Jurnal Barekeng
Vol. 6 No. 1 Hal. 31 – 40 (2012)

Barekeng
jurnal ilmu matematika dan terapan

ANALISIS REGRESI KOMPONEN UTAMA UNTUK MENGATASI MASALAH MULTIKOLINIERITAS DALAM ANALISIS REGRESI LINIER BERGANDA
(Studi Kasus: Curah Hujan di Kota Ambon Tahun 2010)

The Regretion Principal Component Analysis To Overcoming The problem Of Multicolinearity At Doubled Linear Rregretion Analysis
(Case Study: Rainfall in Ambon on 2010)

G. L. MARCUS[1], H. J. WATTIMANELA[2], Y. A. LESNUSSA[3]
[1,2,3] *Staf Jurusan Matematika FMIPA UNPATTI*
Jl. Ir. M. Putuhena, Kampus Unpatti, Poka-Ambon
e-mail: ya.lesnussa@staff.unpatti.ac.id

ABSTRACT

The climate in Ambon, are influenced by sea climate and season climate, cause of this island arrounded by sea, it is make very high rainfall intensity. A very high collinearity between independent variables, make the estimate can not rely be ordinary least square method so it market with not real regretion coefficient and the collinearity. Collinearity can be detected by linier correlation coefficient between independent variables and also with VIF way. Regretion principal component analysis is used to remove collinearity and all of independent variable into model, this analysis is regretion analysis technique wher eare combinated with principal component analysis technique. The object of this analysis is to simplify the variable by overcast it dimension, we can do it removes the correlation between coefficient by transformation. Regresion can help to solve this case rainfall in Ambon on 2010. So the colinearity to independent variables can be overcome and then we can get the best regretion rutes.

Keywords: *Rainfall, Principal Component, ordinary Least Square, Colinearty, Regretion*

PENDAHULUAN

Analisis regresi linier adalah teknik statistika yang dapat digunakan untuk menjelaskan pengaruh variabel bebas (*independent variable*) terhadap variabel tak bebas (*dependent variable*). Salah satu asumsi yang harus dipenuhi untuk melakukan pengujian hipotesis terhadap parameter pada analisis regresi linier berganda adalah tidak terjadinya korelasi antar variabel bebas (multikolinier).

Jika antara variabel berkolerasi tinggi, pengujian hipotesis parameter berdasarkan metode kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square*) memberikan hasil yang tidak valid (galat yang dihasilkan akan menjadi besar, variansi dan kovariansi parameter tidak berhingga), diantaranya variabel-variabel bebas yang seharusnya berpengaruh signifikan terhadap variabel tak bebas akan dinyatakan sebaliknya (tidak nyata secara statistik), tanda koefisien regresi dugaan yang dihasilkan bertentangan dengan kondisi aktual, penduga koefisien regresi bersifat tidak stabil sehingga mengakibatkan sulitnya menduga nilai-nilai variabel tak bebas yang tentunya akan mengakibatkan tidak akuratnya pada peramalan (Myers, 1991).

Kondisi ini mendorong untuk dikembangkannya suatu cara atau teknik yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah multikolinieritas pada analisis regresi linier berganda. Salah satu solusi yang dapat digunakan adalah dengan menggunakan analisis komponen utama (*principal component analysis/*PCA), melalui penggunaan analisis ini akan dihasilkan variabel-variabel baru yang merupakan kombinasi linier dari variabel-variabel bebas asal dan antar variabel baru ini bersifat saling bebas. Variabel-variabel yang baru ini disebut komponen utama , dan selanjutnya diregresikan dengan variabel tak bebas.

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan di atas, maka masalah yang dibahas dalam penelitian ini adalah menggunakan analisis regresi komponen utama untuk mengatasi masalah multikolinieritas antara variabel-variabel bebas sehingga diperoleh persamaan regresi linier yang lebih baik dalam analisis linier berganda, serta penerapannya pada kasus Curah Hujan di Kota ambon.

TINJAUAN PUSTAKA

Prinsip metode kuadrat terkecil diperlukan untuk menafsir β_1 dan β_2 sehingga $\sum e_i^2$ minimum. Artinya, akan dicari β_1 dan β_2 sedemikian hingga model regresi yang terestimasi dekat sekali dengan model regresi yang sesungguhnya. Secara matematis, β_1 dan β_2 dipilih sedemikian hingga bentuk berikut terpenuhi (Djalal Nachrowi *et al*, 2002):

$$\text{Meminimumkan } \sum e_i^2 = \sum (Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_i)^2$$

Istilah multikolinieritas merupakan hubungan linier yang sempurna atau eksak diantara variabel-variabel bebas dalam model regresi. Istilah kolinieritas sendiri berarti hubungan linier tunggal, sedangkan kolinieritas ganda atau multikolinieritas menunjukan adanya lebih dari satu hubungan linier yang sempurna (Supranto, 1992).

Cara dalam menghadapi multikolinieritas berdasarkan metode kuadrat terkecil memberikan hasil yang tidak valid, sehingga dapat digunakan analisis komponen utama. Analisis komponen utama adalah teknik yang digunakan untuk menyederhanakan suatu data, dengan cara mentransformasi data secara linier sehingga terbentuk sistem koordinat baru dengan varians maksimum. Analisis komponen utama dapat digunakan untuk mereduksi dimensi suatu data tanpa mengurangi karakteristik data tersebut secara signifikan (Johnson, 2002).

Analisis komponen utama juga dikenal dengan Transformasi Karhunen-Loève (dinamakan untuk menghormati Kari Karhunen dan Michel Loève) atau Transformasi Hotelling (dinamakan untuk menghormati Harold Hotelling). Analisis komponen utama juga merupakan salah satu teknik statistika multivariat yang dapat menemukan karakteristik data yang tersembunyi. Dalam penerapannya, analisis komponen utama, justru dibatasi oleh asumsi-asumsinya, yaitu asumsi kelinearan model regresi, asumsi keortogonalan komponen utama, dan asumsi varians yang memiliki struktur yang penting (Harvey, 2009).

Multikolinieritas

Istilah Multikolinieritas mula-mula ditemukan oleh Ragnar Frisch pada tahun 1934 yang berarti adanya hubungan linier antara variabel X_i. Maksud dari adanya hubungan linier antara variabel X_i adalah sebagai berikut: misalkan hubungan linier antara X_1 dan X_2. Misalkan secara substansi diketahui bahwa total pendapatan (X_1) adalah penjumlahan pendapatan dari upah (X_2) dan pendapatan bukan dari (X_3), hubungannya adalah $X_1 = X_2 + X_3$. Bila model ini diestimasi dengan metode kuadrat terkecil maka β_1 tidak diperoleh karena $[X'X]^{-1}$ tidak dapat dicari, kejadian inilah yang dinamakan multikolinieritas sempurna.

Dalam hal lain, misalkan:

$$\text{Konsumsi} = \beta_1 + \beta_2 \text{ pendapatan} + \beta_3 \text{ kekayaan} + \varepsilon$$

Ada hubungan positif antara kekayaan dan pendapatan, dalam arti seseorang yang kaya cenderung berpendapatan tinggi. Jika model ini diestimasi dengan metode kuadrat terkecil, β dapat ditentukan, tetapi variansi yang dihasilkan besar yang mengakibatkan galatnya besar dan interval kepercayaannya semakin besar, sehinggga β kurang tepat. Disimpulkanlah terjadi multikolinieritas yang hampir sempurna. Permasalahan ini mengakibatkan dampak yang tidak baik bagi model. Pada analisis regresi, multikolinieritas dikatakan ada apabila beberapa kondisi berikut dipenuhi:

a. Dua variabel berkorelasi sempurna (oleh karena itu vektor-vektor yang menggambarkan variabel tersebut adalah kolinier).
b. Dua variabel bebas hampir berkorelasi sempurna yaitu koefisien korelasinya mendekati ± 1.
c. Kombinasi linier dari beberapa variabel bebas berkorelasi sempurna atau mendekati sempurna dengan variabel bebas yang lain.
d. Kombinasi linier dari satu sub-himpunan variabel bebas berkorelasi sempurna dengan satu kombinasi linier dari sub-himpunan variabel bebas yang lain.

Pendeteksian Multikolinieritas

Ada beberapa cara untuk mengetahui ada tidaknya multikolinieritas diantaranya adalah:

a. Nilai korelasi (korelasi antar variable bebas)
   Pendektesian ini merupakan pendektesian yang paling sederhana dan paling mudah. Jika elemen $|r_{ij}|$ mendekati satu atau $|r_{ij}| > 0.75$, maka X_i dan X_j mungkin adalah benar-benar masalah multikolinieritas.

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1p} & r_{2p} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$$r_{ik} = \frac{1}{n-2}\sum_{r=1}^{n}\left(\frac{x_{ir}-\bar{x}_i}{\sqrt{S_{ii}}}\right)\left(\frac{x_{kr}-\bar{x}_k}{\sqrt{S_{kk}}}\right)$$

Untuk $i = k$ menghasilkan $r = 1$

b. Faktor variansi inflasi (*Varience Inflation Factor/ VIF*)
   Adalah merupakan elemen diagonal utama dari invers matriks korelasi. Faktor variansi inflasi kecil, maka multikolinieritas lebih sederhana. Faktor inflasi yang melebihi 10 maka multikolinieritas dikatakan ada.
c. Nilai Determinan
   Nilai determinan terletak antara 0 dan 1. Bila nilai determinan 1, kolom matriks X adalah ortogonal dan bila nilainya 0 disana ada sebuah ketergantungan linier yang nyata antara kolom X. Nilai yang lebih kecil determinannya maka tingkat multikolinieritasnya lebih besar.
d. Jika pengujian F untuk regresi adalah nyata tetapi pengujian pada koefisien regresi secara individu tidak nyata, maka multikolinieritas mungkin menjadi ada.

Analisis Komponen Utama

Analisis komponen utama merupakan teknik statistik yang digunakan untuk menjelaskan struktur variansi-kovariansi dari sekumpulan variabel melalui beberapa variabel baru dimana variabel baru ini saling bebas, dan merupakan kombinasi linier dari variabel asal. Selanjutnya variabel baru ini dinamakan komponen utama. Secara umum tujuan dari analisis komponen utama adalah mereduksi dimensi data sehingga lebih muda untuk menginterpretasikan data-data tersebut.

Analisis komponen utama bertujuan untuk menyederhanakan variabel yang diamati dengan cara menyusutkan dimensinya. Hal ini dilakukan dengan menghilangkan korelasi variabel melalui transformasi variabel asal ke variabel baru yang tidak berkorelasi. Variabel baru (Y) disebut komponen utama yang merupakan yang merupakan hasil transformasi dari variabel asal X yang modelnya dalam bentuk catatan matriks adalah:

$$Y = AX \tag{1}$$

dengan:

A = matriks yang melakukan transformasi terhadap variabel asal x, sehingga diperoleh vektor komponen y.

Penjabarannya adalah sebagai berikut:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_p \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1p} & a_{2p} & \cdots & a_{pp} \end{bmatrix},$$

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_p \end{bmatrix}$$

Curah hujan

Iklim di Kota Ambon adalah iklim laut tropis dan iklim musim, karena letak pulau Ambon di kelilinggi oleh laut. Oleh karena itu iklim di sini sangat dipengaruhi oleh lautan dan berlangsung bersamaan dengan iklim musim, yaitu musim Barat atau Utara dan musim Timur atau Tenggara. Pergantian musim selalu diselingi oleh musim Pancaroba yang merupakan transisi dari kedua musim tersebut. Musim Barat umumnya berlangsung dari bulan Desember sampai dengan bulan Maret, sedangkan pada bulan April merupakan masa transisi ke musim Timur dan musim Timur berlangsung dari bulan Mei sampai dengan bulan Oktober disusul oleh masa pancaroba pada bulan Nopember yang merupakan transisi ke musim Barat.

tahun 2010 di Kota Ambon Curah Hujan dengan intensitas tinggi disertai angin kencang telah memicu terjadinya sejumlah bencana banjir, tanah longsor, dan terjangan angin puting beliung di beberapa Desa. Terjadinya penyimpangan iklim yang memicu tingginya curah hujan di Kota ambon tidak terlepas dari beberapa faktor pengendali curah hujan seperti memanasnya suhu muka laut, tekanan angin, kelembaban, penyinara matahari, kecepata angin. Hasil prediksi Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika (BMKG). Pada bulan Agustus hingga September 2010 diprediksi Curah Hujan di Kota Ambon sedang, pada Oktober 2010 hingga Januari 2011 Curah Hujan di Kota ambon tinggi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Regresi Komponen Utama

Regresi komponen utama merupakan teknik analisis regresi yang dikombinasikan dengan analisis komponen utama, dimana analisis komponen utama dijadikan sebagai tahap analisis. Analisis komponen utama merupakan analisis yang memperkecil dimensi variabel tanpa kehilangan banyak informasi, dengan tujuan menyederhanakan variabel yang diamati dengan cara mereduksi dimensinya.

Cara pembentukan regresi komponen utama melalui analisis komponen utama ada dua cara. Kedua cara tersebut digunakan tergantung pada kondisi range amatan pada variabel bebas.

1. Regresi komponen utama yang dibentuk berdasarkan matriks kovariansi
   Misalkan matriks P adalah matriks ortogonal dengan memenuhi $P'P = PP' = 1$. Karena $W = X_c P$, maka proses persamaan regresi linier berganda menjadi regresi komponen utama yaitu :
   $$Y = X_c + \varepsilon$$

$$Y = X_c PP'\beta + \varepsilon$$
$$Y = W\alpha + \varepsilon \quad (2)$$

Model regresi komponen utama yang telah direduksi menjadi k komponen utama adalah : $Y = \alpha_0 1 + W_k \alpha_k + \varepsilon$ (3)

Dengan :

X_c = matriks yang elemen-elemennya dikurang dengan rataannya yang mensyaratkan rataan nol dan variansi σ^2

Y = variabel tak bebas

α_0 = intersep

1 = vektor yang elemen – elemennya adalah 1 berukuran nx1

W_k = suatu matriks berukuran nxk yang elemennya terdapat komponen utama

α_k = vektor koefisien komponen utama berukuran kx1

ε = vektor galat berukuran nx1

2. Regresi komponen utama yang dibentuk berdasarkan matriks korelasi

Persamaan regresi komponen utama berdasarkan matriks korelasi yaitu variabel $X_1, X_2, \ldots, X_p$ diganti dengan variabel baku $Z_p, Z_p, \ldots, Z_p$. Umumnya proses untuk memperoleh persamaan regresi komponen utama berdasarkan matriks korelasi mempunyai proses yang sama pada penurunan persamaan regresi komponen utama berdasarkan matriks kovariansi, maka model regresi komponen utama berdasarkan matriks korelasi adalah sebagai berikut:

$$Y = \alpha_0 1 + W_k \alpha_k + \varepsilon \quad (4)$$

Dengan :

Y = adalah variabel tak bebas

α_0 = intersep

1 = vektor yang elemen-elemennya adalah 1 berukuran nx1

W_k = suatu matriks berukuran nxk yang elemennya terdapat komponen utama, dimana $W_k = ZP_k$

α_k = vektor koefisien komponen utama berukuran kx1

ε = vektor galat berukuran nx1

Nilai Ekspektasi dan Variansi Penduga Koefisien Regresi Komponen Utama

Nilai ekspektasi bias penduga koefisien regresi komponen utama yaitu:

$$\sum_{m=k+1}^{p} ((n-1)\,\lambda_m)^{-1} \mathrm{e}_m \mathrm{e}_m' \mathrm{Z}_\mathrm{c}' \mathrm{Y}$$

sementara itu, nilai variansi regresi komponen utama adalah

$$\sigma^2((n-1)\lambda_1)^{-1}$$

dimana nilai

$$Cov\,(W_1, W_j) = 0; \mathrm{i}, j = 1,2, \ldots, p \text{ dan } i \neq j.$$

Sementara itu nilai variansi $\hat{\beta}_1^*$ adalah:

$$\hat{\beta}_1^* = \frac{\hat{\sigma}^2}{n-1}\left(\sum_{m-1}^{k} \frac{e_{mj}^2}{\boldsymbol{\lambda_m}}\right),$$

dan nilai variansi penduga adalah:

$$\hat{\gamma}_j = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_{jj}(n-1)} \sum_{m=1}^{k} \frac{e_{mj}^2}{\lambda_m}$$

Analisis Curah Hujan di Kota Ambon tahun 2010 dengan Analisis Regresi Komponen Utama

Sebagai langkah awal untuk analisis regresi komponnen utama, maka perlu dibentuk komponen utama dari p variabel yang kemudian direduksi menjadi 1,2,..., p komponen prinsip. Sebelum membentuk komponen utama maka perlu dilakukan uji kolinieritas untuk mengetahui apakah variabel bebas telah memenuhi kondisi tidak berkorelasi. Beberapa kriteria yang dapat digunakan untuk mengetahui adanya multikolinieritas diantara variabel bebas yaitu dengan menggunakan koefisien korelasi dan VIF (*Variance Inflation Factors*).

Berikut adalah data curah hujan Kota Ambon tahun 2010 beserta faktor-faktor yang mempengaruhinya yang disajikan dalam Tabel 3 berikut :

Tabel 3: Data curah hujan tahun 2010 Bulan Januari-Desember

Bulan	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Januari	165.6	27.3	48.8	1010.0	81.0	4.6
Ferbuari	32.2	28.0	72.8	1011.0	78.0	4.2
Maret	109.4	27.8	64.4	1010.8	81.0	3.8
April	113.0	27.6	66.6	1010.4	83.0	3.8
Mei	353.1	27.3	64.2	1009.4	87.0	3.5
Juni	833.0	26.0	33.9	1011.5	90.0	3.3
Juli	736.3	25.9	40.6	1010.9	90.0	3.3
Agustus	848.9	25.7	43.0	1011.5	91.0	3.5
September	213.3	26.4	60.9	1009.7	88.0	3.5
Oktober	105.8	27.0	62.4	1008.7	86.0	3.6
November	145.5	27.0	64.9	1008.4	85.0	3.6
Desember	275.6	26.8	45.0	1006.3	85.0	3.6

Berdasarkan pada Tabel 3, model regresi berganda dengan menggunakan metode kuadrat terkecil untuk menduga koefisien regresi adalah:

$$\hat{Y} = -68166 + 38x_1 - 13.5x_2 + 65.6x_3 + 28.8x_4 - 119x_5$$

Berdasarkan output minitab juga dapat disimpulkan bahwa semua koefisien regresi tersebut tidak nyata, dengan faktor inflasi ragam dari X_1, X_2, X_3, X_4 dan X_5 sebesar 15,4; 3,6; 1,1; 17,5; 4,5. Harga skor faktor inflasi ragam untuk X_1 dan X_4 nilainya lebih dari 10 sehingga menandakan adanya multikolinieritas. Selain itu juga untuk mendeteksi adanya multikolinieritas dapat dilihat dengan matriks korelasi dengan langkah sebagai berikut:

Akan dicari nilai rata-rata sebagai berikut:
Diketahui:
$n = 12$

$$\bar{Y} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Y_i}{n} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + \cdots + y_{11} + y_{12}}{12}$$

$$\bar{Y} = \frac{165.6 + 32.2 + 109.4 + \cdots + 275.6}{12} = 327.642$$

$$\bar{X}_1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_{1i}}{n}$$

$$= \frac{x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + \cdots + x_{1\,11} + x_{1\,12}}{12}$$

$$\bar{X}_1 = \frac{27.3 + 28 + 27.8 + \cdots + 27 + 26.8}{12} = 26.9$$

$$\bar{X}_2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_{2i}}{n} = \frac{x_{21} + x_{22} + x_{23} + \cdots + x_{2\,11} + x_{2\,12}}{12}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{48.8 + 72.8 + 64.4 + \cdots + 64.9 + 45}{12} = 55.625$$

$$\bar{X}_3 = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_{3i}}{n} = \frac{x_{31} + x_{32} + x_{33} + \cdots + x_{3\,11} + x_{3\,12}}{12}$$

$$\bar{X}_3 = \frac{1010 + 1011 + \cdots + 1006.3}{12} = 1009.88$$

$$\bar{X}_4 = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_{4i}}{n} = \frac{x_{41} + x_{42} + x_{43} + \cdots + x_{4\,11} + x_{4\,12}}{12}$$

$$\bar{X}_4 = \frac{81 + 78 + 81 + 83 + \cdots + 85 + 85}{12} = 85.4167$$

$$\bar{X}_5 = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_{5i}}{n} = \frac{x_{51} + x_{52} + x_{53} + \cdots + x_{5\,12}}{12}$$

$$\bar{X}_5 = \frac{4.6 + 4.2 + 3.8 + \cdots + 3.6 + 3.6}{12} = 3.692$$

Setelah mendapat nilai $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \bar{X}_4$ maka akan dihitung V

$$V = (X - \bar{X})$$

$$V = \begin{bmatrix} 27.3 - 26.9 & 48.8 - 55.625 & 1010.0 - 1009.8833 & 81 - 85.4167 & 4.6 - 3.6917 \\ 28.0 - 26.9 & 72.8 - 55.625 & 1011.0 - 1009.8833 & 78 - 85.4167 & 4.2 - 3.6917 \\ 27.8 - 26.9 & 64.4 - 55.625 & 1010.8 - 1009.8833 & 81 - 85.4167 & 3.8 - 3.6917 \\ 27.6 - 26.9 & 66.6 - 55.625 & 1010.4 - 1009.8833 & 83 - 85.4167 & 3.8 - 3.6917 \\ 27.3 - 26.9 & 64.2 - 55.625 & 1009.4 - 1009.8833 & 87 - 85.4167 & 3.5 - 3.6917 \\ 26.0 - 26.9 & 33.9 - 55.625 & 1011.5 - 1009.8833 & 90 - 85.4167 & 3.3 - 3.6917 \\ 25.9 - 26.9 & 40.6 - 55.625 & 1010.9 - 1009.8833 & 90 - 85.4167 & 3.3 - 3.6917 \\ 25.7 - 26.9 & 43.0 - 55.625 & 1011.5 - 1009.8833 & 91 - 85.4167 & 3.5 - 3.6917 \\ 26.4 - 26.9 & 60.9 - 55.625 & 1009.7 - 1009.8833 & 88 - 85.4167 & 3.5 - 3.6917 \\ 27.0 - 26.9 & 62.4 - 55.625 & 1008.7 - 1009.8833 & 86 - 85.4167 & 3.6 - 3.6917 \\ 27.0 - 26.9 & 64.9 - 55.62 & 1008.4 - 1009.8833 & 85 - 85.4167 & 3.6 - 3.6917 \\ 26.8 - 26.9 & 45.0 - 55.625 & 1006.3 - 1009.8833 & 85 - 85.4167 & 3.6 - 3.6917 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 0.4 & -6.825 & 0.1167 & -4.4167 & 0.9083 \\ 1.1 & 17.175 & 1.1167 & -7.4167 & 0.5083 \\ 0.9 & 8.775 & 0.9167 & -4.4167 & 0.1083 \\ 0.7 & 10.975 & 0.5167 & -2.4167 & 0.1083 \\ 0.4 & 8.575 & -0.4833 & 1.5833 & -0.1917 \\ -0.9 & -21.725 & 1.6167 & 4.5833 & -0.3917 \\ -1 & -15.025 & 1.0167 & 4.5833 & -0.3917 \\ -1.2 & -12.625 & 1.6167 & 5.5833 & -0.1917 \\ -0.5 & 5.275 & -0.1833 & 2.5833 & -0.1917 \\ 0.1 & 6.775 & -1.1833 & 0.5833 & -0.0917 \\ 0.1 & 9.275 & -1.4833 & -0.4167 & -0.0917 \\ -0.1 & -10.625 & -3.5833 & -0.4167 & -0.0917 \end{bmatrix}$$

Kemudian menghitung matriks Σ yang berisikan S dengan rumus:

$$S_{ik} = \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^{n} (x_{ir} - \bar{x}_i)(x_{kr} - \bar{x}_k)$$

Sehingga,

$$\sum = \frac{1}{12-1} \begin{bmatrix} 6.36 & 84.93 & -1.96 & -18.2 & 2.63 \\ 84.93 & 1742.3025 & -27.5202 & -369.4532 & 20.0336 \\ -1.96 & -27.5202 & 25.3367 & 7.1832 & 0.2718 \\ -18.2 & -369.4532 & 7.1832 & 182.9167 & -9.1622 \\ 2.163 & 20.0336 & 0.2718 & -9.1622 & 1.5492 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 6.36 & 84.93 & -1.96 & -18.2 & 2.63 \\ 84.93 & 1742.3025 & -27.5202 & -369.4532 & 20.0336 \\ -1.96 & -27.5202 & 25.3367 & 7.1832 & 0.2718 \\ -18.2 & -369.4532 & 7.1832 & 182.9167 & -9.1622 \\ 2.163 & 20.0336 & 0.2718 & -9.1622 & 1.5492 \end{bmatrix}$$

$$\sum = \begin{bmatrix} 0.5782 & 7.7209 & -0.1782 & -1.6545 & 0.1966 \\ 7.7209 & 158.3925 & -2.5018 & -33.5867 & 1.8217 \\ -0.1782 & -27.5202 & 2.3033 & 0.6536 & 0.0247 \\ -1.6545 & -369.4532 & 7.1832 & 16.6288 & -0.8329 \\ 0.1966 & 20.0336 & 0.0247 & -0.8329 & 0.1408 \end{bmatrix}$$

Menghitung matriks baku, dengan asumsi $i \neq k$ dihasilkan $Cov(i,k) = 0$ sehingga dapat dalam matriks sebagai berikut:

$$\left(V^{\frac{1}{2}}\right) = \begin{bmatrix} \sqrt{0.5782} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{158.3925} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2.3033} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{16.6288} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{0.1408} \end{bmatrix}$$

$$\left(V^{\frac{1}{2}}\right) = \begin{bmatrix} 0.7604 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12.5854 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5177 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.0778 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3752 \end{bmatrix}$$

$$\left(V^{\frac{1}{2}}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0033 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.3151 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0795 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2452 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.6652 \end{bmatrix}$$

Maka dapat dihasilkan matriks korelasi dengan rumus:

$$\rho = \left(V^{\frac{1}{2}}\right)^{-1} \sum \left(V^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}$$

Sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & 0.8068 & -0.1544 & -0.5336 & 0.6891 \\ 0.8068 & 1 & -0.1309 & -0.6544 & 0.3856 \\ -0.1544 & -0.1309 & 1 & 0.0107 & 0.0481 \\ -0.5336 & -0.6544 & 0.0107 & 1 & -0.5443 \\ 0.6891 & 0.3856 & 0.0481 & -0.5443 & 1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks korelasi terlihat bahwa ada hubungan kolinieritas antar variabel bebas yakni $r_{x_1 x_2}$. Karena satuan pengukuran variabel

X_1, X_2, X_3, X_4 dan X_5 berbeda maka satuan itu perlu untuk dibakukan dengan jalan melakukan transformasi X ke dalam variable baku Z dengan rumus:

$$Z = \left(V^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}(X-\mu)$$

Diketahui:

$\bar{X}_1 = 26.9$, $\bar{X}_2 = 55.626$, $\bar{X}_3 = 1009.8833$, $\bar{X}_4 = 85.4167$, $\bar{X}_5 = 3.6917$

$\sqrt{S_{11}} = 0.7604$, $\sqrt{S_{22}} = 12.5854$, $\sqrt{S_{33}} = 1.5177$, $\sqrt{S_{44}} = 4.0778$, $\sqrt{S_{55}} = 0.3752$

Akan dicari nilai Z:

$$Z_1 = \frac{(X_{1i}-\bar{X})}{\sqrt{S_{11}}} = \frac{(X_{1i}-26.9)}{0.7604}$$

$$\frac{(X_{11}-\bar{X})}{\sqrt{S_{11}}} = \frac{(27.3-26.9)}{0.7604} = \frac{0.4}{0.7604} = 0.5260$$

$$\frac{(X_{12}-\bar{X})}{\sqrt{S_{11}}} = \frac{(28.0-26.9)}{0.7604} = \frac{1.1}{0.7604} = 1.4466$$

$$\frac{(X_{13}-\bar{X})}{\sqrt{S_{11}}} = \frac{(27.8-26.9)}{0.7604}\frac{0.9}{0.7604} = 1.1836$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{(X_{1\,11}-\bar{X})}{\sqrt{S_{11}}} = \frac{(27.0-26.9)}{0.7604} = \frac{0.1}{0.7604} = 0.1315$$

$$\frac{(X_{1\,12}-\bar{X})}{\sqrt{S_{11}}} = \frac{(26.8-26.9)}{0.7604} = \frac{-0.1}{0.7604} = -0.1315$$

$$Z_2 = \frac{(X_{2i}-\bar{X})}{\sqrt{S_{22}}} = \frac{(X_{2i}-55.625)}{12.5854}$$

$$\frac{(X_{21}-\bar{X})}{\sqrt{S_{22}}} = \frac{(48.8-55.625)}{2.5854} = \frac{-6,825}{12.5854} = -0.5423$$

$$\frac{(X_{22}-\bar{X})}{\sqrt{S_{22}}} = \frac{(72.8-55.625)}{2.5854} = \frac{17.175}{12.5854} = 1.3647$$

$$\frac{(X_{23}-\bar{X})}{\sqrt{S_{22}}} = \frac{(64.4-55.625)}{2.5854} = \frac{8.775}{12.5854} = -0.6972$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{(X_{2\,11}-\bar{X})}{\sqrt{S_{22}}} = \frac{(64.9-55.625)}{2.5854} = \frac{9.275}{12.5854} = 0.7369$$

$$\frac{(X_{2\,12}-\bar{X})}{\sqrt{S_{22}}} = \frac{(45.0-55.625)}{2.5854} = \frac{-10.625}{12.5854} = -0.8442$$

$$Z_3 = \frac{(X_{3i}-\bar{X})}{\sqrt{S_{33}}} = \frac{(X_{3i}-1009.8833)}{1.5177}$$

$$\frac{(X_{31}-\bar{X})}{\sqrt{S_{33}}} = \frac{(1010-1009.8833)}{1.5177} = \frac{0.1167}{1.5177} = 0.0769$$

$$\frac{(X_{32}-\bar{X})}{\sqrt{S_{33}}} = \frac{(1011-1009.8833)}{1.5177} = 0.7358$$

$$\frac{(X_{33}-\bar{X})}{\sqrt{S_{33}}} = \frac{(1010.8-1009.8833)}{1.5177} = 0.6040$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{(X_{3\,11}-\bar{X})}{\sqrt{S_{33}}} = \frac{(1008.4-1009.8833)}{1.5177} = -0.9773$$

$$\frac{(X_{3\,12}-\bar{X})}{\sqrt{S_{33}}} = \frac{(1006.3-1009.8833)}{1.5177} = -2.3610$$

$$Z_4 = \frac{(X_{4i}-\bar{X})}{\sqrt{S_{44}}} = \frac{(X_{4i}-85.4167)}{4.0778}$$

$$\frac{(X_{41}-\bar{X})}{\sqrt{S_{44}}} = \frac{(81-85.4167)}{4.0778} = \frac{-4.4167}{4.0778} = -1.0831$$

$$\frac{(X_{42}-\bar{X})}{\sqrt{S_{44}}} = \frac{(78-85.4167)}{4.0778} = \frac{-7.4167}{4.0778} = -1.8188$$

$$\frac{(X_{43}-\bar{X})}{\sqrt{S_{44}}} = \frac{(81-85.4167)}{4.0778} = \frac{-4.4167}{4.0778} = -1.0831$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{(X_{4\,11}-\bar{X})}{\sqrt{S_{44}}} = \frac{(85-85.4167)}{4.0778} = -0.1022$$

$$\frac{(X_{4\,12}-\bar{X})}{\sqrt{S_{44}}} = \frac{(85-85.4167)}{4.0778} = -0.1022$$

$$Z_5 = \frac{(X_{5i}-\bar{X})}{\sqrt{S_{55}}} = \frac{(X_{5i}-3.6917)}{0.3752}$$

$$\frac{(X_{51}-\bar{X})}{\sqrt{S_{55}}} = \frac{(4.6-3.6917)}{0.3752} = \frac{0.9083}{0.3752} = 2.4208$$

$$\frac{(X_{52}-\bar{X})}{\sqrt{S_{55}}} = \frac{(4.2-3.6917)}{0.3752} = \frac{0.5083}{0.3752} = 1.3547$$

$$\frac{(X_{53}-\bar{X})}{\sqrt{S_{55}}} = \frac{(3.8-3.6917)}{0.3752} = \frac{0.1083}{0.3752} = 0.2886$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{(X_{5\,11}-\bar{X})}{\sqrt{S_{55}}} = \frac{(3.6-3.6917)}{0.3752} = -0.2444$$

$$\frac{(X_{5\,12}-\bar{X})}{\sqrt{S_{55}}} = \frac{(3.6-3.6917)}{0.3752} = -0.2444$$

Niai-nilai dari Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 dan Z_5 kemudian disajikan dalam Tabel 4 berikut:

Tabel 4: Hasil Transformasi ke Z dari Data Pada Tabel 4

No	Bulan	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
1	Januari	0.526	-0.542	0.077	-1.083	2.421
2	Ferbuari	1.447	1.365	0.736	-1.819	1.355
3	Maret	1.184	0.697	0.604	-1.083	0.289
4	April	0.921	0.872	0.340	-0.593	0.289
5	Mei	0.526	0.681	-0.318	0.388	-0.511
6	Juni	-1.184	-1.726	1.065	1.124	-1.044
7	Juli	-1.315	-1.194	0.670	1.124	-1.044
8	Agustus	-1.578	-1.003	1.065	1.369	-0.511
9	September	-0.658	0.419	-0.120	0.634	-0.511
10	Oktober	0.132	0.538	-0.779	0.143	-2.244
11	November	0.132	0.737	-0.977	-0.102	-2.244

12	Desember	-0.1315	-0.8442	-2.361	-0.1022	-2.2444

Akan dicari nilai rata-rata dari Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, dan Z_4 sebagai berikut:

Diketahui:

$n = 12$

$$\bar{Z}_1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{Z_{1i}}{n}$$

$$\bar{Z}_1 = \frac{z_{11} + z_{12} + x_{13} + z_{14} + \cdots + z_{1\,11} + z_{1\,12}}{12}$$

$$\bar{Z}_1 = \frac{0.5260 + 1.4466 + \cdots + (-0.1315)}{12} = \frac{0}{12} = 0$$

$$\bar{Z}_2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{Z_{2i}}{n}$$

$$\bar{Z}_2 = \frac{z_{21} + z_{22} + z_{23} + z_{24} + z_{25} + \cdots + z_{2\,11} + z_{2\,12}}{12}$$

$$\bar{Z}_2 = \frac{(-0.5425) + \cdots + (-0.8442)}{12} = -0.0833$$

Untuk analisis selanjutnya akan digunakan program minitab. Karena skala pengukurannya belum sama sehingga data pada table 5 harus ditransformasikan (persamaan 27) kemudian dianalisis dengan analisis komponen utama yang didasarkan pada matriks korelasi dengan langkah sebagai berikut:

Stat $\longrightarrow$ *Multivariate* $\longrightarrow$ *Principal components* $\longrightarrow$ *Type of matrix (correlation)* $\longrightarrow$ *OK*

dan diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 5: Tabel komponen utama yang diturunkan dari matriks korelasi

Variabel	Komponen Utama				
	I	II	III	IV	V
W_1	0.544	0.045	-0.157	0.507	0.649
W_2	0.447	0.154	-0.689	-0.533	-0.136
W_3	-0.086	-0.939	-0.324	0.076	0.000
W_4	-0.545	0.078	-0.173	-0.393	0.716
W_5	0.448	-0.294	0.604	-0.547	0.219
Nilai Eigen	3.160	1.029	0.648	0.131	0.032
Proporsi total variansi	0.632	0.206	0.13	0.026	0.006
Proporsi variansi kumulatif	0.632	0.838	0.967	0.994	1

Berdasarkan Tabel 7, komponen utama yang mewakili yaitu komponen utama W_1 dan W_2 utama sesuai dengan kriteria 80% dari proporsi total variansi yaitu 83.8%. Selanjutnya untuk meregresikan komponen W_1 dan W_2 maka perlu dihitung skor komponen utama W_1 dan W_2 dengan persamaan:

$$W_i = e_j^{'} Z$$

$$W_1 = e_j' Z_{1i}$$

$$\begin{aligned} W_{11} &= 0.544Z_{11} + 0.045Z_{12} - \cdots - 0.649Z_{15} \\ &= 0.544(0.5260) + \cdots - 0.649(2.2408) \\ &= -1.7538 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{12} &= 0.544Z_{21} + 0.045Z_{22} - \cdots - 0.649Z_{25} \\ &= 0.544(1.4466) + \cdots - 0.649(1.3547) \\ &= -1.0687 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{13} &= 0.544Z_{31} + 0.045Z_{32} - \cdots - 0.649Z_{35} \\ &= 0.544(1.1836) + \cdots - 0.649(0.2886) \\ &= -0.5498 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{14} &= 0.544Z_{41} + 0.045Z_{42} - \cdots - 0.649Z_{45} \\ &= 0.544(0.9206) + \cdots - 0.649(0.2886) \\ &= -0.0011 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{15} &= 0.544Z_{51} + 0.045Z_{52} - \cdots - 0.649Z_{55} \\ &= 0.544(0.5260) + \cdots - 0.649(-0.5109) \\ &= 0.8952 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{16} &= 0.544Z_{61} + 0.045Z_{62} - 0.157Z_{63} + 0.507Z_{64} \\ &\quad - 0.649Z_{65} \\ &= 0.544(-1.1836) + \cdots - 0.649(-1.0439) \\ &= 0.3584 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{17} &= 0.544Z_{71} + 0.045Z_{72} - \cdots - 0.649Z_{75} \\ &= 0.544(-1.3151) + \cdots - 0.649(-1.0439) \\ &= 0.3729 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{18} &= 0.544Z_{81} + 0.045Z_{82} - \cdots - 0.649Z_{85} \\ &= 0.544(-1.5781) + \cdots - 0.649(-0.5109) \\ &= -0.0450 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{19} &= 0.544Z_{91} + 0.045Z_{92} - \cdots - 0.649Z_{95} \\ &= 0.544(-0.6575) + \cdots - 0.649(-0.5109) \\ &= 0.3329 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{1\,10} &= 0.544Z_{81} + 0.045Z_{82} - \cdots - 0.649Z_{85} \\ &= 0.544(0.1315) + \cdots - 0.649(-0.2444) \\ &= 0.4492 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{11\,1} &= 0.544Z_{11\,1} + 0.045Z_{11\,2} - \cdots - 0.649Z_{11\,5} \\ &= 0.544(0.1315) + \cdots - 0.649(-0.244) \\ &= 0.3649 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{1\,12} &= 0.544Z_{12\,1} + 0.045Z_{12\,2} - \cdots - 0.649Z_{12\,5} \\ &= 0.544(-0.1315) + \cdots - 0.649(-0.244) \\ &= 0.3681 \end{aligned}$$

$$W_2 = e_j' Z_{2i}$$

$$\begin{aligned} W_{2\,1} &= 0.447Z_1 + 0.154Z_2 - \cdots - 0.136Z_5 \\ &= 0.447Z_{1\,1} + 0.154Z_{1\,2} - \cdots - 0.136Z_{1\,5} \\ &= 0.4223 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{2\,6} &= 0.447Z_{6\,1} + 0.154Z_{6\,2} - \cdots - 0.136Z_{6\,5} \\ &= 0.447(-1.184) + \cdots - 0.136(-1.044) \\ &= -2.0258 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{2\,7} &= 0.447Z_{7\,1} + 0.154Z_{7\,2} - 0.689Z_{73} - 0.533Z_{7\,4} \\ &\quad - 0.136Z_{7\,5} \\ &= 0.447(-1.315) + \cdots - 0.136(-1.044) \\ &= -1.6901 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{2\,8} &= 0.447Z_{8\,1} + 0.154Z_{8\,2} - \cdots - 0.136Z_{8\,5} \\ &= 0.447(-1.578) + \cdots - 0.136(-0.5109) \\ &= -2.2541 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{2\,9} &= 0.447Z_{9\,1} + \cdots - 0.136Z_{9\,5} \\ &= 0.447(-0.6575) + \cdots - 0.136(-0.511) \\ &= -0.4144 \end{aligned}$$

$$W_{2\,10} = 0.447Z_{10\,1} + 0.154Z_{10\,2} - \cdots - 0.136Z_{10\,5}$$
$$= 0.447(0.132) + \cdots - 0.136(-0{,}244)$$
$$= 0.6359$$

$$W_{2\,11} = 0.447Z_{11\,1} + \cdots - 0.136Z_{11\,5}$$
$$= 0.447(0.1315) + \cdots - 0.689(-0.9773)$$
$$= 0.9334$$

$$W_{2\,12} = 0.447Z_{12\,1} + \cdots - 0.136Z_{12\,5}$$
$$= 0.447(-0.132) + \cdots - 0.136(-0{,}244)$$
$$= 1.5256$$

Hasil di atas kemudian di sajikan dalam Tabel 6 sebagai berikut:

Tabel 6: Tabel harga skor komponen utama

No.	Y	W_1	W_2
1	165.6	-1.7538	0.3469
2	32.2	-1.0687	0.6873
3	109.4	-0.5498	1.1475
4	113	-0.0011	0.5878
5	353.1	0.8952	0.4223
6	833	0.3584	-2.0258
7	736.3	0.3729	-1.6902
8	848.9	-0.045	-2.2541
9	213.3	0.3329	-0.4144
10	105.8	0.4492	0.6359
11	145.5	0.3649	0.9334
12	275.6	0.3681	1.5256

Dari Tabel 6 akan dibentuk regresi komponen utama dengan menggunakan metode kuadrat terkecil biasa :

1. Dihitung secara manual

   Dari perhitungan sebelumnya telah diketahui:

   $n = 12$ dan

$$\sum y = 3931.7$$

$$\sum_{i=1}^{12} W_{1i} = w_{11} + w_{12} + \cdots + w_{1\,11} + w_{1\,12}$$
$$= (-1.7538) + (-1.0687) + \cdots + 0.3681 = -0.2768$$

$$\sum_{i=1}^{12} W_{2i} = w_{21} + w_{22} + w_{23} + \cdots + w_{2\,11} + w_{2\,12}$$
$$= 0.3469 + 0.6873 + \cdots + 1.5256 = -0.0978$$

$$\sum_{i=1}^{12} (W_{1i})^2 = (w_{11})^2 + (w_{12})^2 + (w_{13})^2 + \cdots + (w_{1\,12})^2$$
$$= (-1.7538)^2 + \cdots + (0.3681)^2 = 6.1725$$

$$\sum_{i=1}^{12} (W_{2i})^2 = (w_{21})^2 + (w_{22})^2 + \cdots + (w_{2\,12})^2$$
$$= (0.3469)^2 + (0.6873)^2 + \cdots + (1.5256)^2 = 18.2497$$

$$\sum_{i=1}^{12} W_{1i}W_{2i} = w_{11}w_{21} + w_{12}w_{22} + \cdots + w_{1\,12}w_{2\,12}$$
$$= (-1.7538)(0.3469) + \cdots + (0.3681)(1.5256)$$
$$= -1.8014$$

$$\sum_{i=1}^{12} W_{1i}Y_i = w_{11}y_{11} + w_{12}y_{12} + \cdots + w_{1\,12}y_{1\,12}$$
$$= (-1.754)(165.6) + \cdots + (0.368)(275.6)$$
$$= 738.969$$

$$\sum_{i=1}^{12} W_{2i}Y_i = w_{21}y_{11} + \cdots + w_{2\,12}y_{1\,12}$$
$$= (0.347)(165.6) + \cdots + (1.527)(275.6)$$
$$= -3889.6899$$

Hasil diatas kemudian disajikan dalam Tabel 7.

Tabel 7. Tabel hasil penyelesaian untuk membentuk persamaan linier

No	Y	W_1^2	W_2^2	W_1W_2	W_1Y	W_2Y
1	165.6	3.076	0.120	-0.608	-290.429	57.447
2	32.2	1.142	0.472	-0.735	-34.412	22.131
3	109.4	0.302	1.317	-0.631	-60.148	125.537
4	113	0.001	0.346	-0.001	-0.124	66.421
5	353.1	0.801	0.178	0.378	361.095	149.114
6	833	0.129	4.104	-0.726	298.547	-1687.491
7	736.3	0.139	2.857	-0.630	274.566	-1244.494
8	848.9	0.002	5.081	0.101	-38.201	1913.506
9	213.3	0.111	0.172	-0.138	71.008	-88.392
10	105.8	0.202	0.404	0.286	47.525	67.278
11	145.5	0.133	0.871	0.341	53.093	135.81
12	275.6	0.136	2.328	0.562	101.448	420.455
Σ	**3931.7**	**6.173**	**18.25**	**-1.801**	**738.969**	**-3889.69**

$$12a - 0.2768b_1 - 0.0978b_2 = 3913.7 \qquad (38)$$

$$-0.2768a + 6.1725b_1 - 1.8014b_2 = 738.9686 \qquad (39)$$

$$-0.0978a - 1.8014b_1 + 18.2497b_2 = -3889.6899$$

Eliminasi persamaan (38) dan (40) diperoleh persamaan (41), sebagai berikut :

$$-21.6439b_1 + 218.9868b_2 = -46293.518 \qquad (41)$$

Eliminasi persamaan (39) dan (40) diperoleh persamaan (42), sebagai berikut :

$$1.1023b_1 + 5.2277b_2 = 1076.9397 \qquad (42)$$

Eliminasikan persamaan (41) dan (42), diperoleh nilai $b_2 = -204$, kemudian subtitusi nilai b_2 ke persamaan (41) atau persamaan (42) diperoleh nilai $b_1 = 74.9$. Subtitusikan nilai $b_1 = 74.9$ dan $b_2 = -204$ ke persamaan (38), (39) atau (40), diperoleh nilai $a = 328$. Sehingga diperoleh persamaan regresi yang dapat dianalisis dengan program minitab, yaitu:

$$\hat{Y} = 328 + 74.9\,W_1 - 204\,W_2$$

Langkah selanjutnya setelah model diperoleh maka akan dilakukan uji keberartian dari model tersebut, dengan menggunakan uji regresi secara parsial

$H_0 : \beta_j = 0$ artinya koefisien regresi ke-j tidak signifikan atau variabel bebas ke-j tidak berpengaruh nyata terhadap Y

$H_1 : \beta_j \neq 0$ artinya koefisien regresi ke-j signifikasi atau variabel bebas ke-j berpengaruh nyata terhadap Y

Kriteria tolak H_o $bila$ $F_{hitung} > F_{tabel}$

Dari perhitungan sebelumnya diketahui bahwa:

$a = 328$, $b_1 = 74.9$, $b_2 = -204$,
$\overline{W}_1 = -0.02$, $\overline{W}_2 = -0.01$

Akan dicari nilai $\hat{Y}$ dengan menggunakan persamaan:

$$\hat{Y}_i = 328 + 74.9(W_{1i}) - 204(W_{2i})$$
$$\hat{Y}_1 = 328 + 74.9(W_{11}) - 204(W_{21}) = 328 + 74.9(-1.1.7538) - 204(0.3469) = 125.53$$
$$\hat{Y}_2 = 328 + 74.9(W_{12}) - 204(W_{22}) = 328 + 74.9(-1.0687) - 204(0.6873) = 107.7452$$
$$\hat{Y}_3 = 328 + 74.9(W_{13}) - 204(W_{23}) = 328 + 74.9(-0.5498) - 204(1.1475) = 56.73$$
$$\hat{Y}_4 = 328 + 74.9(W_{14}) - 204(W_{24}) = 328 + 74.9(-0.0011) - 204(0.5878) = 208.01$$
$$\hat{Y}_5 = 328 + 74.9(W_{15}) - 204(W_{25}) = 328 + 74.9(0.8952) - 204(0.4223) = 308.9$$
$$\hat{Y}_6 = 328 + 74.9(W_{16}) - 204(W_{26}) = 328 + 74.9(0.3584) - 204(-2.0258) = 768.1$$
$$\hat{Y}_7 = 328 + 74.9(W_{17}) - 204(W_{27}) = 328 + 74.9(0.3729) - 204(-1.6902) = 700.7$$
$$\hat{Y}_8 = 328 + 74.9(W_{18}) - 204(W_{28}) = 328 + 74.9(-0.045) - 204(-2.2541) = 784.47$$
$$\hat{Y}_9 = 328 + 74.9(W_{19}) - 204(W_{29}) = 328 + 74.9(0.3329) - 204(-0.4144) = 437.46$$
$$\hat{Y}_{10} = 328 + 74.9(W_{1\,10}) - 204(W_{2\,10}) = 328 + 74.9(0.4492) - 204(0.6359) = 231.93$$
$$\hat{Y}_{11} = 328 + 74.9(W_{1\,11}) - 204(W_{2\,11}) = 328 + 74.9(0.3649) - 204(0.9334) = 164.92$$
$$\hat{Y}_{12} = 328 + 74.9(W_{1\,12}) - 204(W_{2\,12}) = 328 + 74.9(0.3681) - 204(1.5256) = 44.35$$

Setelah memperoleh nilai $\hat{Y}_i$ kemudian dicari nilai $\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2$, $\left(W_{1i} - \widehat{W}_{1i}\right)^2$ dan$\left(W_{2i} - \widehat{W}_{2i}\right)^2$:

$$\sum_{i=1}^{12}\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2 = (y_1 - \hat{y}_1)^2 + (y_2 - \hat{y}_2)^2 + \cdots + (y_{12} - \hat{y}_{12})^2$$
$$\sum_{i=1}^{12}\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2 = (165.6 - 54)^2 + \cdots + (275.6 - 44.35)^2$$
$$= (40.06)^2 + (-75.55)^2 + \cdots + (-19.42)^2 + (231.25)^2$$
$$= 1605.15 + 5707.08 + \cdots + 53476.97 = 150682.8$$

$$\sum_{i=1}^{12}\left(\hat{Y}_i - \bar{Y}_i\right)^2 = (-202.11)^2 + \cdots + (-283.29)^2$$
$$= 40846.96 + 48354.6 + \cdots + 80256.23 = 877099.31$$
$$= \left(-1.7538 - (-0.02)\right)^2 + \left(-1.0687 - (-0.02)\right)^2 + \left(1.5256 - (-0.01)\right)^2$$
$$= (0.3569)^2 + (0.6973)^2 + \cdots + (1.5356)^2$$
$$\sum_{i=1}^{12}(W_{1i} - \overline{W}_{1i})^2 = (w_{11} - \overline{w}_{11})^2 + \cdots + (w_{1\,12} - \overline{w}_{1\,12})^2$$
$$\sum_{i=1}^{12}\left(W_{2i} - \widehat{W}_{2i}\right)^2 = 0.13 + 0.49 + \cdots + 2.36 = 18.26$$

Maka nilai :

$$(W_{1i} - \widehat{W}_{1i})^2 = 8.21$$
$$(W_{2i} - \widehat{W}_{2i})^2 = 18.26$$
$$n = 12$$
$$p = 6$$

Statistik uji:

$$Sb_1 = \frac{\sqrt{\frac{\sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p}}}{\sqrt{\sum\left(W_{1i} - \widehat{W}_{1i}\right)^2}} = \frac{\sqrt{\frac{150682.8}{12-6}}}{8.21} = \frac{158.47}{2.87} = 55.22$$

$$t_1 = \frac{b_1}{Sb_1} = \frac{74.9}{55.22} = 1.4$$

Setelah diperoleh komponen utama maka untuk keperluan analisis selanjutnya hanya diperlukan komponen W_1 dan W_2 karena mampu menjelaskan 83.8% proporsi total variansi, dan persamaan regresi komponen utama yaitu:

$$Sb_2 = \frac{\sqrt{\frac{\sum(\mathrm{Y_i} - \hat{\mathrm{Y}}_\mathrm{i})^2}{\mathrm{n-p}}}}{\sqrt{\sum\left(\mathrm{W_{1i}} - \widehat{\mathrm{W}}_{1\mathrm{i}}\right)^2}} = \frac{\sqrt{\frac{150682.8}{12-6}}}{\sqrt{18.26}} = \frac{158.47}{4.27} = 37.1$$

$$t_2 = \frac{\mathrm{b_2}}{\mathrm{Sb_2}} = \frac{-204}{37.1} = -5.5$$

Kemudian nilai $\hat{\mathrm{Y}}$ ditransformasikan ke nilai Z sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 328 + 74.9\,(0.544Z_1 + 0.045Z_2 - 0.157Z_3 + 0.507Z_4 + 0.649Z_5) - 204\,(0.447Z_1 + 0.154Z_2 - 0.689Z_3 - 0.533Z_4 - 0.136Z_5)$$
$$\hat{Y} = 328 + 40.746Z_1 - 91.188Z_1 + \cdots + 48.648Z_5 + 27.744Z_5$$
$$\hat{\mathrm{Y}} = 328 - 50.442Z_1 - 28.045Z_2 + 128.797Z_3 + 146.705Z_4 + 76.392Z_5$$

Sehingga diperoleh nilai regresi komponen utama adalah:

$$\hat{Y} = 328 - 50.442Z_1 - 28.045Z_2 + 128.797Z_3 + 146.705Z_4 + 76.392Z_5$$

KESIMPULAN

Dari pembahasan pada bab sebelumnya dapat ditarik kesimpulan bahwa:

1. Estimasi yang diperoleh dengan menggunakan metode kuadrat terkecil adalah:
   $$\hat{Y} = -68166 + 38X_1 - 13.5X_2 + 65.6X_3 + 28.8X_4 - 119X_5$$
2. Adanya multikolinieritas dalam persamaan regresi tersebut, ini terlihat dari besarnya nilai korelasi antar variabel bebas $r_{x_1x_2} = 0.8068$ dan nilai VIF untuk X_1 dan X_4 lebih dari 10.
   $\hat{Y}$= 328 + 74.9 W_1 - 204 W_2
3. Hasil transformasi persamaan regresi komponen utama dari $W \rightarrow Z$ sehingga diperoleh persamaan regresi komponen utama adalah:

$$\hat{Y}=328-50.442Z_1-28.045Z_2+128.797Z_3+146.705Z_4+76.392Z_5$$

DAFTAR PUSTAKA

Djalal, N, *et al*. 2002. *Penggunaan Teknik Ekonometrika*. Edisi Revisi. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.

Harvey Mudd College.2009 *Karhunen-Loeve Transform (KLT)*. www:/http//E:/Analisis_ komponen_utama .htm. Diakses pada 22 Mei 2011 jam 16.20

Johnson, R, A. & Wichern, D, W. 2002. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. 5**th** *edition*. Pearson education International.

Myers, R.H. & Milton, J.S. 1991. *A First Course In The Theory Of Linier Statistical Models*. PWS-KENT Publishing Company, Boston.

Pradipta, N. 2009. *Metodel Regresi Ridge untuk Mengatasi Model Regresi Linier Berganda yang Mengandung Multikolonieritas*. Skripsi Statistika. Fakultas Matematika dan ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sumatra utara: Medan.

Rencher, A. C. 1998. *Multivariate Statistical Inference and Application.* Wiley-Interscience Publication, Brigham.

Supranto. J. 1984. *Ekonometrik*. Jilid 2. Jakarta: LPEF Universitas Indonesia.