putaran *cam* pada waktu t dan ω_{cam} menyatakan putaran *cam* dalam Hz maka:

$$\omega_{cc} = \frac{d}{dt} \varphi \quad \text{arau} \quad \varphi = \omega_{cc} t \quad (3.1)$$

• Profil Harmonical Cam

Profil *Harmonical cam* dengan *roller tappet* dan *flat-faced tappet* dapat dilihat pada gambar berikut;



Gambar 3.1 *Flat faced tappet cam* (Sumber Khovakh 1971)

• Persamaan Kinematika *Tappet Plunger*

Persamaan kinematika *Tappet Plunger* untuk *harmonical cam* dengan *roller tappet* dapat dilihat pada Khovakh (1971), dimana dalam hal ini sudut φ untuk berbagai posisi *cam rise* dan *return* diberikan relatif terhadap sumbu *tappet barrel*, sehingga jika ditransformasikan untuk φ yang kontinyu dari $\varphi_0 = 0$ dalam respon waktu maka kinematika $h = h(t)$, $\dot{h} = \dot{h}(t)$ dan $\ddot{h} = \ddot{h}(t)$ untuk setiap posisi *cam* per siklus dapat ditunjukkan sebagai berikut

➤ Pada posisi *rise flank ramp cam tappet travelling*: $t \in [0, \frac{\varphi_{1m}}{\omega_{cc}}]$

$$h = (\rho_b + \rho) \frac{1-c}{c} \frac{\omega_c}{\omega_{cc}} t \quad (3.2.1)$$

$$\dot{h} = (\rho_b + \rho) \frac{s}{c} \frac{\omega_c}{\omega_{cc}} t \quad (3.2.2)$$

$$\ddot{h} = (\rho_b + \rho) \frac{1+s}{c} \frac{\omega_c}{\omega_{cc}} t \quad (3.2.3)$$

➤ Pada posisi *rise nose ramp cam tappet travelling*:

$$t \in [\frac{\varphi_{1m}}{\omega_{cc}}, \frac{\varphi_c}{\omega_{cc}}]$$

$$h = c [\cos(\omega_{cc} t - \varphi_{1m}) + \frac{1}{c_1} \sqrt{1 - c_1^2 s^2} (\omega_{cc} t - \varphi_{1m})] (\rho_b + \rho) \quad (3.3.1)$$

$$\dot{h} = c [\sin(\omega_{cc} t - \varphi_{1m}) + \frac{c_1 s (\omega_{cc} t - \varphi_{1m})}{2 \sqrt{1 - c_1^2 s^2} (\omega_{cc} t - \varphi_{1m})}] \omega_{cc} \quad (3.3.2)$$

$$\ddot{h} = -c [\sin(\omega_{cc} t - \varphi_{1m}) + \frac{c_1 s (\omega_{cc} t - \varphi_{1m}) + c_1 s^2 \varphi (\omega_{cc} t - \varphi_{1m})}{1 - c_1^2 s^2 (\omega_{cc} t - \varphi_{1m})}] \omega_{cc} \quad (3.3.3)$$

$$\text{Dimana } c_1 = \frac{c}{\rho_b + \rho}$$

➤ Pada posisi *return nose ramp cam tappet travelling* $t \in [\frac{\varphi_c}{\omega_{cc}}, \frac{\varphi_0 + \varphi_{2m}}{\omega_{cc}}]$

$$h = c [\cos(\omega_{cc} t + \varphi_0) + \frac{1}{c_1} \sqrt{1 - c_1^2 s^2} (\omega_{cc} t + \varphi_0)] - (\rho_b + \rho) \quad (3.4.1)$$

$$\dot{h} = c [\sin(\omega_{cc} t + \varphi_0) + \frac{c_1 s^2 (\omega_{cc} t + \varphi_0)}{2 \sqrt{1 - c_1^2 s^2} (\omega_{cc} t + \varphi_0)}] \omega_{cc} \quad (3.4.2)$$

$$\ddot{h} = -c \omega_{cc}^2 [\cos(\omega_{cc} t + \varphi_0) - c_1 \frac{s^2 (\omega_{cc} t + \varphi_0) + c_1 s^2 \varphi (\omega_{cc} t + \varphi_0)}{[1 - c_1^2 s^2 (\omega_{cc} t + \varphi_0)]^2}] \quad (3.4.3)$$

➤ Pada posisi *return flank ramp cam tappet travelling*: $t \in [\frac{\varphi_c + \varphi_{2m}}{\omega_{cc}}, \frac{2\varphi_c}{\omega_{cc}}]$

$$h = (\rho_b + \rho) \frac{1-c}{c} \frac{[\omega_{cc} t - (\varphi_0 + \varphi_{2m})]}{[-\omega_{cc} t - (\varphi_0 + \varphi_{2m})]} \quad (3.5.1)$$

$$\dot{h} = (\rho_b + \rho) \frac{s}{c} \frac{[(-\omega_{cc} t - (\varphi_0 + \varphi_{2m}))]}{[-\omega_{cc} t - (\varphi_0 + \varphi_{2m})]} \omega_{cc} \quad (3.5.2)$$

$$\ddot{h} = (\rho_{\dot{h}} + \rho)$$

$$\frac{1+s^2 [(-\omega_{cc} \tau - (\psi_c + \psi_{am}))]}{c^2 [(-\omega_{cc} \tau - (\psi_0 + \psi_{am}))]} \omega_{cc} z \tag{3.5.3}$$

➤ posisi *dwelling cam tappet travellign* : $t \in$

$$\left[\frac{2\psi_0}{\omega_{cc}}, \frac{2\pi}{\omega_{cc}} \right]$$

$$h = \dot{h} = \ddot{h} = 0 \tag{3.6}$$

3. Estimasi OLS Koefisien-Koefisien Mobilitas Respon Getaran Sistem Ekuivalen

Andaikan pada kondisi awal respon $t = t_0$, $x(t_0) = x_0 = 0$ dan $\dot{x}(t_0) = \dot{x}_0 = 0$. Dengan memberikan *Laplace Transform* dan menerapkan formula *Chebyshev* pada persamaan (2) maka dapat diperoleh persamaan respon frekuensi amplitud percepatan. Dalam hal ini jika f dan ω menyatakan frekuensi dan frekuensi sudut sinyal respon maka $\omega = 2\pi f$. Secara praktis frekuensi f ini dievaluasi dengan merujuk pada frekuensi dasar sensor *accelerometer* Δf_a dan kelipatannya. Jadi untuk harmonik ke- k : $f = f_k = k\Delta f_a, k = 1, 2, 3, \dots, m$.

Jadi diperoleh;

$$\begin{aligned} & \ddot{X}(2\pi f_k t) - t \frac{c_e}{m_e} \left[\frac{\ddot{X}(2\pi f_k t) + x_0}{2\pi f_k} \right] \\ & - \frac{k_e}{m_e} \left[\frac{\ddot{X}(2\pi f_k t) + t 2\pi f_k x_0 + \dot{x}_0}{4\pi^2 f_k^2} \right] \\ & = +t \frac{2k_e}{m_e} \frac{\delta}{2\pi f_k} \\ & + \left[\frac{c}{2(1-c)} \frac{4\pi^2 f_k - 1}{\omega_{cc}^2} \right] \left[\frac{c_e}{m_e} a_1(f_k) + \frac{k_e}{m_e} a_1(f_k) \right] + \\ & \left[\frac{s}{2(1-c)} \frac{4\pi^2 f_k}{\omega_{cc}^2} \right] \left[\frac{c_e}{m_e} a_2(f_k) + \frac{k_e}{m_e} a_2(f_k) \right] \\ & + t \left[\frac{s}{2(1-c)} \frac{4\pi^2 f_k}{\omega_{cc}^2} \right] \left[\frac{c_e}{m_e} a_1(f_k) + \frac{k_e}{m_e} a_1(f_k) \right] - \\ & \left[\frac{c}{2(1-c)} \frac{4\pi^2 f_k - 1}{\omega_{cc}^2} \right] \left[\frac{c_e}{m_e} a_2(f_k) + \frac{k_e}{m_e} a_2(f_k) \right] \end{aligned} \tag{3.7}$$

dimana

$$\begin{aligned} \ddot{X}(2\pi f_k t) &= \text{Re}\{\ddot{X}(2\pi f_k t)\} + \\ & \quad \text{Im}\{\ddot{X}(2\pi f_k t)\} \\ &= \text{FFT}\{x(t)\} \end{aligned}$$

Sedangkan $a(f_k) = \begin{bmatrix} a_1(f_k) & a_1(f_k) \\ a_2(f_k) & a_2(f_k) \end{bmatrix}$ diperoleh sebagai fungsi dari frekuensi f_k dan geometrik profil *cam*,

Harga-harga terbaik parameter-parameter estimasi koefisien-koefisien mobilitas respon yaitu $\frac{c_e}{m_e}, \frac{k_e}{m_e}$, dan *initial tension* atau *spanning* awal δ dapat diperoleh secara simultan dari persamaan yang dikembangkan dengan menerapkan metode simulasi numerik Newton Rhapson. Dalam hal ini $\frac{c_e}{m_e}, \frac{k_e}{m_e}$, dan δ_0 dijadikan sebagai harga-harga *starting point* dari $\frac{c_e}{m_e}, \frac{k_e}{m_e}$, dan δ_0 . Ada tiga persamaan non linear yaitu

$$\begin{aligned} & \frac{c_e}{m_e} \sum_{k=1}^m d_1(f_k)^2 \\ & + \frac{c_e}{m_e} \left(\frac{k_e}{m_e} \right)^2 \delta^2 \sum_{k=1}^m d_2(f_k)^2 + \\ & \frac{k_e}{m_e} \sum_{k=1}^m d_1(f_k) d_2(f_k) - \\ & 2 \frac{c_e}{m_e} \frac{k_e}{m_e} \delta \sum_{k=1}^m d_1(f_k) d_4(f_k) - \\ & \left(\frac{k_e}{m_e} \right)^2 \delta \sum_{k=1}^m d_1(f_k) d_4(f_k) - \\ & \left(\frac{k_e}{m_e} \right)^2 \delta \sum_{k=1}^m d_2(f_k) d_3(f_k) \\ & + \left(\frac{k_e}{m_e} \right)^3 \delta^2 \sum_{k=1}^m d_3(f_k) d_4(f_k) = 0 \tag{3.8} \\ & \frac{k_e}{m_e} \sum_{k=1}^m d_2(f_k)^2 + \left(\frac{c_e}{m_e} \right)^2 \frac{k_e}{m_e} \delta^2 \sum_{k=1}^m d_3(f_k)^2 + \\ & 2 \left(\frac{k_e}{m_e} \right)^3 \delta^2 \sum_{k=1}^m d_4(f_k)^2 \\ & + \frac{c_e}{m_e} \sum_{k=1}^m d_1(f_k) d_2(f_k) - \\ & \left(\frac{c_e}{m_e} \right)^2 \delta \sum_{k=1}^m d_1(f_k) d_3(f_k) \\ & - 2 \frac{c_e}{m_e} \frac{k_e}{m_e} \delta \sum_{k=1}^m d_1(f_k) d_4(f_k) - \\ & 2 \frac{c_e}{m_e} \frac{k_e}{m_e} \sum_{k=1}^m d_2(f_k) d_3(f_k) \\ & \sum_{k=1}^m d_3(f_k) d_4(f_k) = 0 \tag{3.9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{c_e}{m_e} \right)^2 \left(\frac{k_e}{m_e} \right)^2 \delta \sum_{k=1}^m d_3(f_k)^2 + \\ & \left(\frac{k_e}{m_e} \right)^4 \delta \sum_{k=1}^m d_4(f_k)^2 - \end{aligned}$$

$$\left(\frac{c_e}{m_e}\right)^2 \frac{k_e}{m_e} \sum_{k=1}^m d_1(f_k) d_3(f_k) - \frac{c_e}{m_e} \left(\frac{k_e}{m_e}\right)^2 \sum_{k=1}^m d_1(f_k) d_4(f_k) - \left(\frac{c_e}{m_e}\right)^2 \sum_{k=1}^m d_2(f_k) d_3(f_k) + 2 \frac{c_e}{m_e} \delta \sum_{k=1}^m d_3(f_k) d_4(f_k) = 0 \tag{3.10}$$

Dimana

$$d_1(f_k) = [(b_1(f_k) \text{Im}\{\ddot{X}(2\pi f_k i)\}) + b_2(f_k) \text{Re}\{\ddot{X}(2\pi f_k i)\}];$$

$$d_2(f_k) = [b_1(f_k) \text{Im}\{\ddot{X}(2\pi f_k i)\} + b_2(f_k) \text{Re}\{\ddot{X}(2\pi f_k i)\}];$$

$$d_3(f_k) = \frac{b_1(f_k)}{\pi f_k}; \quad d_4(f_k) = \frac{b_2(f_k)}{\pi f_k}.$$

Persamaan (3.7) hingga (3.10) dapat diselesaikan dengan menerapkan metode simulasi numerik *Newton-Rhapson* untuk mana dapat digunakan *starting points*

$$\frac{c_{e,0}}{m_e} = \frac{\sum_{k=1}^m \|c_1(f_k)\|}{\sum_{k=1}^m \|c(f_k)\|} \tag{3.11}$$

$$\frac{k_{e,0}}{m_e} = \frac{\sum_{k=1}^m \|k_2(f_k)\|}{\sum_{k=1}^m \|c(f_k)\|} \tag{3.12}$$

$$\delta_0 = \frac{1}{\frac{k_{e,0}}{m_e} \sum_{k=1}^m \|c_1(f_k)\|} \tag{3.13}$$

Dimana:

$$b(f_k) = \begin{bmatrix} b_1(f_k) & b_1(f_k) \\ b_2(f_k) & b_2(f_k) \end{bmatrix};$$

$$|C(f_k)| = \begin{bmatrix} C_1(f_k) & C_1(f_k) & C_1(f_k) \\ C_2(f_k) & C_2(f_k) & C_2(f_k) \\ C_3(f_k) & C_3(f_k) & C_3(f_k) \end{bmatrix};;$$

$$; |C_1(f_k)| = \begin{bmatrix} C_{1.1}(f_k) & C_{1.1}(f_k) & C_{1.1}(f_k) \\ C_{1.2}(f_k) & C_{1.2}(f_k) & C_{1.2}(f_k) \\ C_3(f_k) & C_3(f_k) & C_3(f_k) \end{bmatrix},$$

dan

$$|C_2(f_k)| = \begin{bmatrix} C_{2.1}(f_k) & C_{2.1}(f_k) & C_{2.1}(f_k) \\ C_{2.2}(f_k) & C_{2.2}(f_k) & C_{2.2}(f_k) \\ C_{2.3}(f_k) & C_{2.3}(f_k) & C_{2.3}(f_k) \end{bmatrix};$$

dapat diperoleh saat menerapkan *Chebyshev formula* pada *Laplace Trmsform* dan *Fourier Transform* dari persamaan (2), Dalam hal ini selain merupakan fingsi respon frekuensi f_k , harga-harganya juga merupakan fungsi dari profil *cam* yang digunakan,

4 Estimasi Sinyal Respon Getaran Dengan *Reccurence Formula Runge-Kutta*

Solusi espon sistem dalam analisa *Fourier* atau harmonik dapat diperoleh namun ini tidak menggambarkan secara tepat dalam hubungannya

dengan posisi perjalanan *cam*. Dalam proses akuisisi data praktis dengan sensor *accelerometer*, perekaman sinyal respon berlansung secara *random* (setiap posisi *tappet cam* memiliki peluang yang sama untuk direkam). Untuk mengatasi kesulitan ini dalam respon waktu maka simulasi *Recurrence Formula* diterapkan. ada beberapa model *formula* untuk ini dimana salah satu yang biasa digunakan adalah metode *Runge-Kutta* yang mana tidak memiliki masalah signifikansi *error* dalam kaitannya dengan *time increment Δt* yang diberikan. Sebagaimana *recurrence formula* lainnya, metode *Runge-Kutta* diterapkan juga untuk melihat ketergantungan sensitif pada kondisi awal respon sistem. Di sini getaran respon sistem yang dibayangkan periodik dalam jangka waktu yang pendek, bisa saja tidak bersifat periodik atau periodik dalam jangka waktu yang panjang jika diinvestigasi dengan metode numerik *Runge-Kutta*. Metode ini berlaku secara umum baik untuk respon transien atau *steady*.

Persamaan (2) dapat dinyatakan dalam bentuk vektor percepatan yaitu :

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{a}_e(t) - \frac{c_e}{m_e} \dot{\mathbf{x}}(t) - \frac{k_e}{m_e} \mathbf{x}(t) \tag{3.14}$$

Misalkan suatu vektor baru $\mathbf{X}(t)$ didefinisikan sebagai $\mathbf{X}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{Bmatrix}$ sedemikian hingga

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \ddot{\mathbf{x}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{a}_e(t) - \frac{c_e}{m_e} \dot{\mathbf{x}}(t) - \frac{k_e}{m_e} \mathbf{x}(t) \end{Bmatrix} \tag{3.15}$$

Persamaan (3.13) dapat diatur ulang dalam bentuk:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{k_e}{m_e} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_e(t) \end{Bmatrix}$$

jadi,

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{X}, t) \tag{3.16}$$

atau

$$\mathbf{f}(\mathbf{X}, t) = [A] \mathbf{X}(t) + \mathbf{a}_e(t) \tag{3.17}$$

Dimana

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{k_e}{m_e} \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

dan

$$\mathbf{a}_e(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_e(t) \end{Bmatrix} \tag{3.19}$$

Untuk metode Runge-Kutta order ke-4

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + \frac{1}{6} [\mathbf{K}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \mathbf{K}_4] \quad (3.18)$$

Dimana:

$$\mathbf{K}_1 = t f(\mathbf{X}_n, t_n) \quad (3.19)$$

$$\mathbf{K}_2 = t f\left(\mathbf{X}_n + \frac{1}{2}\mathbf{K}_1, t_n + \frac{1}{2}t\right) \quad (3.20)$$

$$\mathbf{K}_3 = t f\left(\mathbf{X}_n + \frac{1}{2}\mathbf{K}_2, t_n + \frac{1}{2}t\right) \quad (3.21)$$

$$\mathbf{K}_4 = t f(\mathbf{X}_n + \mathbf{K}_3, t_{n+1}) \quad (3.22)$$

Dari persamaan (3.19 hingga (3.22) diperoleh

$$f(\mathbf{X}_n, t_n) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{\bar{k}_e}{m_e} \end{bmatrix} \mathbf{X}_n + \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_e(t_n) \end{Bmatrix} \quad (3.23)$$

dan

$$\mathbf{K}_1 = t \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{\bar{k}_e}{m_e} \end{bmatrix} \mathbf{X}_n(t) + \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_e(t_n) \end{Bmatrix} \right] \quad (3.24)$$

$$\mathbf{K}_2 = \left(t + \frac{1}{2}t \right) \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{\bar{k}_e}{m_e} \end{bmatrix} \mathbf{X}_n + \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_e\left(t_n + \frac{1}{2}t\right) \end{Bmatrix} \right] \quad \mathbf{K}_3 = \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} & \left(t + \frac{1}{2}t \right) \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{\bar{k}_e}{m_e} \end{bmatrix} + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{2}t \right) \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{\bar{k}_e}{m_e} \end{bmatrix} \right]^2 \right] \mathbf{X}_n + \\ & \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{2}t \right) \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{\bar{k}_e}{m_e} \end{bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_e(t_n) \end{Bmatrix} + \\ & \left(t + \frac{1}{2}t \right) \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{\bar{k}_e}{m_e} \end{bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_e\left(t_n + \frac{1}{2}t\right) \end{Bmatrix} + \\ & \left. t \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_e\left(t_n + \frac{1}{2}t\right) \end{Bmatrix} \right] \quad (3.26) \end{aligned}$$

$$\mathbf{K}_4 = \left[t \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{\bar{k}_e}{m_e} \end{bmatrix} \left(\left(t + \frac{1}{2}t \right)^2 + \left(t + \frac{1}{2}t \right)^3 \right) + \right. \right. \\ \left. \left. \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{\bar{k}_e}{m_e} \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{2}t \right)^2 \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{\bar{k}_e}{m_e} \end{bmatrix} \right]^3 \right] \right] \mathbf{X}_n \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{2}t \right)^4 \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{\bar{k}_e}{m_e} \end{bmatrix} \right]^2 \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_e(t_n) \end{Bmatrix} \\ & + \left(t + \frac{1}{2}t \right)^3 \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{\bar{k}_e}{m_e} \end{bmatrix} \right]^2 \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_e\left(t_n + \frac{1}{2}t\right) \end{Bmatrix} \\ & + \left(t + \frac{1}{2}t \right)^2 \left[\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_e}{m_e} & -\frac{\bar{k}_e}{m_e} \end{bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_e\left(t_n + \frac{1}{2}t\right) \end{Bmatrix} + \\ & \left. t \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_e(t_{n+1}) \end{Bmatrix} \right] \quad (3.27) \end{aligned}$$

dimana $\mathbf{a}_e(t_n)$ diperoleh dari persamaan (2.1) yaitu

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_e(t_n) &= -\frac{c_e}{m_e} h(t_n) \\ & - \frac{\bar{k}_e}{m_e} h(t_n) - 2\delta^8 \quad (3.28) \end{aligned}$$

KESIMPULAN

Sistem mekanik *cam follower* ; *direct inline* dengan *harmonical cam lobe profile* dengan *roller* atau *flat faced tappet* dibayangkan beroperasi pada kondisi stasioner yaitu dengan putaran *cam shaft* yang konstan dari setiap variasi yang diberikan. Untuk mendapatkan solusi dari persamaan pemodelan sistem ekivalen getaran itu, beberapa langkah berikut perlu dipenuhi, yaitu:

1. Mendapatkan persamaan kinematika *cam-tappet plunger travelling* secara kontinyu selama satu siklus/periode putaran *cam* pada posisi *rise*, *return* dan *dwell* sebagai fungsi dari profil geometrik *cam lobe* dan sudut atau waktu *cam running*.
2. Sistem mengalami redaman *viscous* dalam *under damped range* sedemikian hingga getaran *transient*-nya dapat dikontrol secara pasti bersifat *sattle down* atau tidak mengalami *blow up* dengan berjalannya waktu pengoperasian sehingga yang terjadi hanyalah respon kondisi *sready*.
3. Melakukan akuisisi data pengukuran amplitude getaran percepatan respon sistem dengan instrumen *accelerometer* dalam respon waktu dan mengkonversikannya ke dalam respon frekuensi yaitu mendapatkan harga FFT-nya.
4. Mencari harga-harga ekivalensi koefisien redaman *viscous*, koefisien kekakuan pegas dan *initial tension clearance*. Dalam hal ini persamaan diferensial sistem dinyatakan ke dalam *Laplace Transform* dan selanjutnya ke dalam *Fourier Transform* sedemikian hingga data harga FFT hasil pengukuran *accelerometer* dapat diterapkan dalam estimasi dengan metode OLS. Selanjutnya metode simulasi numerik *Newton Rhapsion* juga diterapkan untuk menyelesaikan

persamaan *non linear-nya* dengan harga-harga *startung point* yang diperoleh secara eksplisit dari persamaan *linear-nya*.

5. Menerapkan metode *reccurence formula Runge-Kutta* order ke-4 untuk mrndapatkan harga aktual *amplitude* respon waktu getaran sistem yang diekspresikan berdasarkan harga parameter-parameter yang diperoleh.

DAFTAR PUSTAKA

- Khovakh M., 1971, Motor Vehicle Engines, Mir Publishers, Moscow
- Koster M.P.,1970, Vibration of Cam Mechanism, Macmillan, London.
- Rothbart Harold A., 2004, Cam Design Handbook, McGraw-Hill, New York