

## EFEKTIVITAS KINERJA DIAGRAM KONTROL G

**Marlon Stivo Noya Van Delsen**

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Pattimura  
Jl. Ir. M. Putuhena, Kampus Unpatti, Poka-Ambon, Indonesia  
e-mail: marlonnvd@gmail.com

---

### Abstrak

*Statistical Proses Control (SPC)* merupakan metode dalam ilmu statistika yang bertujuan untuk mengontrol suatu proses. Dalam mencapai tujuan SPC maka metode yang dapat digunakan adalah Diagram Kontrol (*Control Chart*). Diagram kontrol merupakan sebuah grafik yang memberi gambaran tentang perilaku sebuah proses. Diagram kontrol dapat dibagi menjadi dua berdasarkan banyaknya karakteristik kualitas yang diamati, yaitu diagram kontrol univariat dan diagram kontrol multivariat. Dalam memonitor proses membutuhkan dua hal penting, yaitu memonitor mean proses dan memonitor variabilitas proses [1]. Kinerja dari suatu diagram kontrol dapat dilihat dari seberapa cepat suatu diagram kontrol dapat mengidentifikasi sinyal *out of control*. Salah satu metode untuk melihat kinerja diagram kontrol adalah *Average Run Length (ARL)*. Noya Van Delsen dan Mashuri dalam [2], membandingkan kinerja diagram kontrol G dan diagram kontrol yang berdasar pada ARL. Namun penelitian tersebut dibatasi pada jumlah karakteristik kualitas yang digunakan. Sehingga penelitian ini bertujuan untuk meninjau kinerja diagram kontrol G yang berdasar pada ARL, dengan jumlah karakteristik kualitas yang bervariasi. Hasil simulasi ARL menunjukkan bahwa kinerja diagram kontrol G sangat efisien walaupun menggunakan jumlah karakteristik karakteristik yang bervariasi. Ini dibuktikan dengan interval nilai ARL yang saling mendekati.

*Kata Kunci: Average Run Length, Diagram Kontrol G, Statistical Proses Control.*

## THE PERFORMANCE EFFECTIVITY OF G CONTROL CHART

### Abstract

Statistical Proses Control (SPC) is a statistical method that useful for monitoring process. In achieving the goals of the SPC, the method of control chart is used. Control chart is a chart that gives an overview of the behavior of a process. Based on the number of quality characteristics which observed, control chart is divided into univariate control chart and multivariate control chart. In monitoring process, it requires two important things, which are monitoring mean process and variability process [1]. The performance of a control chart can be seen from how fast a control chart can identify the signal out of control. A method to see performance of control chart is called the Average Run Length (ARL). Noya Van Delsen and Mashuri in [2] compared the performance of G control chart with control chart that based on the ARL. But their research is limited to the number of quality characteristic. So this research aims to look at the performance of G control chart with a varied of quality characteristics. The results of ARL show that the performance of G control chart is efficient even only use a varied of quality characteristics. This is proved by interval of ARL values which are approaching each other.

*Keywords: Average Run Length, G Control Chart, Statistical Process Control.*

---

### 1. Pendahuluan

*Statistical Proses Control (SPC)* merupakan metode dalam ilmu statistika yang bertujuan untuk mengontrol suatu proses. Tujuan dari SPC sendiri adalah untuk menganalisis dan memperbaiki proses. Dalam mencapai tujuan SPC maka metode yang dapat digunakan adalah diagram control (*Control Chart*). Diagram kontrol merupakan sebuah grafik yang memberi gambaran tentang perilaku sebuah proses. Diagram kontrol dapat dibagi menjadi dua berdasarkan banyaknya karakteristik kualitas yang diamati, yaitu diagram kontrol univariat dan diagram kontrol multivariat. Dalam memonitor proses membutuhkan dua hal penting, yaitu

memonitor mean proses dan memonitor variabilitas proses [1]. Sehingga dikembangkan diagram kontrol multivariat untuk memonitor variabilitas proses, sebagai pendamping diagram kontrol multivariat untuk memonitor mean proses. Diagram kontrol multivariat untuk memonitor variabilitas proses pertama kali dikembangkan oleh Alt [3], yang memberikan dua prosedur untuk memonitor variabilitas proses pada kasus multivariat. Prosedur pertama merupakan pengembangan *likelihood ratio test*, W, yang disebut diagram kontrol W. Prosedur yang kedua berdasar pada *sample generalized variance*, |S|, yang disebut diagram kontrol |S|. Setelah itu, Levinson, dkk. [4] juga mengembangkan diagram kontrol multivariat untuk memonitor variabilitas proses, dengan memperluas konsep statistik G, yang dikenal sebagai diagram kontrol G. Diagram kontrol G tersebut dapat digunakan untuk memonitor proses pada pengamatan subgrup. Kemudian Djauhari [5] mengembangkan diagram kontrol |S| untuk pengamatan subgrup, yang dikenal dengan diagram kontrol *improved generalized variance (Improved |S|)*.

Perkembangan diagram kontrol untuk variabilitas proses, bukan tanpa memperhatikan kinerja dari diagram-diagram kontrol tersebut. Kinerja dari suatu diagram kontrol dapat dilihat dari seberapa cepat suatu diagram kontrol dapat mengidentifikasi sinyal *out of control*. Salah satu metode untuk melihat kinerja diagram kontrol adalah *Average Run Length (ARL)*. Noya Van Delsen dan Mashuri [2] mengembangkan kinerja diagram kontrol G yang berdasar pada ARL. Namun pada penelitian tersebut dibatasi pada jumlah karakteristik kualitas yang digunakan. Sehingga penelitian ini bertujuan untuk melihat kinerja diagram kontrol G yang berdasar pada ARL, dengan jumlah karakteristik kualitas yang bervariasi.

## 2. Tinjauan Pustaka

Keterbatasan penggunaan diagram kontrol univariat untuk kasus multivariat, sehingga dikembangkanlah diagram kontrol multivariat sebagai solusi masalah tersebut. Beberapa diagram kontrol multivariat yang khusus digunakan untuk mengontrol variabilitas proses juga telah dikembangkan. Diantaranya, diagram kontrol multivariat berdasarkan statistik *Likelihood Ratio Test* dan diagram kontrol multivariat yang berdasar pada *sample generalized variance* [3], kemudian diagram kontrol multivariat berdasarkan statistik G yang dikenal dengan diagram kontrol G [4], serta pengembangan dari diagram kontrol yang berdasar pada *sample generalized variance*, yang dikenal dengan *improved generalized variance* [5].

Menurut Montgomery [1], diagram kontrol multivariat dapat bekerja dengan baik jika jumlah karakteristik kualitas tidak terlalu besar, yakni tidak lebih dari 10. Ini dikarenakan jika jumlah karakteristik kualitas lebih dari 10, maka kinerja diagram kontrol multivariat akan kehilangan efisiensi dalam mendeteksi pergeseran yang terjadi. Noya Van Delsen dan Mashuri [2], mengembangkan kinerja diagram kontrol G dengan menggunakan ARL dan jumlah karakteristik kualitas yang digunakan adalah 3.

### 2.1. Diagram Kontrol G

Levinson, dkk. dalam [4] mengembangkan diagram kontrol multivariat untuk mengontrol variabilitas proses dengan berdasar pada statistik G, yang disebut diagram kontrol G. Levinson, Holmes dan Mergen memperluas statistik G untuk membuat diagram kontrol G. Diagram kontrol G dikhususkan untuk mengontrol variabilitas proses multivariat pada pengamatan subgrup.

Untuk mendeskripsikan diagram kontrol G dari masing-masing subgrup ke- $m$ , dengan ukuran masing-masing subgrup  $n$ , Levinson, dkk. [4] mendeskripsikan diagram kontrol G sebagai berikut

$$G = M \times m = \ln \left[ \frac{|S|^{v_1+v_2}}{|S_1|^{v_1} |S_{2,i}|^{v_2}} \right] \times \left( 1 - \left[ \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1+v_2} \right] \times \left[ \frac{2p^2+3p-1}{6(p+1)} \right] \right)$$

dimana

$$S = \frac{v_1 S_1 + v_2 S_{2,i}}{v_1 + v_2}$$

$$S_{2,i} = \begin{bmatrix} s_{i,1}^2 & s_{i,12} & \cdots & s_{i,1j} & \cdots & s_{i,1p} \\ & s_{i,2}^2 & \cdots & s_{i,2j} & \cdots & s_{i,2p} \\ & & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & s_{i,j}^2 & \cdots & s_{i,jp} \\ & & & & \ddots & \vdots \\ & & & & & s_{i,p}^2 \end{bmatrix}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, p.$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_{i,1}^2 & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_{i,12} & \cdots & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_{i,1j} & \cdots & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_{i,1p} \\ & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_{i,2}^2 & \cdots & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_{i,2j} & \cdots & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_{i,2p} \\ & & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_{i,j}^2 & \cdots & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_{i,jp} \\ & & & & \ddots & \vdots \\ & & & & & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_{i,p}^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{2,i}$$

dengan

$$s_{i,j}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_{ijk} - \bar{x}_{ij})^2;$$

$$s_{i,jj^*} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_{ijk} - \bar{x}_{ij})(x_{ij^*k} - \bar{x}_{ij^*}), j \neq j^*;$$

$$v_1 = m(n-1);$$

$$v_2 = n-1.$$

Keterangan:

$p$  = banyaknya karakteristik kualitas

$m$  = banyaknya subgrup

$n$  = banyaknya data pada setiap subgrup

$S_{2,i}$  = matriks kovarian subgrup ke- $i$

$S_1$  = rata-rata dari matriks kovarian subgrup

$v_1$  = derajat bebas untuk  $S_1$

$v_2$  = derajat bebas untuk  $S_{2,i}$

$s_{i,j}^2$  = variansi variabel ke- $j$  pada subgrup ke- $i$

$s_{i,jj^*}$  = kovariansi antara variabel ke- $j$  dengan variabel ke- $j^*$

$x_{ijk}$  = merupakan data ke- $k$  variabel ke- $j$  pada subgrup ke- $i$

$\bar{x}_{ij}$  = merupakan rata-rata variabel ke- $j$  pada subgrup ke- $i$

Menurut Kramer dan Jensen [6] statistik  $G$  berdistribusi chi-square dengan derajat kebebasan  $\frac{p(p+1)}{2}$ .

Sehingga diagram kontrol  $G$  mengikuti distribusi chi-square dengan derajat kebebasan  $\frac{p(p+1)}{2}$ . Maka batas kontrol untuk diagram kontrol  $G$  adalah:

$$[LCL, UCL] = \left[ \chi_{\frac{p(p+1)}{2}, \frac{\alpha}{2}}^2, \chi_{\frac{p(p+1)}{2}, 1-\frac{\alpha}{2}}^2 \right]$$

dengan  $\alpha$  adalah taraf kepercayaan yang diinginkan. Menurut Levinson, dkk. [4] jika statistik  $G$  yang diperoleh berada di atas UCL atau di bawah LCL, maka dapat disimpulkan proses produksi tidak terkendali.

Diagram kontrol G digunakan secara khusus untuk mengontrol apakah terjadi perubahan dalam matriks kovarian. Perubahan proses pada matriks kovarian ditunjukkan dengan adanya pengamatan yang berada di luar batas kontrol oleh diagram kontrol G. Sehingga mengakibatkan proses produksi tidak terkontrol.

## 2.2. Average Run Length (ARL)

ARL merupakan rata-rata pengamatan yang harus diplot pada diagram kontrol sebelum sampai terindikasi kondisi *out of control*. Berdasarkan definisi ini maka ARL berfungsi untuk mengukur efektivitas kinerja diagram kontrol dalam mendeteksi perubahan pada suatu proses. Penentuan ARL dapat dilakukan dengan 3 pendekatan, yaitu integral, simulasi dan Rantai Markov. Nilai ARL terbagi menjadi 2 yaitu  $ARL_0$  (*ARL in control*) dan  $ARL_1$  (*ARL out of control*) dengan rumus sebagai berikut:

$$ARL_0 = \frac{1}{P(\text{Tolak } H_0 | H_0 \text{ benar})} = \frac{1}{\alpha}$$

$$ARL_1 = \frac{1}{P(\text{Terima } H_0 | H_0 \text{ Benar})} = \frac{1}{1 - \beta}$$

dengan  $H_0$  merupakan proses dalam kondisi *in control*. Sehingga  $\alpha$  disebut tipe kesalahan I pada uji hipotesis, yang berarti probabilitas memutuskan bahwa proses dalam kondisi *out of control* namun kenyataannya proses dalam kondisi *in control*. Sedangkan  $\beta$  adalah tipe kesalahan II pada uji hipotesis, yang berarti probabilitas memutuskan bahwa proses dalam kondisi *in control* namun pada kenyataannya proses dalam kondisi *out of control*, sehingga  $1 - \beta$  adalah probabilitas yang memutuskan bahwa proses dalam kondisi *out of control* sebagai proses yang *out of control*.

Maka  $ARL_0$  dapat diartikan sebagai rata-rata titik pengamatan yang harus diplot sampai ditemukannya pengamatan yang *out of control*, pada saat proses berada pada kondisi *in control*. Sedangkan  $ARL_1$  dapat diartikan sebagai rata-rata titik pengamatan yang diplot sampai ditemukannya pengamatan yang *out of control* pada proses dalam kondisi *out of control*. Nilai ARL yang diperoleh dengan pendekatan hasil simulasi yang didefinisikan sebagai nilai rata-rata *Run Length* (RL) dari semua replikasi dalam simulasi. RL merupakan jumlah titik pengamatan hingga ditemukannya *out of control* yang pertama untuk masing-masing replikasi. Sehingga jika nilai ARL yang dihasilkan semakin kecil, maka sampel yang dibutuhkan untuk memberikan sinyal perubahan proses pun semakin kecil atau dengan kata lain semakin kecil nilai ARL maka semakin cepat pula diagram diagram kontrol dapat mendeteksi perubahan proses, sehingga diagram kontrol tersebut semakin efektif untuk mendeteksi perubahan proses.

## 3. Hasil dan Pembahasan

### 3.1. Diagram Kontrol G

Diagram kontrol G pertama kali diperkenalkan oleh Levinson, dkk pada tahun 2002, sebagai pendamping diagram kontrol  $T^2$  dalam meningkatkan kinerja diagram kontrol untuk mendeteksi perubahan yang terjadi dalam matriks kovarian. Pendekatan yang digunakan pada diagram G analog dengan pendekatan yang digunakan pada diagram kontrol univariat [4].

Dalam mengkonstruksi diagram kontrol G, Levinson, dkk memperluas konsep statistik G yang diusulkan oleh Kramer dan Jensen [6]. Kramer dan Jensen mengusulkan statistik G untuk menguji kesamaan dua matriks kovarian sampel ( $S_1$  dan  $S_2$ ). Sehingga Levinson, dkk memperluas konsep statistik G ini pada penerapan *Statistical Proses Control* (SPC) dengan pertanyaan apakah matriks kovarian proses berubah dari waktu ke waktu atau tidak. Sehingga dalam mengkonstruksi diagram kontrol G, Levinson, dkk mengusulkan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Menghitung matriks kovarian dari masing-masing subgrup ( $S_{2,i}$ ).

$$S_{2,i} = \begin{bmatrix} S_{i,1}^2 & S_{i,12} & \cdots & S_{i,1j} & \cdots & S_{i,1p} \\ & S_{i,2}^2 & \cdots & S_{i,2j} & \cdots & S_{i,2p} \\ & & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & S_{i,j}^2 & \cdots & S_{i,jp} \\ & & & & \ddots & \vdots \\ & & & & & S_{i,p}^2 \end{bmatrix}$$

dengan,

$$S_{i,j}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_{ijk} - \bar{x}_{ij})^2$$

$$S_{i,jj^*} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_{ijk} - \bar{x}_{ij}) (x_{ij^*k} - \bar{x}_{ij^*})$$

- b. Menghitung rata-rata matriks kovarian subgrup ( $S_1$ ), yang elemen-elemennya merupakan rata-rata dari setiap elemen pada semua matriks kovarian subgrup.

$$S_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{i,1}^2 & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{i,12} & \cdots & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{i,1j} & \cdots & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{i,1p} \\ & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{i,2}^2 & \cdots & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{i,2j} & \cdots & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{i,2p} \\ & & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{i,j}^2 & \cdots & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{i,jp} \\ & & & & \ddots & \vdots \\ & & & & & \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{i,p}^2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{2,i}$$

dimana,  $m$  = banyaknya subgrup.

- c. Hitung bobot dari  $S_1$  dan  $S_2$ .

$$S_i = \frac{v_1 S_1 + v_2 S_{2,i}}{v_1 + v_2}$$

dimana  $v_1 = m(n-1)$  merupakan derajat kebebasan dari  $S_1$  dan  $v_2 = n-1$  merupakan derajat kebebasan dari  $S_2$ .

- d. Hitung nilai M sebagai berikut:

$$M_i = (v_1 + v_2) \ln |S_i| - v_1 \ln |S_1| - v_2 \ln |S_{2,i}|$$

$$= \ln \left[ \frac{|S_i|^{v_1 + v_2}}{|S_1|^{v_1} |S_{2,i}|^{v_2}} \right]$$

- e. Hitung nilai t sebagai berikut:

$$t = 1 - \left[ \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1 + v_2} \right] \times \left[ \frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)} \right]$$

- f. Menetapkan batas kontrol untuk diagram kontrol G berdasarkan distribusi statistik G. Jika  $S_1$  dan  $S_2$  merupakan estimasi yang independen untuk matriks kovarian maka statistik G akan mengikuti distribusi *Chi-Square*. Karena itu statistik G yang diusulkan oleh Kramer dan Jensen [6] dengan mengasumsikan bahwa  $S_1$  dan  $S_2$  merupakan estimasi yang independen untuk matriks kovarian, maka distribusi statistik G akan mengikuti distribusi *Chi-Square* dengan derajat bebas  $\frac{p(p+1)}{2}$ . Maka batas kontrol untuk diagram G akan mengikuti distribusi statistik G yang ditentukan sebagai berikut:

$$[LCL, UCL] = \left[ \chi^2_{\frac{p(p+1)}{2}, \frac{\alpha}{2}}, \chi^2_{\frac{p(p+1)}{2}, 1 - \frac{\alpha}{2}} \right]$$

dimana  $\frac{p(p+1)}{2}$  merupakan derajat bebas dan  $\alpha$  merupakan taraf kepercayaan yang diinginkan.

- g. Menghitung statistik G dengan rumus berikut:

$$G_i = t(M_i) \\ = \left( 1 - \left[ \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1 + v_2} \right] \times \left[ \frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)} \right] \right) \times \left( \ln \left[ \frac{|S_i|^{v_1 + v_2}}{|S_1|^{v_1} |S_{2,i}|^{v_2}} \right] \right)$$

- h. Setelah itu plot statistik G bersama-sama dengan UCL dan LCL dalam bentuk diagram kontrol.

Jika  $LCL \leq G_i \leq UCL$ , maka dinyatakan tidak terjadi perubahan dalam matriks kovarian, dan proses dinyatakan *in control*. Sebaliknya, jika  $G_i > UCL$  atau  $G_i < LCL$ , maka dinyatakan telah terjadi perubahan dalam matriks kovarian, dan proses dinyatakan *out of control*.

### 3.2. Kinerja Diagram Kontrol Berdasarkan ARL

Kinerja diagram kontrol dilihat dari seberapa baik diagram kontrol tersebut mendeteksi sinyal *out of control*. Sehingga untuk membandingkan beberapa diagram kontrol sering dilihat dari kinerja diagram-diagram kontrol tersebut. *Average run Length* (ARL) merupakan salah satu cara yang dapat digunakan untuk melihat kinerja dari suatu diagram kontrol. Pada penelitian ini, analisis yang dilakukan menggunakan macro program matlab dengan karakteristik kualitas ( $p$ ) sebanyak 2, 3 dan 4, dan ukuran subgroup ( $n$ ) sebanyak 5. Sedangkan ARL yang digunakan adalah *ARL out of control* ( $ARL_1$ ). Setelah menetapkan banyaknya karakteristik kualitas dan ukuran sampel tiap subgroup, akan ditetapkan alpha, yaitu sebesar 0,0027 dan matriks kovarian yang berupa matriks identitas, dengan ukuran matriks kovarian yang sesuai dengan banyaknya karakteristik kualitas yang digunakan. Skenario yang dilakukan pada penelitian ini bergantung pada banyaknya karakteristik kualitas yang ditentukan. Skenario yang dilakukan di sini adalah dengan melakukan pergeseran varian dari 0,1 sampai 5, dengan besar pergeseran yaitu 0,1.

Proses yang dilakukan untuk mendapatkan nilai  $ARL_1$  diagram kontrol G, yaitu menghitung batas kontrol atas (UCL) dan batas kontrol bawah (LCL) untuk diagram kontrol tersebut. Setelah itu membangkitkan data yang berdistribusi normal, kemudian dilakukan pergeseran varian yang sesuai dengan skenario yang telah ditetapkan. Kemudian menghitung statistik G sampai mengeluarkan sinyal *out of control*. Sinyal *out of control* merupakan keadaan dimana statistik G melebihi UCL atau kurang dari LCL. Pada proses ini akan didapatkan nilai *Run Length out of control* ( $RL_1$ ). Setelah itu didapatkan nilai  $ARL_1$  yang pertama maka proses perhitungan masing-masing statistik akan diulang lagi sebanyak 100 kali. Sehingga akan mendapatkan nilai  $RL_1$  untuk 100 pengulangan, kemudian akan dihitung nilai  $ARL_1$  untuk skenario yang pertama pada pergeseran varian yang pertama. Kemudian proses berlanjut sampai mendapatkan nilai  $ARL_1$  untuk seluruh pergeseran varian pada skenario I, II dan III dengan  $p$  dan  $n$  yang telah ditetapkan.

Sehingga untuk  $p = 2$  akan ada 2 skenario, untuk  $p = 3$  akan ada 3 skenario, sedangkan untuk  $p = 4$  akan ada 4 skenario. Berikut adalah hasil simulasi  $ARL_1$  untuk diagram kontrol G.

**Tabel 1. Grafik ARL Diagram Kontrol G pada  $p = 3$  dan  $n = 5$**

Skenario	$p = 2$	$p = 3$	$p = 4$
I			
II			
III	-		
IV	-	-	

Berdasarkan hasil ARL untuk  $p = 2$  dan  $n = 5$  yang ditunjukkan pada Tabel 1 maka dapat kita lihat nilai ARL diagram kontrol G untuk skenario I berkisar antara 1.43 sampai 2.4; pada skenario II nilai ARL berkisar antara 1.04 sampai 2.35. Pada  $p = 3$  dan  $n = 5$  nilai ARL untuk diagram kontrol G untuk skenario I, II dan III masing-masing berkisar antara 1.3 sampai 2.36; 1.17 sampai 2.34 dan 1.01 sampai 2.42. Pada  $p = 4$  dan  $n = 5$  nilai ARL diagram kontrol G untuk skenario I, II, III dan IV berturut-turut berkisar antara 1.12 sampai 2.34; 1.06 sampai 2.35; 1.1 sampai 2.59; dan 1.03 sampai 2.62. Sesuai dengan banyaknya karakteristik kualitas yang digunakan, dapat dilihat bahwa diagram kontrol G mampu dengan cepat mendeteksi sinyal *out of control*, ini dibuktikan dengan nilai ARL yang diperoleh hanya berkisar antara 1 sampai 2.7. Sehingga dapat dikatakan bahwa kinerja diagram kontrol sangat baik dan tidak bergantung pada banyaknya karakteristik kualitas yang dikontrol, dengan syarat jumlah karakteristik kualitas yang dikontrol tidak boleh lebih dari 10.

#### 4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dapat disimpulkan bahwa kinerja diagram kontrol G sangat efisien, walaupun dilakukan untuk jumlah karakteristik kualitas yang beragam. Ini ditunjukkan dengan kisaran nilai ARL diagram kontrol G yang hampir sama untuk setiap jumlah karakteristik kualitas yang dicobakan.

#### Daftar Pustaka

- [1] D. C. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*, Edisi ke-6, New York: John Wiley & Sons, 2009.
- [2] M. S. Noya Van Delsen dan M. Mashury, "Perbandingan Kinerja Diagram Kontrol G dan Diagram Kontrol |S| beserta Aplikasinya," dalam *Prosiding Seminar Nasional Manajemen Teknologi XVIII*, Surabaya, 2013.
- [3] F. B. Alt, "Multivariate Quality Control," dalam *Encyclopedia of Statistical Science 6*, New York, John Wiley & Sons, 1985, pp. 110-122.
- [4] W. A. Levinson, D. S. Holmes dan A. E. Mergen, "Variation Chart for Multivariate Processes," *Journal of Quality Engineering*, vol. 14, no. 4, pp. 539-545, 2002.
- [5] M. A. Djauhari, "Improved Monitoring of Multivariate Process Variability," *Journal of Quality Technology*, vol. 37, pp. 32-39, 2005.
- [6] J. Y. Kramer dan D. R. Jensen, "Fundamentals of Multivariate Analysis - Part 2: Inference about Two Treatments," *Journal of Quality Technology*, vol. 1, no. 3, pp. 189-204, 1969.
- [7] T. W. Anderson, *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, New York: John Wiley & Sons, 1966.
- [8] R. Johnson dan D. Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Edisi ke-2, Prentice-Hall, 1988.
- [9] D. Y. Rakhmawati, *Perbandingan Kinerja Diagram Kontrol Multivariat untuk Variabilitas Berdasarkan Matriks Kovariansi dan Matriks Korelasi*, Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November, 2011.
- [10] U. Azmi, *Pengontrolan Kualitas Statistika pada Proses Produksi Woven Poly Propolene (WPP) Menggunakan Metode Diagram Kontrol Improved Generalized Variance*, Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November, 2012.
- [11] M. F. Sindelar, "Multivariate Statistical Process Control for Correlation Matrices," University of Pittsburgh, Pittsburgh, 2007.
- [12] A. B. Yeh, D. K. Lin dan R. N. McGrath, "Multivariate Control Charts for Monitoring Covariance Matrix: A Review," *Journal of Quality Technology and Quantitative Management*, vol. 3, pp. 415-436, 2006.