

## PENYELESAIAN SISTEM PEMBENTUKAN SEL PADA *HYDRA* MENGGUNAKAN METODE BEDA HINGGA SKEMA EKSPLISIT

### *The Solution of System Cell Formation in Hydra using by Finite Difference Method Explicit Scheme*

Y. Sambono<sup>1</sup>, Z. A. Leleury<sup>2\*</sup>, B. P. Tomasouw<sup>3</sup>, D. L. Rahakbauw<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup> Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Pattimura  
Jln. Ir. M. Putuhena, Kampus Unpatti, Poka-Ambon, 97233, Maluku, Indonesia

e-mail: <sup>2\*</sup>[zetharthur82@gmail.com](mailto:zetharthur82@gmail.com); <sup>3</sup>[bptomasouw@gmail.com](mailto:bptomasouw@gmail.com); <sup>4</sup>[lodewyik@gmail.com](mailto:lodewyik@gmail.com).

Corresponding author\*

#### Abstrak

Model matematika yang mengkaji pola pembentukan sel pada *Hydra* dinyatakan dalam sebuah system persamaan yang dikenal dengan model *Meinhardt*. Model ini merupakan model kontinu berbentuk persamaan difusi sehingga untuk menyelesaikannya maka perlu dilakukan diskritisasi. Model beda hingga merupakan salah satu metode numerik yang dapat menggambarkan bentuk diskrit dari suatu bentuk diferensial kontinu. Pada penelitian ini, digunakan metode beda hingga skema eksplisit. Kelebihan dari skema eksplisit adalah mudah diterapkan dalam menyelesaikan persamaan diferensial parsial non linier. Dalam penelitian ini digunakan beda hingga maju untuk turunan  $t$  dan beda hingga pusat untuk turunan  $x$  pada persamaan *activator*  $a(x, t)$  dan *inhibitor*  $b(x, t)$ . Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa grafik populasi sel pengaktif memiliki pertumbuhan sel yang cenderung naik per satuan waktu, berbeda dengan grafik populasi sel penghambat yang cenderung menurun pertumbuhan selnya per satuan waktu.

**Kata Kunci:** Metode beda hingga, Persamaan Meinhardt, Skema eksplisit

#### Abstract

Mathematical models that describes the pattern of cell formation in *Hydra* are expressed in a system of equations known as the *Meinhardt* model. This model is a continuous model in the form of diffusion equations. Thus, one of the studies which can be applied to *Meinhardt* equation is discretization. The finite difference model is a numerical method that can describe the discrete form of a continuous differential form. The method used in this study is finite difference methods implementing explicit scheme. The advantage of the explicit scheme is easier to use for solving non-linear partial differential equations. This method used finite forward difference for derivatives of  $t$  and finite centre difference for derivatives of  $x$  at the *activator*  $a(x, t)$  and *inhibitor*  $b(x, t)$ . The Steps conducted by analyzing *Meinhardt* equation and continued with discretization such that earn the solution of system cell formation in *Hydra*. According to the research its found that the *activator* cell population graphic have cell growth disposed ascend by the unit time, be different with the *inhibitor* cell population disposed descend of cell growth by the unit time.

**Keywords:** Explicit scheme, Finite difference method, *Meinhardt* equation

Submitted: 07<sup>th</sup> January 2020

Accepted: 01<sup>st</sup> September 2020

This is an open access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license



## 1. PENDAHULUAN

Sel adalah kumpulan materi paling sederhana yang dapat hidup dan merupakan unit penyusun semua makhluk hidup [1]. Sel mampu melakukan semua aktivitas kehidupan [2]. *Hydra* adalah metazoan atau hewan bersel banyak yang hidup di kolam atau di sungai/empang yang airnya mengalir. Tubuh *Hydra* berbentuk polip yang soliter dalam arti tidak berkoloni, dapat berpindah tempat tetapi biasanya melekat pada objek, misalnya bebatuan, batang kayu, dan tanaman. Tubuhnya berbentuk silindris yang dapat dijulurkan serta dipendekkan karena memang tubuh *Hydra* memiliki fibril-fibril khusus pada beberapa sel. Panjang tubuh *Hydra* mulai dari 2 sampai 20 mm, dengan diameter tubuhnya tidak lebih dari 1 mm [3]. Proses pembentukan pola dasar suatu organisme terjadi sekali dalam jangka waktu yang relatif singkat. *Hydra* merupakan suatu organisme yang dapat meregenerasi tubuhnya setiap saat [4]. Dengan demikian, *Hydra* merupakan model organisme pada sistem biologi yang dapat dikaji terkait dengan sistem pembentukan sel. Hans Meinhardt adalah seorang ahli yang merumuskan pola pembentukan sel *Hydra* berbentuk suatu model matematika berbentuk sistem persamaan diferensial parsial. Model matematika adalah himpunan dari rumus atau persamaan berdasarkan fenomena nyata dan dibuat dengan harapan dapat merepresentasikan dengan baik fenomena nyata tersebut menurut ilmu yang melatarbelakanginya [5]. Model yang dirumuskan oleh Meinhardt ini berupa model kontinu. Oleh karena itu, untuk menyelesaikan sistem ini maka pendekatan yang dilakukan adalah melalui proses diskritisasi.

Diskritisasi merupakan proses kuantisasi sifat kontinu. Kuantisasi diartikan sebagai proses pengelompokan sifat-sifat kontinu pada selang-selang tertentu (*step size*). Kegunaan diskritisasi adalah untuk mereduksi dan menyederhanakan data, sehingga didapatkan data diskrit yang lebih mudah dipahami, digunakan, dan dijelaskan. Oleh karena itu, pembelajaran dengan bentuk diskrit dipandang sebagai hasil yang cepat dan akurat dibandingkan hasil dari bentuk kontinu [6]. Diskritisasi dapat dilakukan dengan berbagai metode, salah satunya adalah metode beda hingga. Metode ini telah diaplikasikan pada pemecahan persamaan panas dengan kondisi awal non lokal [7] dan sangat efisien serta memiliki akurasi tinggi pada pemecahan persamaan gelombang akustik dalam media heterogen tiga dimensi [8]. Pada penelitian ini diterapkan metode beda hingga skema eksplisit. Kelebihan dari skema eksplisit adalah lebih mudah digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial non linier. Beberapa penelitian terbaru telah menerapkan metode beda hingga skema eksplisit untuk memecahkan berbagai persamaan antara lain persamaan gelombang [9], persamaan dinamika gas satu dimensi [10], persamaan Allen-Cahn [11], dan juga model novel termal untuk modul fotovoltaik [12]. Adapun tujuan dari penelitian ini ialah untuk mengkaji dan menyelesaikan sistem pembentukan sel *Hydra* serta memperoleh bentuk diskrit dari persamaan tersebut dengan menggunakan metode beda hingga skema eksplisit sehingga dapat diketahui kecenderungan pertumbuhan dari populasi sel pengaktif dan sel penghambat.

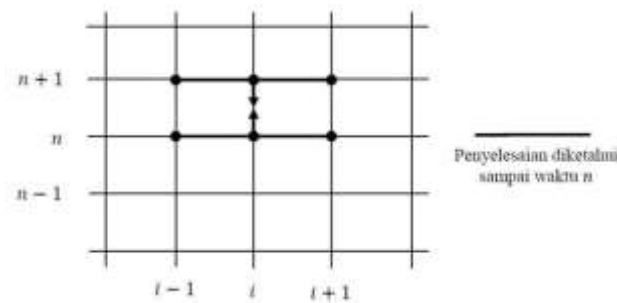
## 2. METODE PENELITIAN

### 2.1 Metode Beda Hingga

Dalam metode beda hingga skema eksplisit, ruas kanan ditulis pada waktu ke  $n$ . Dalam skema implisit, ruas kanan ditulis untuk waktu  $n + 1$ . Pada kedua skema dimaksud maka diferensial terhadap waktu dapat ditulis dalam bentuk:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{(T_i^{n+1} - T_i^n)}{\Delta t}$$

yang berarti diferensial terpusat terhadap waktu  $n + \frac{1}{2}$ . Skema *Crank-Nicolson* menulis ruas kanan pada waktu  $n + \frac{1}{2}$  yang merupakan nilai rerata dari skema eksplisit dan implisit. Skema jaringan titik hitungan diberikan oleh Gambar 1, berikut:



Gambar 1. Skema Crank-Nicolson

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \theta \left( \frac{T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2} \right) + (1-\theta) \left( \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n - T_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} \right) \quad (1)$$

Dengan  $0 \leq \theta \leq 1$  adalah faktor pemberat waktu [13]. Sedangkan untuk beda hingga terhadap waktu:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t}$$

Dengan  $\theta$  adalah koefisien pembobot dengan nilai [14]:

$\theta = 0$ , jika skema adalah eksplisit

$\theta = 1$ , jika skema adalah implisit

$\theta = \frac{1}{2}$ , jika skema adalah Crank-Nicolson

Sehingga Persamaan (2) dapat ditulis sebagai:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n - T_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} \right) \quad (2)$$

## 2.2 Model Meinhardt (Pembentukan Sel Hydra)

Pembentukan sel *Hydra* dipengaruhi oleh zat pengaktif dan zat penghambat yang terjadi melalui proses difusi yaitu gerakan molekul dari suatu daerah dengan konsentrasi tinggi ke daerah lain dengan konsentrasi lebih rendah yang disebabkan oleh energi kinetik molekul-molekul tersebut [15]. Tiap molekul cenderung bergerak lurus sampai terbentur pada molekul lain kemudian terpental dan bergerak ke arah lain. Setelah tersebar secara merata maka molekul tersebut tetap bergerak, tetapi apabila ada molekul yang bergerak dengan cepat dari kiri ke kanan, secepat itu pula ada molekul lain yang bergerak dari kanan ke kiri sehingga keseimbangan dapat dipertahankan. [16] merumuskan sebuah model matematika yang menggambarkan pola pembentukan sel pada *Hydra*. Persamaan Meinhardt terdiri dari dua persamaan yang berjenis persamaan difusi. Dengan mendefinisikan  $a(x,t)$  sebagai *activator* (pengaktif) dan  $b(x,t)$  sebagai *inhibitor* (penghambat) pembentukan sel. Persamaan Meinhardt ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = sba^2 - r_a a + D_a \frac{\partial^2 a}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} = b_b - sba^2 - r_b b + D_b \frac{\partial^2 b}{\partial x^2}$$

dimana :

$a$  = Pengaktif (*activator*)

$b$  = Penghambat (*inhibitor*)

$s$  = Kepadatan Sel

$D_a$  = Difusi Pengaktif

$D_b$  = Difusi Penghambat

$r_a$  = Kerusakan Pengaktif

$r_b$  = Kerusakan Penghambat

$b_a$  = Laju Produksi Pengaktif

$b_b$  = Laju Produksi Penghambat

### 2.3 Tahapan Penelitian

Adapun tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- Mendiskritisasi persamaan Meinhardt yang merupakan sebuah model matematika yang menggambarkan pola pembentukan sel pada *Hydra* dengan menggunakan metode beda hingga skema eksplisit,
- mencari solusi numerik dari model matematika pembentukan sel *Hydra* tersebut.
- melakukan simulasi dengan bantuan *software* Matlab,
- Analisis hasil simulasi, dan
- membuat kesimpulan hasil simulasi.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 3.1 Model Pengaruh pengaktif dan penghambat

Parameter yang digunakan dalam model pengaruh pengaktif dan penghambat terhadap pembentukan sel pada *Hydra* diambil dari jurnal yang dirumuskan oleh Hans [16] dalam karya tulisnya yang berjudul *Models of Biological Pattern Formation* sebagai berikut:

Pengaktif (*activator*)  $a(x,t)$

$$\frac{\partial a(x,t)}{\partial t} = sb(x,t)a^2(x,t) - r_a a(x,t) + D_a \frac{\partial^2 a(x,t)}{\partial x^2(x,t)}$$

Penghambat (*inhibitor*)  $b(x,t)$

$$\frac{\partial b(x,t)}{\partial t} = b_b - sb(x,t)a^2(x,t) - r_b b(x,t) + D_b \frac{\partial^2 b(x,t)}{\partial x^2(x,t)}$$

Perubahan konsentrasi pengaktif persatuan waktu sebanding dengan kepadatan sel  $s$  yang menggambarkan kemampuan sel tersebut untuk melakukan reaksi dan sebanding dengan berkurangnya kerusakan pengaktif melalui pertukaran dengan sel tetangganya akibat difusi. Sedangkan perubahan konsentrasi penghambat persatuan waktu sebanding dengan laju produksi penghambat dan sebanding dengan berkurangnya kerusakan penghambat [16].

Supaya pembentukan pola dapat terjadi maka penghambat harus berdifusi jauh lebih cepat dari pengaktif ( $D_b \geq D_a$ ). Pola akan stabil jika tingkat kerusakan penghambat lebih tinggi dibandingkan dengan pengaktif ( $r_b > r_a$ ), dan jika keadaan sebaliknya terjadi ( $r_a > r_b$ ) maka osilasi akan terjadi.  $b_a$  menggambarkan laju produksi *activator-independent* kecil dari pengaktif yang diperlukan untuk memulai produksi *activator autocatalytic* pada tingkat rendah pada  $a$ , misalnya selama regenerasi berlangsung. Dalam kebanyakan simulasi, kepadatan sel  $s$  diasumsikan merata kecuali beberapa fluktuasi acak kecil yang memicu pembentukan pola dan yang tetap konstan selama simulasi [16].

### 3.2 Diskritisasi Persamaan Meinhardt

#### 3.2.1 Diskritisasi dengan Metode Beda Hingga Skema Eksplisit pada Activator

Berikut merupakan proses diskritisasi model pengaktif, persamaan yang digunakan yaitu persamaan:

$$\frac{\partial a(x,t)}{\partial t} = sb(x,t)a^2(x,t) - r_a a(x,t) + D_a \frac{\partial^2 a(x,t)}{\partial x^2(x,t)} \quad (3)$$

Berdasarkan pernyataan [13] sebagaimana tercantum dalam kajian pustaka di atas, maka transformasi beda hingga maju untuk turunan  $t$  dan beda hingga pusat skema eksplisit untuk turunan  $x$  adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \frac{a_i^{n+1} - a_i^n}{\Delta t}$$

dan

$$\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} = \frac{a_{i-1}^n - 2a_i^n + a_{i+1}^n}{(\Delta x)^2}$$

Bentuk beda hingga disubstitusikan ke Persamaan (3), sehingga diperoleh bentuk persamaan diskrit sebagai berikut:

$$\frac{a_i^{n+1} - a_i^n}{\Delta t} = s \cdot b_i^n (a_i^n)^2 - r_a \cdot a_i^n + D_a \left( \frac{a_{i-1}^n - 2a_i^n + a_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} \right) \quad (4)$$

Persamaan (4) juga dapat ditulis dalam bentuk :

$$\frac{a_i^{n+1}}{\Delta t} = \frac{a_i^n}{\Delta t} + s \cdot b_i^n (a_i^n)^2 - r_a \cdot a_i^n + D_a \left( \frac{a_{i-1}^n - 2a_i^n + a_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} \right) \quad (5)$$

Persamaan (5) dikalikan dengan  $\Delta t$  pada kedua ruasnya, sehingga diperoleh :

$$a_i^{n+1} = a_i^n + s \Delta t \cdot b_i^n (a_i^n)^2 - r_a \Delta t \cdot a_i^n + D_a \Delta t \left( \frac{a_{i-1}^n - 2a_i^n + a_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} \right) \quad (6)$$

Dalam bentuk yang lebih sederhana dan untuk mengelompokkan antara diskritisasi waktu sekarang ( $n$ ) dan diskritisasi waktu yang akan datang ( $n+1$ ) dengan memisalkan bahwa:

$$P = \frac{D_a \Delta t}{(\Delta x)^2} \quad Q = r_a \Delta t \quad R = s \Delta t$$

maka Persamaan (6) dapat ditulis ulang dalam bentuk

$$\begin{aligned} a_i^{n+1} &= a_i^n + R \cdot b_i^n (a_i^n)^2 - Q \cdot a_i^n + P (a_{i-1}^n - 2a_i^n + a_{i+1}^n) \\ a_i^{n+1} &= P \cdot a_{i-1}^n + (1 - Q - 2P) \cdot a_i^n + P \cdot a_{i+1}^n + R \cdot b_i^n (a_i^n)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

Selanjutnya asumsikan bahwa  $M = 1 - Q - 2P$  dan  $c_i^n = b_i^n (a_i^n)^2$  sehingga dengan mensubstitusikan  $M = 1 - Q - 2P$  dan  $c_i^n = b_i^n (a_i^n)^2$  pada Persamaan (7) di atas, maka diperoleh:

$$a_i^{n+1} = P \cdot a_{i-1}^n + M \cdot a_i^n + P \cdot a_{i+1}^n + R \cdot c_i^n \quad (8)$$

### 3.2.2 Diskritisasi dengan Metode Beda Hingga Skema Eksplisit pada Inhibitor

Persamaan penghambat dalam pembentukan sel pada *Hydra* sebagaimana persamaan:

$$\frac{\partial b(x,t)}{\partial t} = b_b - sb(x,t)a^2(x,t) - r_b b(x,t) + D_b \frac{\partial^2 b(x,t)}{\partial x^2(x,t)} \quad (9)$$

Transformasi beda hingga maju untuk turunan  $t$  dan beda hingga pusat untuk turunan  $x$  adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial b}{\partial t} = \frac{b_i^{n+1} - b_i^n}{\Delta t}$$

dan

$$\frac{\partial^2 b}{\partial x^2} = \frac{b_{i-1}^n - 2b_i^n + b_{i+1}^n}{(\Delta x)^2}$$

Bentuk beda hingga disubstitusikan ke Persamaan (9), sehingga diperoleh bentuk persamaan diskrit sebagai berikut:

$$\frac{b_i^{n+1} - b_i^n}{\Delta t} = b_b - s \cdot b_i^n (a_i^n)^2 - r_b \cdot b_i^n + D_b \left( \frac{b_{i-1}^n - 2b_i^n + b_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} \right) \quad (10)$$

Persamaan (10) dapat disederhanakan menjadi :

$$\frac{b_i^{n+1}}{\Delta t} = \frac{b_i^n}{\Delta t} + b_b - s \cdot b_i^n (a_i^n)^2 - r_b \cdot b_i^n + D_b \left( \frac{b_{i-1}^n - 2b_i^n + b_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} \right) \quad (11)$$

Persamaan (11) dikalikan dengan  $\Delta t$  pada kedua ruasnya, sehingga diperoleh:

$$b_i^{n+1} = b_i^n + b_b \Delta t - s \Delta t \cdot b_i^n (a_i^n)^2 - r_b \Delta t \cdot b_i^n + D_b \Delta t \left( \frac{b_{i-1}^n - 2b_i^n + b_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} \right) \quad (12)$$

Dalam bentuk yang lebih sederhana dan untuk mengelompokkan antara diskritisasi waktu sekarang ( $n$ ) dan diskritisasi waktu yang akan datang ( $n+1$ ) dengan memisalkan bahwa:

$$T = \frac{D_b \Delta t}{(\Delta x)^2} \quad U = r_b \Delta t \quad V = s \Delta t \quad W = b_b \Delta t$$

maka persamaan (12) dapat ditulis ulang dalam bentuk:

$$b_i^{n+1} = b_i^n + W - V \cdot b_i^n (a_i^n)^2 - U \cdot b_i^n + T (b_{i-1}^n - 2b_i^n + b_{i+1}^n) \\ b_i^{n+1} = W + T \cdot b_{i-1}^n + (1 - U - 2T) b_i^n + T \cdot b_{i+1}^n - V \cdot b_i^n (a_i^n)^2 \quad (13)$$

Selanjutnya asumsikan bahwa  $N = 1 - U - 2T$  dan  $c_i^n = b_i^n (a_i^n)^2$  sehingga dengan mensubstitusikan  $N = 1 - U - 2T$  dan  $c_i^n = b_i^n (a_i^n)^2$  pada Persamaan (13) di atas, maka diperoleh:

$$b_i^{n+1} = W + T \cdot b_{i-1}^n + N \cdot b_i^n + T \cdot b_{i+1}^n - V \cdot c_i^n \quad (13)$$

Dari proses diskritisasi di atas, maka diperoleh sistem persamaan *Meinhardt* diskrit sebagai berikut :

$$a_i^{n+1} = P \cdot a_{i-1}^n + M \cdot a_i^n + P \cdot a_{i+1}^n + R \cdot c_i^n$$

$$b_i^{n+1} = W + T \cdot b_{i-1}^n + N \cdot b_i^n + T \cdot b_{i+1}^n - V \cdot c_i^n$$

Dari sistem persamaan diskrit di atas, untuk  $i = 1, 2, 3, \dots, j$  maka diperoleh persamaan aljabar terkait dengan untuk Persamaan *activator* (6) yang dapat ditulis dalam bentuk persamaan matriks:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_{j-1} \\ a_j \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} M & P & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P & M & P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & M & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P & M & P \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_{j-1} \\ a_j \end{bmatrix}^n + R \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_{j-1} \\ c_j \end{bmatrix}^n$$

Selanjutnya dari persamaan aljabar terkait dengan persamaan *inhibitor* (12) untuk  $i = 1, 2, 3, \dots, j$  maka diperoleh sistem linier yang dapat ditulis dalam bentuk persamaan matriks:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_{j-1} \\ b_j \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} W \\ W \\ W \\ \vdots \\ W \\ W \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N & T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T & N & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T & N & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T & N & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_{j-1} \\ b_j \end{bmatrix}^n - V \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_{j-1} \\ c_j \end{bmatrix}^n$$

### 3. 3. Simulasi Numerik

Berikut disajikan hasil simulasi numerik berupa solusi persamaan *Meinhardt* terkait dengan pertumbuhan sel pada hydra. Diasumsikan bahwa panjang tubuh hydra adalah 18 mm. Akan ditentukan pertumbuhan sel *activator* dan sel *inhibitor* pada setiap jarak 2 mm di setiap tubuh hydra untuk tiap satuan waktu. Selanjutnya ditetapkan kondisi batas yakni:  $\mathbf{a}(x, 0) = 20 \text{ sel}$  dan  $\mathbf{b}(x, 0) = 80 \text{ sel}$ .

**Tabel 1. Data Estimasi Parameter**

NO	Parameter	Deskripsi	Nilai
1	$s$	Kepadatan sel	0,0001
2	$D_a$	Difusi Pengaktif	0,025
3	$D_b$	Difusi Penghambat	0,4
4	$r_a$	Kerusakan Pengaktif	0,01
5	$r_b$	Kerusakan Penghambat	0,0
6	$b_a$	Laju Produksi Pengaktif	0,01
7	$b_b$	Laju produksi Penghambat	0,01

Sumber: [16]

Dengan mensubstitusikan nilai parameter di atas maka diperoleh nilai:

$$P = \frac{D_a \Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{0.025(1)}{(1)^2} = 0.025$$

$$Q = r_a \Delta t = 0.010(1) = 0.010$$

$$R = s \Delta t = 0.0001(1) = 0.0001$$

$$T = \frac{D_b \Delta t}{(\Delta x)^2} = \frac{0.400(1)}{(1)^2} = 0.400$$

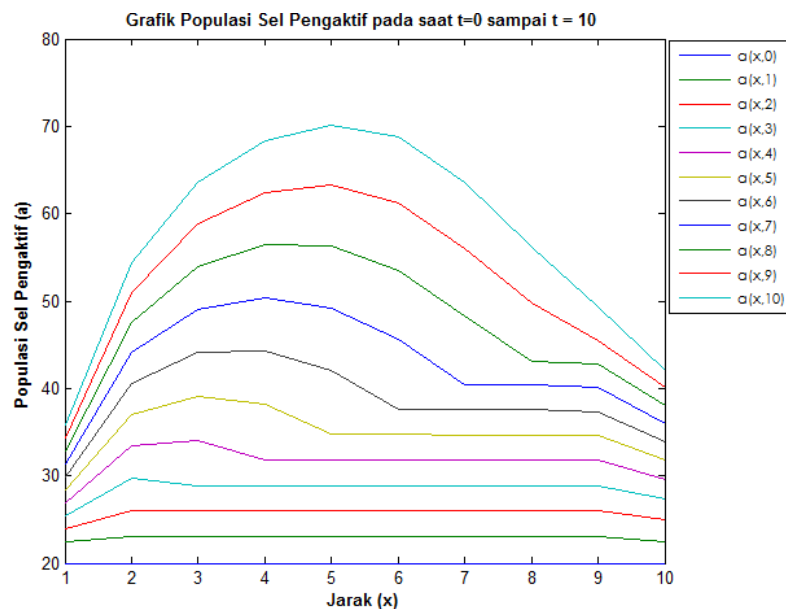
$$U = r_b \Delta t = 0(1) = 0$$

$$V = s \Delta t = 0.0001(1) = 0.0001 \quad W = b_b \Delta t$$

**Tabel 2. Data hasil simulasi numerik pengaruh pengaktif pada sel Hydra**

$n$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$	$a_{10}$
0	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
1	22.500	23.000	23.000	23.000	23.000	23.000	23.000	23.000	22.500	22.500
2	23.993	25.957	25.957	25.957	25.957	25.957	25.957	25.957	25.957	24.925
3	25.471	29.747	28.910	28.910	28.910	28.910	28.910	28.910	28.872	27.278
4	26.955	33.419	34.100	31.821	31.821	31.821	31.821	31.820	31.744	29.563
5	28.441	37.039	39.143	38.161	34.703	34.703	34.702	34.699	34.574	31.783
6	29.929	40.604	44.133	44.319	42.057	37.556	37.555	37.549	37.362	33.940
7	31.417	44.117	49.067	50.415	49.195	45.604	40.380	40.369	40.107	36.038
8	32.904	47.580	53.945	56.448	56.259	53.418	48.305	43.159	42.811	38.078
9	34.387	50.995	58.767	62.418	63.245	61.139	56.020	49.707	45.473	40.064
10	35.868	54.362	63.535	68.324	70.154	68.763	63.629	56.121	49.310	41.997

Berdasarkan tabel simulasi numerik maka diperoleh grafik populasi sel pengaktif pada saat  $t = 0$  sampai  $t = 10$  adalah sebagai berikut:



**Gambar 2.** Grafik Populasi Sel Pengaktif Pada Saat  $t = 0$  sampai dengan  $t = 10$

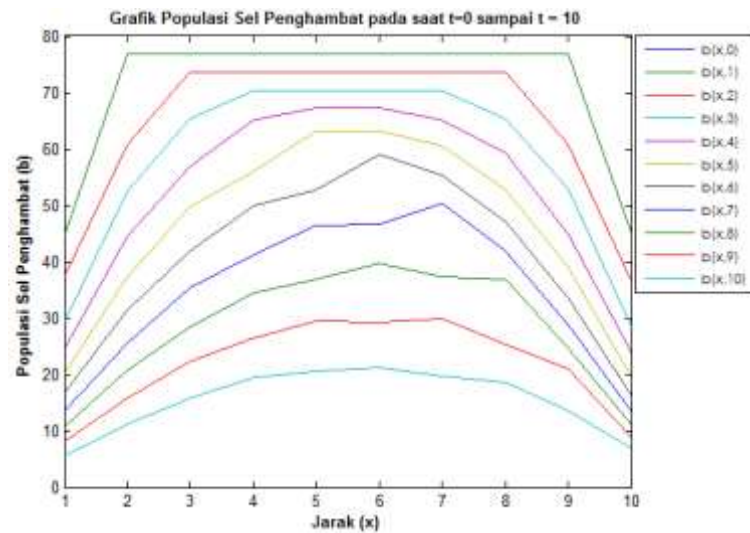
Grafik populasi sel pengaktif yang diperoleh dari hasil simulasi numerik pertumbuhan selnya selalu naik pada saat  $t = 0$  sampai  $t = 10$  dan pada saat  $t = 0$  sampai  $t = 5$  memiliki pertumbuhan sel yang tidak terlalu signifikan atau cenderung memiliki nilai yang sedikit berbeda. Sedangkan pada saat  $t = 6$  sampai  $t = 10$  memiliki pertumbuhan sel yang cukup signifikan atau cenderung memiliki nilai yang jauh berbeda, sehingga dapat dilihat bahwa grafik pertumbuhan sel pada bagian tengah nilainya cukup signifikan. Namun, dibagian ujungnya cenderung tidak terlalu signifikan.

**Tabel 3.** Data hasil simulasi numerik pengaruh penghambat sel hydra

$n$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$b_6$	$b_7$	$b_8$	$b_9$	$b_{10}$
0	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80
1	44.810	76.810	76.810	76.810	76.810	76.810	76.810	76.810	76.810	44.810
2	37.427	60.820	73.620	73.620	73.620	73.620	73.620	73.620	60.820	36.496
3	29.555	52.495	65.310	70.430	70.430	70.430	70.430	65.310	53.020	28.437
4	24.650	44.357	56.783	65.192	67.240	67.240	65.192	59.252	44.913	23.705
5	20.414	37.357	49.727	56.056	63.230	63.230	60.445	52.702	38.975	19.516
6	16.767	31.440	41.862	49.803	52.756	58.926	55.272	47.118	33.492	16.330
7	13.671	25.651	35.421	41.216	46.438	46.695	50.282	41.739	28.877	13.467
8	10.736	20.679	28.383	34.396	36.847	39.726	37.241	36.822	24.668	11.054
9	8.160	15.695	22.258	26.380	29.413	29.279	29.878	25.279	20.894	8.888
10	5.651	11.218	15.833	19.353	20.541	21.217	19.610	18.516	13.535	6.945

Berdasarkan tabel simulasi numerik maka diperoleh grafik populasi sel penghambat pada saat  $t = 0$  sampai  $t = 10$  adalah sebagai berikut





**Gambar 3.** Grafik Populasi Sel Penghambat Pada Saat  $t = 0$  sampai dengan  $t = 10$

Berbeda dengan grafik populasi sel pengaktif. Grafik populasi sel penghambat memiliki pertumbuhan sel yang cenderung menurun. Dapat dilihat pada grafik pada saat  $t = 0$  sampai  $t = 5$  memiliki pertumbuhan sel yang tidak terlalu signifikan atau cenderung memiliki nilai yang sedikit berbeda. Sedangkan pada saat  $t = 6$  sampai  $t = 10$  memiliki pertumbuhan sel yang cukup signifikan atau cenderung memiliki nilai yang jauh berbeda, sehingga dapat dilihat bahwa grafik pertumbuhan sel pada bagian tengah ke bawah nilainya cukup signifikan. Namun, dibagian ujung atas cenderung tidak terlalu signifikan.

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan maka dapat disimpulkan bahwa:

- Bentuk diskrit dari persamaan Meinhardt dengan menggunakan metode beda hingga skema eksplisit adalah sebagai berikut:

*Activator* (pengaktif)

$$a_i^{n+1} = a_i^n + s\Delta t \cdot b_i^n (a_i^n)^2 - r_a \Delta t \cdot a_i^n + D_a \Delta t \left( \frac{a_{i-1}^n - 2a_i^n + a_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} \right)$$

*Inhibitor* (penghambat)

$$b_i^{n+1} = b_i^n + b_b \Delta t - s\Delta t \cdot b_i^n (a_i^n)^2 - r_b \Delta t \cdot b_i^n + D_b \Delta t \left( \frac{b_{i-1}^n - 2b_i^n + b_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} \right)$$

- Populasi sel pengaktif memiliki pertumbuhan sel yang cenderung naik per satuan waktu, sebaliknya populasi sel penghambat cenderung menurun pertumbuhan selnya per satuan waktu.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] N. A. Campbell and J. B. Reece, *Biologi Edisi ke 8 Jilid 1*, Jakarta: Erlangga, 2008.
- [2] E. Sloane, *Anatomi dan Fisiologi Untuk Pemula*, Jakarta: EGC, 2003.
- [3] Y. Kastawi, *Zoology Avetebrata*, Malang: UM Press, 2005.
- [4] A. Gierer, *Biological Features and Physical Concepts of Pattern Formation Exemplified by Hydra*. Current Topics in Developmental Biology, Published by Elsevier Inc, 1977.
- [5] G. Ledder, *Differential Equations: A Modeling Approach*, New York: McGraw-Hill, 2005.
- [6] H. Liu, F. Hussain, C. L. Tan and M. Dash, "Discretization: An Enabling Technique," *Data mining and knowledge discovery*, vol. 6, no. 4, 2002.
- [7] J. M. Vaquero, S. Sajavicius, "The two-level finite difference schemes for the heat equation with nonlocal initial condition," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 3421, 2019.

- [8] K. Li, W. Liao, "An efficient and high accuracy finite difference scheme for the acoustic wave equation in 3D heterogeneous media," *Journal of Computational Science*, vol. 40, 2020.
- [9] Y. Liu, "Maximizing the CFL number of stable time space domain explicit finite difference modeling," *Journal of Computational Physics*, vol. 4161, 2020.
- [10] A. Zlotnik, "On L2-dissipativity of linearized explicit finite difference schemes with a regularization on a non-uniform spatial mesh for the 1D gas dynamics equations," *Applied Mathematics Letters*, vol. 92, 2019.
- [11] D. Jeong, J. Kim, "An explicit hybrid finite difference scheme for the Allen–Cahn equation," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 3401, 2018.
- [12] S. P. Aly, N. Barth, B. W. Figgis, and S. Ahzi, "A fully transient novel thermal model for in-field photovoltaic modules using developed explicit and implicit finite difference schemes," *Journal of Computational Science*, vol. 27, 2018.
- [13] D. Luknanto, *Model Matematika.*, Yogyakarta:: Bahan Kuliah tidak dipublikasikan Jurusan Teknik Sipil FT UGM, 2003.
- [14] L. Lapidus and G. F. Pinder, *Numerical Solution of Partial Differential Equations in Science and Engineering*, New York: A Wiley-Interscience Publication., 1981.
- [15] C. A. Villee, *General Zoologi Sixth Edition*, Jakarta: Erlangga, 1984.
- [16] H. Meinhardt, *Models of Biological Pattern Formation*, 2012.