

MODEL DINAMIKA TRANSMISI PENYAKIT *SCHISTOSOMIASIS*

Dynamical Model of Shistosomiasis Disease Transmission

Resnawati¹, Hajar², Juni Wijayanti Puspita^{3*}

^{1,2,3} Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Tadulako
Kampus Bumi Tadulako Jl. Soekarno-Hatta, Palu, 94111, Indonesia

Corresponding author e-mail: ^{3*} juni.wpuspita@yahoo.com

Abstrak

Schistosomiasis merupakan penyakit endemik yang disebabkan oleh cacing trematoda bergenus *Schistosoma* dengan hospes perantara keong bergenus *Oncomelania*. Di Indonesia, penyakit ini hanya ditemukan di dataran tinggi Lindu, Napu, dan Bada, Kabupaten Sigi dan Poso, Provinsi Sulawesi Tengah. Dalam penelitian ini, akan dikonstruksi model transmisi penyakit *Schistosomiasis* yang melibatkan populasi manusia, cacing *Schistosoma japonicum*, dan keong *Oncomelania hupensis lindoensis* yang merupakan keong endemik di Indonesia. Dari model tersebut diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit *Schistosomiasis* dengan dan tanpa kehadiran populasi keong serta titik ekuilibrium endemik. Hasil kajian terhadap perilaku solusi mengindikasikan bahwa penyakit *Schistosomiasis* akan menghilang dari daerah endemik di masa yang akan datang, dengan tetap mempertahankan keberadaan populasi keong, jika dapat meminimalisir peluang kontak sukses terinfeksi *Schistosomiasis* yang termuat dalam syarat kestabilan solusi. Simulasi numerik diberikan untuk mendukung hasil tersebut.

Kata Kunci : Analisis kestabilan, model dinamik, *Shistosomiasis*, titik ekuilibrium.

Abstract

Schistosomiasis is an endemic disease caused by trematode worms of the genus *Schistosoma* with its intermediate host is snail belonging to the genus *Oncomelania*. In Indonesia, this disease is only found in the highlands of Lindu, Napu, and Bada, Sigi and Poso Regencies, Central Sulawesi Province. In this study, a *Schistosomiasis* disease transmission model will be constructed involving human, *Schistosoma japonicum*, and *Oncomelania hupensis lindoensis* populations, which is an endemic snail in Indonesia. From this model, it is obtained the *Schistosomiasis* disease free equilibrium point with and without the presence of snail population and the endemic equilibrium point. The behaviour of the solutions indicates that *Schistosomiasis* disease will disappear from endemic areas in the future, with maintaining the presence of snail population, if it can minimize the probability of successful contact to be infected with *Schistosomiasis* which is included in the condition of solution stability. Numerical simulations are given to support these results.

Keywords: Dynamical modelling, stability analysis, *Shistosomiasis*.

Article info:

Submitted: 20th February 2021

Accepted: 29th July 2021

How to cite this article:

R. Resnawati, H. Hajar, and J. W. Puspita, "MODEL DINAMIKA TRANSMISI PENYAKIT *SCHISTOSOMIASIS*", *BAREKENG: J. Il. Mat. & Ter.*, vol. 15, no. 03, pp. 503-512, Sep. 2021.



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).
Copyright © 2021 Resnawati Resnawati, Hajar Hajar, Juni Wijayanti Puspita

1. PENDAHULUAN

Penyakit *Schistosomiasis* atau demam keong merupakan penyakit menular menahun yang menjadi masalah kesehatan di berbagai daerah endemik di Afrika, Amerika Selatan, Caribbean, Timur Tengah, dan Asia. Penyakit ini diperkirakan menginfeksi lebih dari 200 juta orang di 75 negara, bahkan menyebabkan 280.000 kematian setiap tahunnya [1]. Penyakit ini disebabkan oleh cacing darah yang berasal dari genus *Schistosoma*. Namun, hanya lima spesies *Schistosoma* yang dapat menginfeksi manusia yaitu *Schistosoma mansoni*, *Schistosoma japonicum*, *Schistosoma haematobium*, *Schistosoma intercalatum* dan *Schistosoma mekongi* [2]. Setiap spesies cacing tersebut memiliki spesies host perantara yang berbeda yakni keong dari genus *Oncomelania*. Di Indonesia, penyakit ini hanya dapat ditemukan di dataran tinggi Lindu, Napu dan Bada, Kabupaten Sigi dan Poso, Provinsi Sulawesi Tengah [3]. Hal ini berkaitan dengan penyebaran habitat keong *Oncomelania hupensis lindoensis*, yang merupakan hewan endemik di wilayah tersebut. Keong tersebut merupakan host perantara bagi cacing *Schistosoma japonicum*.

Di dalam tubuh *definitive host*, yaitu manusia, cacing *S. japonicum* yang telah mencapai fase dewasa akan kawin dan memproduksi telur dalam jumlah ratusan hingga ribuan setiap hari. Sebagian telur-telur tersebut akan terbawa bersama urin dan feses yang selanjutnya menetas dan berkembang menjadi larva *Miracidia* ketika berada di lingkungan yang berair. Larva ini akan berenang untuk menemukan *host* perantara, yaitu keong *O. h. lindoensis*, dan kemudian melakukan penetrasi ke dalam tubuh keong. Di dalam tubuh keong, larva *Miracidia* berkembang menjadi sporokista I dan II yang akan menghasilkan *Cercariae*. *Cercariae* yang keluar dari tubuh keong akan berenang bebas di air untuk mencari *definitive host* [4, 5].

Model matematika merupakan instrumen yang mampu menjelaskan dinamika penyakit menular, dan bahkan strategi terbaik dalam pengendalian penyakit tersebut. Model matematika penyebaran *Schistosomiasis* di berbagai negara telah jauh berkembang dan mampu menyajikan mekanisme penyebaran dan pengendaliannya secara rinci [6-11]. Gao dkk. [10] telah menkonstruksi sebuah model dinamika transmisi *Schistosomiasis* yang melibatkan populasi manusia, keong, larva *Miracidia* dan *Cercariae* untuk mengeksplorasi beberapa strategi dalam mengontrol penyebaran penyakit *Schistosomiasis*. Dalam model tersebut, populasi manusia dan keong dikelompokkan ke dalam sub-populasi individu rentan dan terinfeksi. Selanjutnya, Alfianto dkk. [11] mengembangkan model transmisi penyakit *Schistosomiasis* yang melibatkan seluruh fase perkembangan dalam siklus hidup cacing *S. japonicum*. Model tersebut juga mengasumsikan bahwa populasi keong *O.h. lindoensis* mengikuti model pertumbuhan logistik. Dalam penelitian ini, fenomena penyebaran penyakit *Schistosomiasis* akan direpresentasikan ke dalam model matematika epidemi yang mengadopsi kedua model tersebut. Model ini dinyatakan ke dalam suatu sistem dinamik yang menggambarkan laju perubahan jumlah masing-masing populasi terhadap waktu. Selanjutnya, analisis model dilakukan dengan memeriksa sifat kestabilan lokal titik ekuilibrium model tersebut. Hasil analisis ini kemudian disimulasikan secara numerik dan diinterpretasikan agar dapat digunakan untuk menentukan strategi pengendalian penyakit *Schistosomiasis* di masa yang akan datang.

2. METODE PENELITIAN

Model matematika yang menggambarkan penyebaran penyakit *Schistosomiasis* akan dinyatakan ke dalam suatu sistem persamaan diferensial biasa orde satu yang berubah terhadap waktu dan bergantung pada beberapa parameter. Model tersebut dikonstruksi dengan menggabungkan model matematika epidemi SIR (*Susceptible, Infected, Recovered*) dan model interaksi populasi. Analisis terhadap model dilakukan melalui penentuan titik-titik ekuilibrium model dan sifat kestabilan dari titik-titik ekuilibrium tersebut dengan menggunakan metode linearisasi. Mengingat bahwa model yang terbentuk berupa sistem non-linear.

Dalam menentukan titik ekuilibrium, berbagai manipulasi aljabar perlu dilakukan untuk memeriksa syarat eksistensi bagi setiap titik ekuilibrium. Hal ini dikarenakan jumlah populasi tidak mungkin bernilai negatif. Misalkan diberikan sistem persamaan diferensial, sebagai berikut:

$$\frac{dX(t)}{dt} = F(X(t)) \quad (1)$$

dimana $X(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_m(t) \end{pmatrix}$ dengan m menyatakan banyaknya persamaan diferensial. Titik-titik ekuilibrium dari sistem, X_i^* untuk $i = 1, \dots, n$, dengan n menyatakan banyaknya titik ekuilibrium, dapat diperoleh dengan meninjau sistem pada kondisi stagnan [12], yaitu

$$F(X_i^*) = 0. \quad (2)$$

Linearisasi di sekitar titik-titik ekuilibrium akan menghasilkan matriks *Jacobian*, dengan formulasi sebagai berikut:

$$J(X_i^*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(X_i^*) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_m}(X_i^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1}(X_i^*) & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_m}(X_i^*) \end{bmatrix}, i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m \quad (3)$$

dimana $f_j = F(x_j)$. Selanjutnya, sifat kestabilan dari titik ekuilibrium dapat ditentukan dengan menganalisis tanda nilai eigen yang diperoleh dari matriks *Jacobian*. Jika bagian real semua nilai eigen bernilai negatif maka titik ekuilibrium akan stabil asimtotik lokal. Namun, jika terdapat paling sedikit satu nilai eigen dengan bagian real bernilai positif maka titik ekuilibrium tersebut akan tidak stabil [13]. Dengan cara ini dapat diketahui suatu kondisi yang menentukan sifat kestabilan suatu titik kesetimbangan. Jika suatu titik ekuilibrium bersifat stabil maka solusi-solusi di sekitarnya akan konvergen ke titik ekuilibrium, dan sebaliknya. Dengan demikian dapat diketahui perilaku solusi model di masa yang akan datang jika diketahui kondisinya di suatu saat tertentu.

Simulasi numerik dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak Matlab. Berdasarkan hasil analisis yang telah diperoleh sebelumnya, beberapa nilai parameter dapat dipilih untuk mengilustrasikan berbagai situasi yang mungkin terjadi sekaligus menginterpretasikan hasil yang diperoleh.

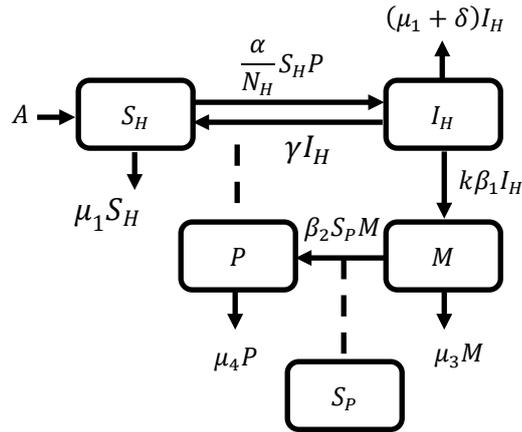
3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Model Matematika

Model yang dikonstruksi dalam penelitian ini mengacu pada model yang dikembangkan oleh Gao dkk. [10] dan Alfianto dkk. [11] dengan menerapkan beberapa asumsi sebagai berikut:

1. Populasi bersifat tertutup.
2. Usia berdistribusi seragam.
3. Kontak antara individu bersifat random.
4. *Recruitment rate* bersifat konstan.
5. Tidak membedakan status infeksi pada populasi keong. Dalam hal ini perkembangan sporokista dalam tubuh keong tidak ditinjau.
6. Tidak ada predator bagi populasi keong.

Dalam penelitian ini, populasi manusia hanya dibagi menjadi dua sub-populasi yaitu sub-populasi manusia yang rentan (S_H) dan sub-populasi manusia yang terinfeksi *Schistosomiasis* (I_H). Manusia yang sembuh dari *Schistosomiasis* hanya akan direpresentasikan oleh parameter γ , yang menyatakan laju kesembuhan per satuan waktu. Hal ini dilakukan mengingat manusia yang telah sembuh dari penyakit, akan dapat terinfeksi kembali ketika terjadi kontak dengan *Cercariae*. Selanjutnya, populasi cacing *Schistosoma japonicum* hanya akan dikelompokkan ke dalam dua siklus hidup, seperti pada model yang dikonstruksi oleh Gao dkk. [10], yaitu sub-populasi larva *Miracidia* (M) dan *Cercariae* (P). Sedangkan populasi keong *O.h. lindoensis* (S_P) mengikuti pertumbuhan logistik. Adapun diagram transmisi dari model ini dapat dilihat dalam Gambar 1, dengan deskripsi parameter yang terlibat dalam model disajikan ke dalam Tabel 1.



Gambar 1. Diagram Transmisi Model

Tabel 1. Definisi parameter

Parameter	Definisi	Nilai
A	Recruitment rate populasi manusia	8000 hari^{-1}
α	Peluang infeksi sukses oleh <i>Cercariae</i> per satuan waktu	diestimasi
β_1	Laju telur menetas menjadi <i>Miracidia</i>	$0.00232 \text{ hari}^{-1}$
β_2	Laju transisi <i>Miracidia</i> menjadi sporokista yang berkembang menjadi <i>Cercariae</i>	0.0167 hari^{-1}
k	Proporsi telur yang terbawa bersama feses dan urin di aliran air	300
γ	Laju kesembuhan	0.03 hari^{-1}
μ_1	Laju kematian natural populasi manusia	$0.0000384 \text{ hari}^{-1}$
δ	Laju kematian akibat infeksi pada populasi manusia	0.0039 hari^{-1}
μ_3	Laju kematian populasi larva <i>Miracidia</i>	0.9 hari^{-1}
μ_4	Laju kematian <i>Cercariae</i> akibat gagal mendapatkan <i>definitive host</i>	0.004 hari^{-1}
ω	Laju kelahiran populasi keong <i>O.h. lindoensis</i>	200 hari^{-1}
θ	Laju kompetisi pada populasi Keong <i>O.h. lindoensis</i> dalam hal logistik	0.1
μ_2	Laju kematian natural populasi Keong <i>O.h. lindoensis</i>	$0.000569 \text{ hari}^{-1}$

Sumber data: Gao dkk. [10] dan Alfianto dkk. [11]

Berdasarkan diagram transmisi pada Gambar 1, maka dapat dituliskan model transmisi penyakit *Schistosomiasis* ke dalam sistem persamaan diferensial berikut ini.

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_H}{dt} &= A + \gamma I_H - \frac{\alpha}{N_H} S_H P - \mu_1 S_H \\
 \frac{dI_H}{dt} &= \frac{\alpha}{N_H} S_H P - \gamma I_H - k\beta_1 I_H - (\mu_1 + \delta) I_H \\
 \frac{dM}{dt} &= k\beta_1 I_H - \beta_2 M S_P - \mu_3 M
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= \beta_2 MS_p - \mu_4 P \\ \frac{dS_p}{dt} &= \omega S_p - \theta S_p^2 - \mu_2 S_p\end{aligned}$$

dengan $N_H = S_H + I_H$, menyatakan total populasi manusia.

3.2 Eksistensi Titik Ekuilibrium

Dari model (4) dapat diperoleh tiga titik ekuilibrium berikut ini.

$$\begin{aligned}T_1 &= \left(\frac{A}{\mu_1}, 0, 0, 0, 0\right) \\ T_2 &= \left(\frac{A}{\mu_1}, 0, 0, 0, \frac{\omega - \mu_2}{\theta}\right) \\ T_3 &= (S_H^*, I_H^*, M^*, P^*, S_p^*)\end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned}S_H^* &= \frac{(k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1)((\omega - \mu_2)\beta_2 + \mu_3\theta)\mu_4 N_H}{\alpha k\beta_1\beta_2(\omega - \mu_2)} \\ I_H^* &= \frac{\mu_1\mu_4 N_H(\mu_3\theta - (\omega - \mu_2)\beta_2)(\mu_1 + (k\beta_1 + \delta + \gamma)) + A\alpha k\beta_1\beta_2(\omega - \mu_2)}{\alpha k\beta_1\beta_2(\omega - \mu_2)(k\beta_1 + \delta + \mu_1)} \\ M^* &= \frac{\theta X}{\alpha\beta_2(\omega - \mu_2)(k\beta_1 + \delta + \mu_1)((\omega - \mu_2)\beta_2 + \mu_3\theta)} \\ P^* &= \frac{X}{\mu_4\alpha(k\beta_1 + \delta + \mu_1)((\omega - \mu_2)\beta_2 + \mu_3\theta)}\end{aligned}$$

dengan

$$Y = A\alpha k\beta_1\beta_2(\omega - \mu_2) - \mu_1\mu_4 N_H\beta_2(\omega - \mu_2)(\mu_1 + (k\beta_1 + \delta + \gamma)) - \mu_1\mu_4 N_H\theta\mu_3(k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1).$$

Titik ekuilibrium T_1 dan T_2 secara berurutan merepresentasikan kondisi bebas penyakit *Schistosomiasis* tanpa dan dengan kehadiran populasi keong *O.h. lindoensis*. Sedangkan titik ekuilibrium T_3 merepresentasikan kondisi endemik. Diketahui bahwa $\omega > \mu_2$, sehingga titik ekuilibrium T_1 dan T_2 dapat dijamin eksistensinya. Sedangkan, titik ekuilibrium T_3 akan eksis jika $I_H^* > 0$ dan $Y > 0$. Akibatnya diperoleh syarat eksistensi secara berurutan sebagai berikut:

$$\alpha > \frac{\mu_1\mu_4 N_H(k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1)((\omega - \mu_2)\beta_2 - \mu_3\theta)}{kA\beta_1\beta_2(\omega - \mu_2)} \quad (5)$$

dan

$$\alpha > \frac{\mu_1\mu_4 N_H(k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1)((\omega - \mu_2)\beta_2 + \mu_3\theta)}{kA\beta_1\beta_2(\omega - \mu_2)}. \quad (6)$$

3.3 Analisa Kestabilan Titik Ekuilibrium

Kestabilan dari titik ekuilibrium ditentukan berdasarkan nilai eigen λ yang diperoleh dari polinomial karakteristik

$$P_i(\lambda) = \det(J(T_i) - \lambda I) = 0, \quad (7)$$

dimana $J(T_i)$ adalah matriks *Jacobian* yang dievaluasi di titik ekuilibrium T_i , dengan $i = 1, 2, 3$ [14]. Dari titik ekuilibrium T_1 dan T_2 , secara berurutan, dapat diperoleh polinomial karakteristik berikut ini.

$$\begin{aligned}P_1(\lambda) &= (\lambda + \mu_1)(\lambda + \mu_2 - \omega)(\lambda + \mu_3)(\lambda + \mu_4)(\lambda + k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1) \text{ dan} \\ P_2(\lambda) &= (\lambda + \mu_1)(\lambda + \omega - \mu_2)(c_0\lambda^3 + c_1\lambda^2 + c_2\lambda + c_3)\end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned}c_0 &= \theta\mu_1 N_H > 0 \\ c_1 &= \mu_1 N_H((k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1 + \mu_3 + \mu_4)\theta + (\omega - \mu_2)\beta_2) > 0\end{aligned}$$

$$c_2 = ((\omega - \mu_2)(k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1 + \mu_4)\beta_2 + \theta((k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1 + \mu_3)\mu_4 + \mu_3(k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1)))\mu_1 N_H > 0$$

$$c_3 = \mu_1 \mu_4 N_H (k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1) ((\omega - \mu_2)\beta_2 + \mu_3 \theta) - \alpha k A \beta_1 \beta_2 (\omega - \mu_2).$$

Akar-akar karakteristik dari polinomial $P_i(\lambda)$ merupakan nilai-nilai eigen, λ , yang dapat menentukan sifat kestabilan dari titik ekuilibriumnya. Titik ekuilibrium bebas penyakit T_1 tidak stabil karena terdapat satu akar karakteristik dari polinomial $P_1(\lambda)$ yang bernilai positif, yaitu $\lambda = \omega - \mu_2$. Selanjutnya, dari polinomial karakteristik $P_2(\lambda)$, diketahui bahwa polinomial ini memiliki dua akar yang negatif, yaitu $\lambda = -\mu_1$ dan $\lambda = -(\omega - \mu_2)$. Sementara akar-akar lainnya memiliki formula yang rumit sehingga sulit ditentukan nilainya. Dengan menggunakan kriteria Routh- Hurwitz [15], diperoleh syarat agar polinomial orde tiga dari $P_2(\lambda)$ memiliki akar-akar dengan bagian real bernilai negatif adalah koefisien $c_1 > 0, c_2 > 0, c_3 > 0$ dan $S = c_1 c_2 - c_0 c_3 > 0$. Diketahui bahwa $c_1 > 0, c_2 > 0$ dan

$$S = \alpha k A \beta_1 \beta_2 (\omega - \mu_2) + \mu_1 N_H (k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1 + \mu_4) ((\omega - \mu_2)\beta_2 + (\mu_3 + \mu_4)\theta) ((k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1 + \mu_3)\theta + (\omega - \mu_2)\beta_2) > 0.$$

Sehingga diperoleh syarat bahwa $c_3 > 0$ jika

$$\alpha < \frac{\mu_1 \mu_4 N_H (k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1) ((\omega - \mu_2)\beta_2 + \mu_3 \theta)}{k A \beta_1 \beta_2 (\omega - \mu_2)}. \quad (8)$$

Namun, syarat ini mengakibatkan syarat eksistensi titik ekuilibrium T_3 pada persamaan (6) tidak terpenuhi. Sehingga, titik ekuilibrium bebas penyakit T_2 stabil asimtotik lokal jika memenuhi syarat α pada persamaan (8), yang berimplikasi pada ketidakhadiran titik ekuilibrium endemik T_3 .

Selanjutnya, dari titik ekuilibrium endemik T_3 dapat diperoleh polinomial karakteristik berikut ini.

$$P_3(\lambda) = (\lambda + \omega - \mu_2)(d_0 \lambda^4 + d_1 \lambda^3 + d_2 \lambda^2 + d_3 \lambda + d_4)$$

dimana

$$d_0 = -\mu_4 \theta N_H (k\beta_1 + \delta + \mu_1) ((\omega - \mu_2)\beta_2 + \mu_3 \theta) < 0$$

$$d_1 = \alpha k A \beta_1 \beta_2 (\omega - \mu_2) + \mu_4 N_H ((\omega - \mu_2)\beta_2 + \mu_3 \theta) \left((k^2 \beta_1^2 + k\beta_1(2\delta + \gamma + 2\mu_1 + \mu_3 + \mu_4) + \delta^2 + \delta(\gamma + 2\mu_1 + \mu_3 + \mu_4) + \mu_1(\mu_1 + \mu_3 + \mu_4))\theta + \beta_2(\omega - \mu_2)(k\beta_1 + \delta + \mu_1) \right) > 0$$

$$d_2 = \alpha k A \beta_1 \beta_2 (\omega - \mu_2) (\beta_2(\omega - \mu_2) + \theta(k\beta_1 + \delta + \mu_1 + \mu_3 + \mu_4)) + \mu_4 N_H ((\omega - \mu_2)\beta_2 + \mu_3 \theta) \left(\beta_2(\omega - \mu_2)(k^2 \beta_1^2 + k\beta_1(2\delta + \gamma + 2\mu_1 + \mu_4) + \delta^2 + \mu_4(\delta + \mu_1) + \delta(\gamma + 2\mu_1) + \mu_1^2) + (k^2 \beta_1^2(\mu_3 + \mu_4) + k\beta_1(\mu_4(2\delta + \gamma + 2\mu_1 + \mu_3) + 2\mu_3(\delta + \frac{1}{2}\gamma + \mu_1))) + \mu_4(\delta^2 + \delta(\gamma + 2\mu_1 + \mu_3) + \mu_1(\mu_1 + \mu_3)) + (\delta^2 + \delta(\gamma + 2\mu_1) + \mu_1^2)\mu_3 \right) \theta > 0$$

$$d_3 = \alpha k A \beta_1 \beta_2 (\omega - \mu_2) (\beta_2(\omega - \mu_2)(k\beta_1 + \delta + \mu_1 + \mu_4) + \theta(\mu_4(k\beta_1 + \delta + \mu_1 + \mu_3) + \mu_3(k\beta_1 + \delta + \mu_1))) - \mu_1 \mu_4^2 \gamma N_H (\beta_2(\omega - \mu_2) + \mu_3 \theta)^2$$

$$d_4 = \alpha k A \beta_1 \beta_2 (\omega - \mu_2) - \mu_1 \mu_4 N_H (k\beta_1 + \delta + \gamma + \mu_1) (\beta_2(\omega - \mu_2) + \mu_3 \theta)$$

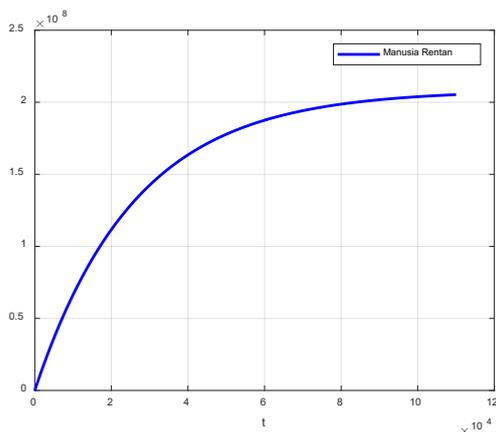
Koefisien $d_4 > 0$ karena parameter α haruslah memenuhi persamaan (8) yang merupakan salah satu syarat eksistensi titik ekuilibrium endemik T_3 . Polinomial orde 4 dari $P_3(\lambda)$ memiliki satu perubahan tanda koefisien, yang terjadi pada koefisien d_0 dan d_1 . Maka berdasarkan aturan *Descartes' Rule of Sign* diketahui bahwa $P_3(\lambda)$ memiliki satu akar karakteristik yang bernilai positif, $\lambda_j > 0$ untuk suatu j . Sehingga T_3 merupakan titik ekuilibrium yang tidak stabil [16].

Berdasarkan hasil analisa kestabilan titik-titik ekuilibrium dari model (4) diketahui bahwa titik ekuilibrium T_1 dapat dijamin eksistensi dan ketidakstabilannya. Hal ini mengindikasikan bahwa kondisi bebas penyakit *Schistosomiasis* tanpa kehadiran populasi keong *O.h. lindoensis* tidak akan pernah terjadi di masa yang akan datang. Hasil ini juga menyatakan bahwa populasi keong *O.h. lindoensis* tidak akan pernah menghilang atau punah dari daerah endemik. Sedangkan titik ekuilibrium T_2 dapat dijamin eksistensi dan kestabilannya jika parameter peluang infeksi sukses oleh *Cercariae* (α) memenuhi syarat pada persamaan (8). Perilaku solusi ini mengindikasikan bahwa penyakit *Schistosomiasis* akan menghilang di masa yang akan

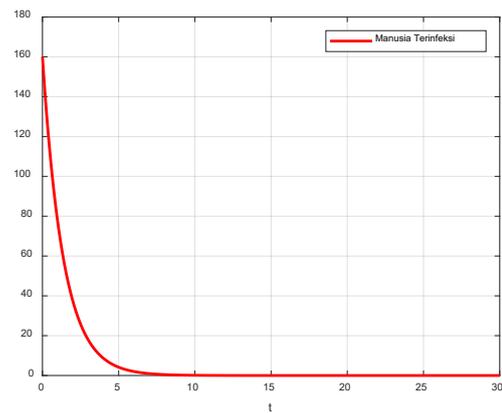
datang, walaupun populasi keong *O.h. lindoensis* tetap berada di daerah endemik, jika terpenuhi syarat tersebut. Dengan kata lain, populasi manusia dan populasi keong *O.h. lindoensis* akan berkoeksistensi secara damai di daerah endemik. Namun, jika syarat tersebut tidak terpenuhi maka eksistensi titik ekuilibrium T_3 yang menggambarkan kondisi penyakit *Schistosomiasis* akan menetap dalam daerah endemik dapat dijamin. Meskipun, titik ekuilibrium ini tidak stabil. Kondisi yang digambarkan oleh titik ekuilibrium T_2 merupakan kondisi yang diharapkan oleh semua pihak di masa yang akan datang. Oleh karena itu, program pengendalian *Schistosomiasis* yang berfokus pada upaya-upaya untuk memperkecil kontak antara *Cercariae* dan penduduk di daerah endemik, dalam model ini direpresentasikan oleh parameter α , perlu dicanangkan.

3.4 Simulasi Numerik

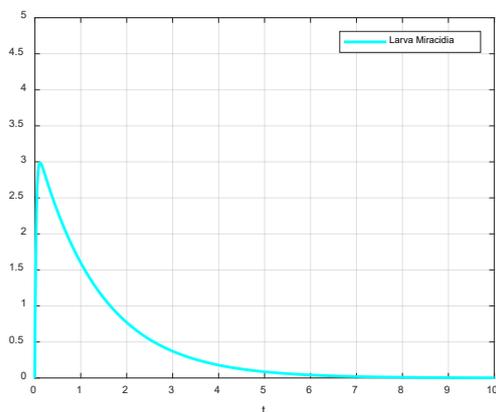
Pada bagian ini, simulasi numerik akan dilakukan untuk mendukung hasil kajian analitik pada bagian sebelumnya. Berdasarkan hasil analisis kestabilan titik ekuilibrium, diketahui bahwa hanya titik ekuilibrium bebas penyakit *Schistosomiasis* dengan adanya populasi keong *O.h. lindoensis* (T_2) yang dapat dijamin eksistensi dan kestabilannya jika syaratnya terpenuhi. Sehingga simulasi ini hanya akan membahas kondisi tersebut. Adapun nilai parameter yang digunakan dalam simulasi ini dapat dilihat pada Tabel 1 dengan nilai awal $S_H(0) = 27629$, $I_H(0) = 160$, $M(0) = 0$, $P(0) = 0$, dan $S_p(0) = 1308$. Nilai awal ini diperoleh dari data pemeriksaan penduduk dan keong di daerah Napu, Lindu dan Bada, Provinsi Sulawesi Tengah pada tahun 2017 [17]. Dari nilai-nilai parameter tersebut diperoleh syarat stabil T_2 adalah $\alpha < 2,07 \times 10^{-6}$, sehingga dipilih $\alpha = 1 \times 10^{-6}$. Dinamika penyebaran penyakit *Schistosomiasis* jika syarat kestabilan T_2 tersebut terpenuhi tampak pada Gambar 2.



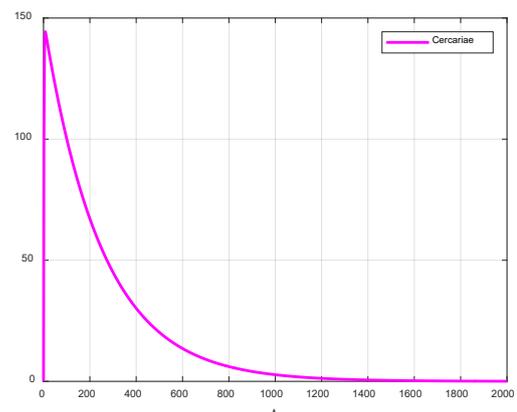
(a)



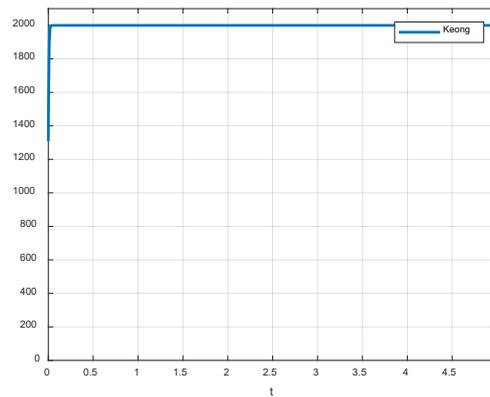
(b)



(c)



(d)



(e)

Gambar 2. Simulasi Numerik Model Transmisi Penyakit *Schistosomiasis*: (a) Dinamika Sub-populasi Manusia Rentan, (b) Dinamika Sub-populasi Manusia Terinfeksi *Schistosomiasis*, (c) Dinamika Sub-populasi Larva *Miracidia*, (d) Dinamika Sub-populasi *Cercaria*, dan (e) Dinamika Populasi Keong *O.h. lindoensis*

Gambar 2 menunjukkan bahwa setiap sub-populasi akan menuju titik ekuilibrium $T_2 = (2,08 \times 10^8; 0; 0; 0; 2000)$ saat t menuju tak hingga. Dari gambar tersebut, terlihat bahwa jumlah sub-populasi manusia yang terinfeksi mengalami penurunan yang signifikan. Hal ini disebabkan oleh kecilnya nilai parameter peluang infeksi sukses oleh *Cercariae*, sehingga tidak terjadi penambahan kasus infeksi *Schistosomiasis*. Penurunan jumlah infeksi ini juga berdampak pada penurunan jumlah telur yang akan menetas dan berkembang menjadi sub-populasi larva *Miracidia* ketika berada di lingkungan yang berair. Penurunan jumlah sub-populasi larva *Miracidia* yang cukup signifikan ini juga dapat disebabkan oleh masa hidupnya yang relatif singkat yaitu 48 jam, jika tidak segera bertemu keong [18]. Selanjutnya, jumlah sub-populasi *Cercariae* mengalami peningkatan sesaat menuju angka 148, kemudian di hari ke-7 turun secara perlahan menuju angka nol. Hal ini bersesuaian dengan jumlah larva *Miracidia* yang telah mencapai kondisi stagnan di nol pada hari ke-7. Satu larva *Miracidia* ini dapat menghasilkan ± 100.000 *Cercariae* [5]. Sementara, sub-populasi keong sangat cepat mencapai kondisi $carrying\ capacity = \frac{\omega - \mu_2}{\theta}$. Hal ini disebabkan oleh nilai parameter laju kelahiran keong yang besar.

4. KESIMPULAN

Sebuah model transmisi penyakit *Schistosomiasis* yang melibatkan tiga populasi, yakni populasi manusia, keong *O.h. lindoensis*, dan cacing *S. Japonicum* telah diperkenalkan dalam penelitian ini. Model tersebut menghasilkan tiga titik ekuilibrium yang merepresentasikan kondisi bebas penyakit *Schistosomiasis* dengan dan tanpa adanya populasi keong *O.h. lindoensis* serta kondisi endemik penyakit *Schistosomiasis*. Dari hasil kajian analitik diketahui bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit *Schistosomiasis* tanpa adanya populasi keong *O.h. lindoensis* merupakan titik yang eksis tetapi tidak stabil. Sedangkan titik ekuilibrium bebas penyakit *Schistosomiasis* dengan kehadiran populasi keong *O.h. lindoensis* merupakan titik yang eksis dan stabil bersyarat. Jika syarat tersebut tidak terpenuhi maka titik ekuilibrium yang menggambarkan kondisi endemik akan eksis, namun tidak stabil. Hasil ini mengindikasikan bahwa di masa yang akan datang, kondisi bebas penyakit *Schistosomiasis* mungkin terjadi dengan tetap mempertahankan populasi keong endemik *O.h. lindoensis* di daerah endemik. Hal ini tentu memerlukan program-program pengendalian untuk memutus rantai penyebaran penyakit *Schistosomiasis* melalui upaya meminimalisir kontak antara *Cercariae* dan *definitive host* seperti yang terindikasikan dari syarat kestabilan.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Fakultas MIPA Universitas Tadulako yang telah mendanai penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

1. M.K. Sundaraneedi, B.A. Tedla, R.M. Eichenberger, L. Becker, D. Pickering, M.J. Smout, et al, "Polypyridylruthenium (II) complexes exert anti-schistosome activity and inhibit parasite acetylcholinesterases", *PLoS Negl Trop Dis*, 11 (12) (2017 Dec), Article e0006134.
2. X.N. Zhou, R. Bergquist, L. Leonardo, R. Olveda, "*Schistosomiasis: The Disease and its control*", [Online], Available from: <http://www.rnas.org.cn/upload/inFile/2008-9-25160310Schistosomiasis.pdf> [Diakses : 7 Januari 2021].
3. S. Pawakkangi, A. Nurwidayati, P. P. F. Sumolang, L. T. Lobo, G. Gunawan, M. Murni, "Kondisi fokus keong perantara *Schistosomiasis* *Oncomelania hupensis lindoensis* di empat desa daerah integrasi program lintas sector", Sulawesi Tengah, *BALABA: Jurnal LITBANG Pengendalian Penyakit Bersumber Binatang Banjarnegara*, hal. 117-126, 2018.
4. T. Iskandar, "*Tinjauan Skistosomiasis Pada Hewan dan Manusia di Lembah Napu, Lembah Besoa dan Lembah Danau Lindu Kabupaten Poso Sulawesi Tengah*", Prosiding Lokakarya Nasional Penyakit Zoonosis, hal. 228-234, 2005.
5. H. Hafisah, "Karakteristik Habitat Dan Morfologi Siput *Oncomelania Hupensis Lindoensis* Sebagai Hewan Reservoir Dalam Penularan *Schistosomiasis* Pada Manusia Dan Ternak di Taman Nasional Lore Lindu (Habitat Characteristics and Morphology of *Oncomelania Hupensis*)", *Jurnal Manusia dan Lingkungan*, 20(2), hal. 144-152, 2013.
6. Z. Feng, C. Li, A. M. Fabio, "Schistosomiasis models with density dependence and age of infection in snail dynamics", *Elsevier Mathematical Biosciences*, 177, pp. 271-286, 2002.
7. Z. Feng, A. Eppert, F. A. Milner, D. J. Minchella, "Estimation of parameters governing the transmission dynamics of Schistosomes", *Elsevier*, pp. 1105-1112, 2004.
8. E. T. Chiyaka, "Modelling within host parasite dynamics of Schistosomiasis", *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 11(3), pp. 255-280, 2010.
9. Q. Longxing, C. Jing-an, H. Tingting, Ye, Y. Fengli, J. Longzhi, "Mathematical model of Schistosomiasis under flood in Anhui Province", *Hindawi Abstract and Applied Analysis*, 2014.
10. Gao, Y. Liu, Y. Luo, D. Xie, "Control problems of a mathematical model for *Schistosomiasis* transmission dynamics", *Nonlinear Dynamics*, 63(3), pp. 503-512, 2011.
11. A. Alfianto, R. Ratianingsih, Hajar, "Numerical simulation of the mathematical model of treated *Schistosomiasis* spread", IOP conf. Series : 1218. 2019.
12. L. Perko. *Differential Equation and Dynamical System*, New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1991.
13. G.J. Olsder, J.W. Woude, *Mathematical System Theory Second Edition*, Faculty on Information Technology and Systems Delft University of Technology, 1998.
14. H. Anton, *Aljabar Linier Elementer Edisi ke-5*, Terjemahan Pantur Silaban dan I Nyoman Susila. Jakarta: Erlangga, 1992
15. Edelstein-Keshet, L., *Mathematical Models in Biology*. New York: Random House, 1988.
16. S. Wiggins, *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical System and Chaos*, Second Edition, New York: Springer – Verlag, 2003.
17. A. Nurwidayati, P.P. Frederika, M. Sudomo, "Fluktuasi *Schistosomiasis* di daerah Endemis Provinsi Sulawesi Tengah tahun 2011-2018", *Buletin Penelitian Kesehatan*, 47(3), hal. 199-206, 2019.
18. Beriajaya, "Peranan vektor sebagai penular penyakit zoonosis", *Prosiding. Lokakarya Nasional Penyakit Zoonosis*, hal. 275-288, 2009.

