JURNAL TEKNIK INDUSTRI

ISSN : 1978 - 1105

ARIKA

Media Ilmuan dan Praktisi Teknik Industri

Vol. 08, Nomor 1 Pebruari 2014

Program Studi Teknik Industri Fakultas Teknik Universitas Pattimura

ANALISIS VARIASIONAL DALAM MEMODELKAN RELASI DISPERSI PEMANDU GELOMBANG PLANAR STEP INDEKS MENGGUNAKAN MEDAN LISTRIK COBAAN HIPERGEOMETRI

Richard R. Lokollo
Jurusan Fisika FMIPA Unpatti - Ambon

ABSTRAK

Analisis skalar variasional pandu gelombang optik dengan menggunakan model pendekatan Hipergeometri-Secanhiperbolik didasarkan pada dari sifat variasional pandu gelombang yaitu prinsip aksi terkecil Principle of last action, dimana konsep dasarnya adalah formulasi yang berbentuk stasioner dari Konstanta propagasi. Teknik analisa ini dimulai dengan suatu pengambilan bentuk tertentu dari solusi medan dengan parameter-parameter tertentu yang dipilih sesuai pemberian solusi medan dengan prinsip variasional. Nilai dari parameter-parameter tersebut kemudian ditentukan dengan memecahkan persamaannya secara simultan. Dalam makalah ini diperlihatkan prosedur perhitungan konstanta propagasi pandu gelombang planar step indek modus TE (transverse electric), serta analisa selanjutnya dengan prinsip Variasional menggunakan fungsi trial polinom Hypergeometri dengan profil indeks bias yang dipilih berbentuk $1/cosh^2$. Kajian ini dilakukan secara semi analitik, sebagian perumusan dipecahkan langsung melalui solusi eksak dan sebagian lagi melalui analisa numerik secara komputasional menggunakan perangkat lunak Matlab for Windows. Hasil analisa berbagai orde moda dalam bentuk relasi dipersinya menunjukkan kesesuaiannya terhadap metode indeks efektif (metode standart yang ada). Keakurasian penggunaan fungsi polinom Hypergeometri pada analisa ini, diperlihatkan juga salah satu hasil penelitian sebelumnya dengan fungsi yang dipilh berbentuk polinom Hermite_Gaussian untuk profil indeks bias bertipe Parabolik (Erteza,I.A., Ph.D, Disertation, Stanford Unica).

Kata Kunci: *Prinsip variasional, Pandu gelombang optik, Relasi dispersi, Fungsi Hipergeometri-Secanhiperbolik*

ABSTRACT

A scalar variational analysis of optical waveguides using Hypergeometri-Secanthyperbolic modal approximations is based on to waveguide characteristic variational is principle of last action, that base consept is stationer formulation from propagation constant. The technique analyzes is started by finding a closed-form field solution with unknown parameters which can be chosen to best macth a field solution using variational principles. The values of unknown parameters then are determined by solving a set of simultaneous equations. In this theses, will be presented the procedure of evluation propagation constans of planar waveguide step-index of modus TE (transverse electric), with a variational principle is using the trial functions of Hypergeometri Polynomials with refractive index profile is chosen to shaped $1/cosh^2$. The analysis will be done by semi-analitic, a more formulation are solved in directly pass to the exact soluti on and more pass to a numerical analyses are evaluated by the computation programme used a matlab. The analyses result to any order-modes in form disperstion relation are show to agreement to the effective index method (standart method). The accurated of using Hypergeometri Polynomials functions to this analyses, is showed to with a one the examinated to before it used by Hermite-Gaussian polynomials with refractive index profiles shaped a parabolic (Erteza,I.A., Ph.D, Disertation, Stanford Unica).

Keywords: *Variational Principles, Optical Waveguide, Disperstion Relation, Hypergeometri-Secanthyperbolic function*

PENDAHULUAN

Dalam sistem optika terpadu, salah satu komponen utamanya adalah pandu gelombang (waveguide), baik yang bergeometri planar maupun *rectangular*. Pada struktur planar, gelombang terpandu terkurung hanya dalam satu arah sumbu (mengalami difraksi) sepanjang arah perambatannya. Dalam menganalisa karakterisasi moda-moda perambatan gelombang optik pada struktur ini, maka perlu dilakukan prosedur perhitungan terhadap konstanta propagasi β . Perhitungan ini menggunakan metode analisa skalar variasional, dimana unjuk keakurasian pendekatan variasional ini akan diujicobakan pada struktur pandu gelombang slab (planar) bertipe step indeks (indeks bias lapisan penyusunnya masing-masing serba sama) simetri (indeks bias lapisan substrat dan kover sama besar, $n_s = n_k$) dengan pola medan listriknya diasumsikan mematuhi fungsi kuadrat hyperbolik ($sech^2$). Fungsi profil ini digunakan untuk menentukan pola medan listrik cobaan untuk orde moda ke-n (n = 0, 1, 2...) yang secara analitis dipecahkan langsung dari persamaan Helmholtz. Untuk selanjutnya medan cobaan hasil pemodelan, digunakan untuk perhitungan terhadap parameter β yang formulasinya diturunkan dari analisis variasional. Seluruh perhitungan, penjabaran serta analisa terhadap pandu gelombang optik didasarkan pada persamaan gelombang skalar yang dipenuhi untuk kondisi stasioner. Artinya bahwa, jika fungsi stasioner (β), maka persamaan gelombang skalarnya terpenuhi. Hal terpenting yang perlu diingat disini yaitu bahwa perhitungan dan analisis ini tidak akan efektif tanpa adanya bantuan komputasi melalui kajian secara numerik. Untuk itu beberapa parameter utama (β dan parameter variasi lebar pandu (bukan lebar pandu gelombang yang sebenarnya)) akan dinyataka dalam parameter-parameter ternormalisasi (tak berdimensi). Hal ini untuk mempermudah proses perhitungan secara komputasi. Sebagai pembanding terhadap keakurasian hasil analisis ini, diperlihatkan juga hasil penelitian dari peneliti sebelumnya dengan menggunakan medan fungsi cobaan Hermite-Gaussian, pemecahan eksak untuk pandu gelombang slab, dan metode indeks efektif untuk pandu gelombang planar yang telah penulis lakukan.

LANDASAN TEORI

Analisa Skalar Variasional Menggunakan Model Pendekatan Polinom Hypergeometri – Secan Hyperbolik

Model pendekatan Hipergeometri-secant Hiperbolik didasarkan pada prinsip kalkulus variasional, ini berarti bahwa bila fungsi adalah stasioner, maka persamaan Euler untuk fungsi tersebut terpenuhi. Dari persamaan gelombang skalar

$$\nabla^2\Phi + k_0^2 n^2 \Phi \qquad (1)$$

dimana dipenuhi oleh semua solusi skalar persamaan Maxwell yang adalah persamaan Euler untuk fungsi

$$I = \iiint_v \left[\left(\nabla\Phi . \nabla\Phi^*\right) - n^2 k_0^2 \Phi\Phi^*\right] dv \qquad (2)$$

sehingga medan skalar yang dipenuhi persamaan gelombang akan memberikan nilai stasioner untuk I (I = 0), maka solusi persamaan (1) berbentuk

$$\Phi\ (x, y, z) = \Phi\ (x, y)\ e^{-j\beta z} \qquad (3)$$

Sehingga ekspresi variasional untuk β^2 dapat dinyatakan menurut relasi [1],[2],[3]

$$\beta^2 = \frac{\int\limits_{-\sim}^{+\sim}\int \left[k_0^2 n^2 (x, y)\ \Phi\Phi^* - \left(\nabla_t\Phi\right)\left(\nabla_t\Phi^*\right)\right] dxdy}{\int\limits_{-\sim}^{+\sim}\int \Phi\Phi^* dxdy} \qquad (4)$$

Persamaan Euler yang dipenuhi oleh β^2 adalah merupakan persamaan gelombang skalar, oleh karena itu bentuk β^2 adalah stasioner, jika persamaan gelombang skalar terpenuhi. Untuk variasi kecil dari $\Phi(x, y)$ disekitar solusi tersebut, β^2 akan bernilai stasioner. Secara garis besar untuk mengaplikasikan metode ini dalam menentukan β^2 dan nilai parameter variasi P_i, maka beberapa tahapan yang perlu dilakukan yaitu :

1. mulai dengan pendekatan parametrik untuk medan fungsi cobaan $\Phi(x, y)$ untuk moda orde ke-n.
2. subtitusikan pendekatan tersebut ke dalam persamaan (3) untuk mendapatkan persamaan untuk β^2 .

3. untuk memperoleh nilai parameter variasi P_i dalam pendekatan, maka untuk β^2 bernilai stasioner, nilai parameter variasi P_i ditentukan melalui syarat stasioner $\frac{\partial \beta^2}{\partial P_i} = 0$.
4. solusi untuk parameter variasional dari langkah (3) kemudian disubtitusikan ke dalam persamaan pada langkah (2) untuk mendapatkan nilai dari β^2.

Pola Distribusi Medan Cobaan Polinom Hipergeometri – Secant Hiperbolik

Untuk menganalisis perhitungan terhadap parameter β menggunakan metode analisa skalar variasional, akan digunakan medan fungsi cobaan (fungsi trial) yang sesuai sebagai fungsi pendekatan moda gelombang optik. Pada makalah ini diperlihatkan pemodelan medan fungsi cobaan Hypergeometri-Secant hyperbolik satu dimensi (1-D), sedangkan bentuk dua dimensi (2-D) dapat diperoleh secara langsung dengan mengalikan kedua fungsi 1-D. Untuk memodelkan medan fungsi cobaan Hypergeometri-Secant hyperbolik 1-D bermodus TE, dilakukan dengan mensubtitusikan fungsi profil "$1/\cosh^2$" yang berbentuk profil distribusi indeks bias $n^2(x) = n_s^2 + 2n_s\Delta n/\cosh^2(2x/h)$ ke dalam persamaan Helmholtz hasil pemecahan Persamaan (3) yang disubtitusikan ke persamaan (1) yaitu

$$\nabla_t^2 \Phi(x) + \left(k_0^2 n^2(x) - \beta^2\right)\Phi(x) = 0 \tag{5}$$

diperoleh medan cobaan berbentuk distribusi polinomial Hypergeometri-Secant Hyperbolik yang dapat dituliskan [1]:

$$\Phi_n(x) = U_n(2x/h)/\cosh^s(2x/h) \tag{6}$$

Persamaan (6) merupakan pola medan skalar cobaan polinomial Hypergeometri-Secant Hyperbolik untuk setiap orde moda ke-n, dengan U_n adalah fungsi Hypergeometri dan $s = 1/2\left(\sqrt{1+V^2} - 1\right)$. Empat suku pertama dari fungsi ini dapat dituliskan

$$\begin{aligned} U_0 &= 1 \\ U_1 &= \sinh(2x/h) \\ U_2 &= 1 - 2(s-1)\sinh^2(2x/h) \\ U_3 &= \sinh(2x/h)\left[1 - \frac{2}{3}(s-2)\sinh^2(2x/h)\right] \end{aligned}$$

Untuk 3 orde pertama dari pola medan Hypergeometri-Secant Hyperbolik pada persamaan (6), masing-masing pola medan skalar orde ke-n dinormalisasikan menggunakan relasi :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi\Phi^* dx = 1 \tag{7}$$

dan memanfaatkan hubungan integral [4]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sech}^{2s}\left(\frac{\xi}{pv}\right) d\xi = pv\frac{\Gamma(1/2)\,\Gamma(s)}{\Gamma(s+1/2)} \tag{8}$$

serta identitas relasi fungsi Beta dan Gamma [5] yaitu :

$$B(m,n) = \int_0^{\infty} \frac{y^{m-1}}{(1+y)^{m+n}} dy = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)} \tag{9}$$

maka diperoleh 3 moda orde pertama untuk medan fungsi cobaan ternormalisasi dalam bentuk distribusi polinom Hypergeometri-Secan hyperbolik yaitu :

$$\Phi_0 = \sqrt{\frac{2}{h}}\left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}}\sqrt{\frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s)}}\operatorname{sech}^s\left(\frac{2x}{h}\right) \tag{10a}$$

$$\Phi_1 = \sqrt{\frac{2}{h}}\left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}}\left[\frac{\Gamma(s-1)}{\Gamma(s-1/2)} - \frac{\Gamma(s)}{\Gamma(s+1/2)}\right]^{-\frac{1}{2}} \text{x} \sinh\left(\frac{2x}{h}\right)\text{sech}^s\left(\frac{2x}{h}\right) \quad (10b)$$

$$\Phi_2 = \sqrt{\frac{2}{h}}\left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}}\left[1-2(s-1)\sinh^2(2x/h)\right]\text{sech}^s(2x/h)$$

$$\text{x}\left[\frac{\Gamma(s)}{\Gamma(s+1/2)} - 4(s-1)\left(\frac{\Gamma(s-1)}{\Gamma(s-1/2)} - \frac{\Gamma(s)}{\Gamma(s+1/2)}\right)\right.$$

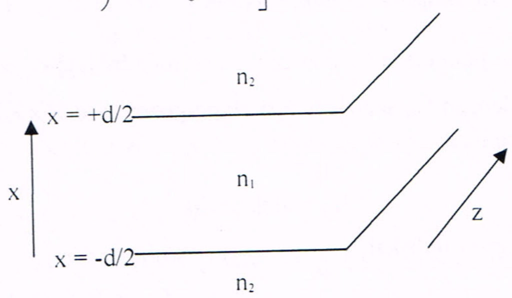
$$+ 4(s-1)^2\left(\frac{\Gamma(s-2)}{\Gamma(s-3/2)} - 2\frac{\Gamma(s-1)}{\Gamma(s-1/2)}\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\Gamma(s)}{\Gamma(s+1/2)}\right)\right]^{-\frac{1}{2}} \quad (10c)$$

Pandu Gelombang Slab Planar Step Indeks

Sturktur pandu gelombang slab planar step indeks, geometrinya diperlihatkan pada Gambar 1. Untuk struktur ini, indeks bias merupakan fungsi dari hanya satu variabel yaitu :n = n(x) dan perambatan gelombang diasumsikan dalam arah sumbu z, maka.persamaan Euler untuk fungsi dua dimensi dapat dituliskan :

$$I = \int\int_A \left[\left(\nabla\Phi . \nabla\Phi^*\right) - n^2 k_0^2 \Phi\Phi^*\right] dxdz \quad (11)$$



Geometri pandu gelombang slab planar simetri

persamaan (11) mengikuti persamaan gelombang

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + n^2 k_0^2 \Phi = 0 \quad (12)$$

Persamaan (12) mempunyai geometri seperti pada Gambar 1, sehingga tidak ada variasi indeks bias dalam arah sumbu y. diasumsikan medan skalar merupakan fungsi dari hanya variable x dan z, dapat dituliskan

$$\Phi = \Phi(x)e^{-i\beta z} \quad (13)$$

Sehingga persamaan yang tepat untuk konstanta propagasi kuadarat akan menjadi

$$\beta^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\left[n^2 k_0^2 \Phi\Phi^* - \left(\frac{\partial\Phi(x)}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial\Phi(x)}{\partial x}\right)\right] dx}{\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi\Phi^* dx} \quad (14)$$

Moda Dasar

Moda dasar untuk pandu gelombang slab planar dinyatakan dalam persamaan (10a). Dengan mensubtitusikan medan cobaan ini ke dalam persamaan (14) dan menerapkan syarat batas untuk distribusi indeks bias dari Gambar 1 menurut hubungan

$$n(x) = \begin{cases} n_1, \text{ jika } |x| \le d \\ \\ n_2, \text{ jika } |x| > d \end{cases} \qquad \text{dimana, } n_1 > n_2$$

Maka pemecahan untuk β^2 akan dihasilkan

$$\beta^2 = k_0^2 n_2^2 + \frac{2}{h\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s)} k_0^2 \left(n_1^2 - n_2^2\right) \int_{-d/2}^{d/2} \operatorname{sech}^{2s}(2x/h)dx$$
$$-\frac{4s^2}{h^2}\left[\frac{s^2}{(2s+1)}\right] \qquad (15)$$

Pemecahan bentuk integrasi dalam persamaan (15) dilakukan melalui perhitungan komputasi secara numerik. Untuk selanjutnya perhitungan terhadap parameter variasi h ditentukan dari syarat stasioner

$$\frac{\partial \beta^2}{\partial h} = 0 \qquad (16)$$

Nilai parameter h yang diperoleh kemudian disubtitusikan ke dalam persamaan (15) untuk mendapatkan β^2. Untuk memudahkan perhitungan secara komputasi parameter h dan β^2 selanjutnya dinyatakan dalam parameter-parameter ternormalisasi. Dari definisi frekuensi ternormalisasi [1],[2],[3],[6] yang dituliskan menurut relasi

$$V = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\left(n_1^2 - n_2^2\right)^{\frac{1}{2}} d_T \qquad (17)$$

dengan $\frac{2\pi}{\lambda} = k_0$, dan d_T adalah total ketebalan pandu. V memberikan informasi dari panjang gelombang cahaya, ketebalan total dari pandu dan perbedaan relatif dari indeks bias dalam substrat (n_s) dan lapisan film (n_f). Untuk geometri pandu seperti pada Gambar 1, maka d_T = d, sehingga

$$V = k_0 \left(n_1^2 - n_2^2\right)^{\frac{1}{2}} d \qquad (18)$$

Sedangkan konstanta propagasi ternormalisasi (parameter phase), didefinisikan [1], [3], [6] menurut relasi :

$$B = \frac{\beta^2 - n_2^2 k_0^2}{\left(n_1^2 - n_2^2\right) k_0^2} \qquad (19)$$

Parameter ternormalisasi B mempunyai range nilai antara nol (0) dan satu (1). Dengan menggunakan persamaan (19) dan (20) dalam persamaan (15), akan diperoleh hubungan :

$$B = \frac{2}{NhV\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s)} \int_{-V/2}^{V/2} \operatorname{sech}^{2s}\left(\frac{2\xi}{NhV}\right) d\xi - \frac{2s^2}{V^2 (Nh)^2}\left[\frac{\Gamma(s+1/2)}{\Gamma(s+3/2)}\right] \qquad (20)$$

Dengan lebar ternormalisasi Nh didefinisikan menurut relasi $Nh = \frac{h}{d}$.

Moda orde pertama dan kedua

Persamaan untuk moda orde pertama dan kedua dikembangkan dengan cara yang sama seperti pada perhitungan untuk moda orde dasar. Pengembangan dari hasil perhitungan ini dalam bentuk relasi dispersi B dan V diperlihatkan pada bagian pembahasan.

METODE PENELITIAN

Dalam penelitian ini, analisis karakteristik moda-moda perambatan pandu gelombang optik dilakukan melalui kajian teoritis secara semi analitik. Pembentukkan pola medan cobaan, eigen fungsi cobaan moda orde ke-n serta perkalian titik antara gradien eigen fungsi cobaan dan konjugatnya yang diintegrasikan keseluruh permukaan tak berhingga, penjabaran formulasinya dipecahkan langsung secara analitik. Sedangkan justifikasi hasilnya diperbandingkan dengan hasil penyelesaian numerik. Hal ini disebabkan persamaan relasi dispersi konstanta propagasi gelombang yang diturunkan dari metode variasional, integrasinya sukar dipecahkan secara analitik. Visualisasi dari karekterisasi dispersi moda gelombang optik dilakukan secara komputasi. Secara umum analisis ini tidak akan efektif tanpa bantuan proses komputasi, tetapi penggambaran fisis terhadap hasil analisa ini, penulis tetap bertumpu terhadap formulasi dari persamaan-persamaan moda dispersi yang diperoleh.

Parameter Dan Perancangan Penelitian

Langkah-kangkah yang harus dilakukan dalam proses analisis dan perhitungan adalah sebagai berikut :

1. menerapkan prinsip variasional untuk memformulasikan konstanta propagasi gelombang β^2.
2. memodelkan pola medan cobaan untuk fungsi cobaan yang diinginkan (Hipergeometri-Secant Hiperbolik). Untuk pemodelan pola medan ini, penulis mengujicobakan untuk pandu gelombang optik planar bertipe step indeks.
3. penentuan medan fungsi cobaan untuk setiap orde moda gelombang optik (orde 0, orde 1 dan orde 2) melalui proses normalisasi.
4. menentukan nilai parameter variasi h yang memenuhi kondisi stasioner $\dfrac{\partial\beta^2}{\partial h} = 0$
5. menentukan nilai untuk parameter β^2 yaitu dengan memasukkan hasil perhitungan untuk parameter variasi h yang diperoleh pada langkah 4 ke dalam formulasi untuk β^2
6. untuk memudahkan proses perhitungan secara komputasional melalui analisa numerik, formulasi untuk β^2 dan parameter variasi h berturut-turut dinyatakan dalam parameter-parameter ternormalisasi B (konstanta propagasi ternormalisasi) dan Nh (lebar ternormalisasi). Hal ini dikarenakan β^2 sebagai nilai eigen persamaan Helmholtz, berdimensi dan bergantung pada beberapa parameter fisis (panjang gelombang, lebar pandu gelombang), sehingga perhitungan kondisi stasioner $\dfrac{\partial\beta^2}{\partial h} = 0$ sukar dilakukan secara komputasi. Untuk itu β^2 dan h dinyatakan dalam besaran-besaran tak berdimensi (B dan Nh), sehingga langkah 4 dapat dinyatakan $\dfrac{\partial B}{\partial Nh} = 0$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisa Variasional pandu gelombang slab Planar step indeks

Hasil perhitungan nilai Nh dan B untuk 3 moda orde rendah dengan medan cobaan Hypergeometri-Secant Hyperbolik ditunjukkan dalam tabel 1

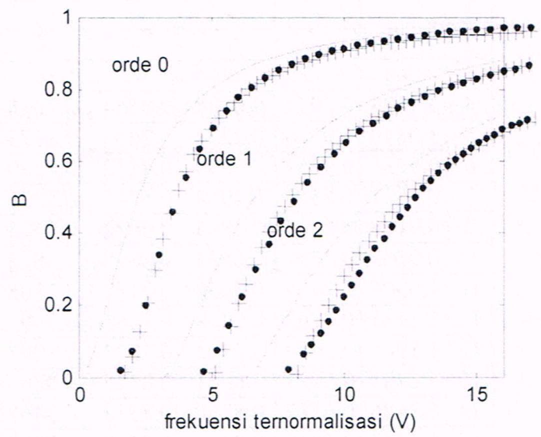
Nilai Nh dan B untuk 3 moda orde rendah dihitung dengan pendekatan Variasional dengan medan cobaan Hipergeometri-Secant Hiperbolik

V	MODA ORDE 0				
	Nh	NW	B_{hyper}	$B_{hermite}$	B_{eksak}
1	1,1099	5,3729	0,1877	0,1517	0,1893
2	1,0345	2,0332	0,4460	0,4328	0,4538
3	0,9401	1,4473	0,6193	0,6208	0,6280
4	0,9925	1,2149	0,7263	0,7309	0,7348
5	1,0930	1,0879	0,7942	0,7988	0,8027
6	1,1962	1,0058	0,8394	0,8434	0,8479
7	1,2958	0,9478	0,8710	0,8743	0,8793
8	1,3914	0,9042	0,8939	0,8966	0,9020
9	1,4836	0,8699	0,9110	0,9132	0,9188
10	1,5730	0,8420	0,9242	0,9260	0,9317
11	1,6600	0,8187	0,9346	0,9361	0,9418
12	1,7448	0,7989	0,9429	0,9442	0,9498
13	1,8278	0,7819	0,9497	0,9508	0,9562
14	1,9092	0,7669	0,9553	0,9562	0,9615
15	1,9891	0,7537	0,9600	0,9607	0,9659
16	2,0677	0,7418	0,9639	0,9647	0,9696

V	MODA ORDE 1				
	Nh	NW	B_{hyper}	$B_{hermite}$	B_{eksak}
1		-	-	-	-
2	-	-	-	-	-
3	-	-	-	-	-
4	1.1133	1,2977	0,0728	0,0564	0,1018
5	1,0840	1,0376	0,2254	0,2603	0,2773
6	0,9936	0,9251	0,3699	0,4132	0,4230
7	0,9321	0,8573	0,4904	0,5247	0,5337
8	0,9166	0,8105	0,5835	0,6072	0,6173
9	0,9562	0,7757	0,6531	0,6698	0,6810
10	1,0305	0,7484	0,7058	0,7182	0,7305
11	1,1131	0,7263	0,7468	0,7565	0,7695
12	1,1945	0,7079	0,7795	0,7873	0,8007
13	1,2731	0,6923	0,8061	0,8125	0,8260
14	1,3486	0,6787	0,8280	0,8333	0,8468
15	1,4217	0,6669	0,8462	0,8507	0,8642
16	1,4925	0,6564	0,8617	0,8655	0,8787

V	MODA ORDE 2				
	Nh	NW	B_{hyper}	$B_{hermite}$	B_{eksak}
1	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-
3	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-
7	0,9316	0,8228	0,0179	0,0492	0,0611
8	0,9837	0,7544	0,1143	0,2037	0,1921
9	0,9343	0,7114	0,2262	0,3259	0,3116
10	0,8803	0,6809	0,3375	0,4227	0,4110
11	0,8335	0,6576	0,4382	0,5002	0,4922
12	0,7969	0,6391	0,5229	0,5630	0,5587
13	0,7758	0,6237	0,5904	0,6146	0,6134
14	0,7885	0,6108	0,6422	0,6574	0,6588
15	0,8594	0,5997	0,6820	0,6933	0,6969
16	0,9495	0,5899	0,7144	0,7237	0,7290

Hubungan nilai B dan V dalam tabel 1, diplotkan dalam bentuk kurva relasi dispersi seperti tampak pada Gambar 4. Relasi dispersi yang ditunjukkan pada Gambar 4 memperlihatkan bahwa akurasi perhitungan B dengan pendekatan variasional menggunakan medan cobaan Hypergeometri pada 3 moda orde terendah semakin meningkat dengan bertambahnya nilai normalisasi lebar pandu V. Hal sama diperlihatkan juga oleh pemodelan medan cobaan Hermite-Gaussian jika keduanya dibandingkan terhadap hasil solusi eksak. Jika analisa diarahkan pada V yang rendah mendekati V *cut-off* (V ambang), pada moda orde 0 untuk rentang $V \leq 2$, moda orde 1 untuk rentang $3 \leq V \leq 4$ dan moda orde 2 untuk rentang $6{,}724 \leq V \leq 6{,}727$



Relasi dispersi tiga moda orde Rendah pandu gelombang slab Solusi eksak (-) pendekatan Hypergeometri (.),pendekatan Hermite-Gaussian (+)

pendekatan Hipergeometri memperlihatkan hasil yang cukup akurat dibandingkan dengan medan cobaan Hermite-Gaussian terhadap hasil solusi eksak. Secara fisis dapat diartikan bahwa pendekatan Hipergeometri masih merespon terhadap perubahan medan dalam pandu untuk rentang ketiga harga V diatas. Untuk V di atas rentang harga ini akurasinya semakin berkurang terhadap hasil solusi eksak. Pendekatan Hypergeometri yang menghasilkan V mendekati kondisi *cut-off* akan memberikan pelebaran terhadap jendela optis pandu gelombang, tetapi untuk V yang jauh dari kondisi cut-off jendela optis akan semakin menyempit. Jika analisa dipertajam lagi pada daerah bermoda tunggal dimana pada daerah ini pengurungan energi gelombang cahaya menempati porsi terbesar dalam pandu gelombang sehingga moda tunggal yang dirambatkan membawa paket-paket energi dalam jumlah terbesar. Hal ini berarti analisa terfokus pada moda orde 0. Hasil perhitungan B pada Table 1 dan kurva relasi dispersi pada Gambar 14 memperlihatkan bahwa rentang nilai V yang memberikan daerah moda tunggal untuk pandu gelombang step indeks menggunakan fungsi pendekatan Hipergeometri berada dalam kisaran $0 < V \leq 2{,}919$. Pada kisaran ini, hanya moda orde 0 yang dirambatkan. Jika diharapkan distribusi energi terbesar gelombang cahaya terkurung berada dalam daerah ini, maka prosentase besarnya gelombang cahaya terkurung dapat ditentukan. Dari Gambar 1 energi gelombang cahaya terkurung dalam lapisan pemandu berada dalam *range* –d/2 sampai +d/2 sedangkan lapisan penutupnya dapat diambil dari - ~ sampai + ~, sehingga prosentase pembatasan berkas gelombang dalam pandu dapat ditentukan melalui persamaan :

$$\frac{\int_{-d/2}^{+d/2} |\Phi(x)|^2 \, dx}{\int_{-\sim}^{\sim} |\Phi(x)|^2 \, dx} \times 100\%$$

Hasil perhitungan memperlihatkan bahwa besarnya prosentase pengurungan berkas gelombang cahaya untuk pandu gelombang planar slab step indeks pada daerah bermoda tunggal adalah 77,8314%. Semakin besar nilai V, prosentase pengurungan berkas akan semakin besar. Penaikkan nilai V ini hanya berada pada kisaran $0 < V \leq 2{,}919$ untuk moda orde tungggal. Secara fisis dapat diartikan jika yang dirambatkan adalah moda orde 0, maka prosentase energi maksimum gelombang cahaya yang dibawa adalah 82,0847%. Pada kisaran $0 < V \leq 2{,}919$, moda orde 1 dan 2 tidak dirambatkan karena pola medannya tidak konvergen (β bernilai imajiner).

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan kajian teoritis secara semi analitik, hasil perhitungan komputasi dengan analisa numerik dan hasil analisa perhitungan dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. pendekatan Hipergeometri-Secant Hiperbolik cukup akurat untuk menganalisa daerah gelombang optik untuk V rendah. Jika dibandingkan dengan model pendekatan hermite-Gaussian
2. Hasil perhitungan prosentase pengurungan berkas energi gelombang cahaya menggunakan fungsi pendekatan Hipergeometri-Secant Hiperbolik diperoleh untuk pandu gelombang slab orde 0 diperoleh 82,0847%

Saran

Dari hasil perhitungan komputasi secara numerik untuk beberapa harga V tertentu untuk pandu gelombang slab diperoleh nilai B yang sulit konvergen, untuk itu perlu juga diujicobakan untuk beberapa fungsi pendekatan yang lain

DAFTAR PUSTAKA

1. Tamir, T., (1990) *Guided-Wave Optoelectronics*, Second Edition Springer-Verlag
2. Lee, D.L., (1986), *Electromagnetic Principles of Integrated Optics*, John Wiley and Sons. Inc
3. Erteza, I.A. (1993), A *Variational Analysis of Rectangular Channel Dielectric Waveguides Using Gaussian Modal Approximation*, Ph.D Disertation, Stanford Univ.
4. Boim. Y., et al, (1994), *Application of The Variational-Moment Method to Symetric and Nonsymetric Waveguide*, Applied Optic / Vol. 32, No. 24, 20 August
5. Arfken, G., (1970), *Mathematical Methods for Physicists (second edition)*, New York, Academic Press
6. Nishihara, H., Haruna, M., and Suhara, T., (1989), *Optical Integrated Circuits,* First Edition, R.R. Donelley and Sons Company, USA