BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan
December 2021 Vol. 15 No. 4 Page 651–658
P-ISSN: 1978-7227 E-ISSN: 2615-3017
: https://doi.org/10.30598/ barekengvol15iss4pp651-658

PEWARNAAN TITIK TOTAL SUPER ANTI-AJAIB LOKAL PADA GRAF PETERSEN DIPERUMUM $P(n, k)$ DENGAN $k = 1, 2$

Local Super Antimagic Total Vertex Coloring of Generalized Petersen $P(n, k)$ with k=1, 2

D. Setyawan[1*], A. N. Afni[2], R. M. Prihandini[3], E. R. Albirri[4], A. I. Kristiana[5]

[1,2,3,4,5] *Prodi Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Jember*
Jln. Kalimantan Tegalboto No.37, Krajan Timur, Sumbersari, Jember, 68121, Indonesia

*Corresponding author e-mail: [1]*deddy.setyawancrash@gmail.com*

Abstrak

Pelabelan titik total anti-ajaib lokal dari suatu graf *G* didefinisikan oleh suatu pola pelabelan yang melabeli keseluruhan titik dan sisi dari label 1 sampai $|V| + |E|$ sedemikian hingga bobot dari dua titik yang bertetangga adalah berbeda, dimana bobot suatu titik didapat dari penjumlahan label sisi yang berinsiden dengan titik itu sendiri. Jika pelabelan tersebut melabeli titik dari label yang terkecil kemudian melabeli sisi, maka pelabelan tersebut dinamakan pelabelan titik total super anti-ajaib lokal. Pelabelan titik total super anti-ajaib lokal tersebut menginduksi pewarnaan titik pada graf *G* dimana pada suatu titik *v*, bobot titik *w(v)* merupakan warna dari *v*. Banyaknya warna minimal yang diperoleh dari semua pewarnaan yang terinduksi oleh pelabelan titik total super anti-ajaib lokal dari *G* dinamakan bilangan kromatik pewarnaan titik total super anti-ajaib lokal dari suatu graf *G*, dan dinotasikan dengan $\chi_{lsat}(G)$. Pada artikel ini, kami meneliti bilangan kromatik pewarnaan titik total super anti-ajaib lokal dari Graf Petersen Diperumum *P(n,k)* dengan *k=1, 2*.

Kata Kunci : *Pewarnaan titik, graf petersen diperumum, bilangan kromatik total super anti-ajaib lokal.*

Abstract

The local antimagic total vertex labeling of graph G is a labeling that every vertices and edges label by natural number from 1 to $|V| + |E|$ such that every two adjacent vertices has different weights, where is The sum of a vertex label and the labels of all edges that incident to the vertex. If the labeling start the smallest label from the vertex then the edge so that kind of coloring is called the local super antimagic total vertex labeling. That local super antimagic total vertex labeling induces vertex coloring of graph G where for vertex v, the weight w(v) is the color of v. The minimum number of colors that obtained by coloring that induces by local super antimagic total vertex labeling of G called the chromatic number of local super antimagic total vertex coloring of G, denoted by $\chi_{lsat}(G)$. In this paper, we consider the chromatic number of local super antimagic total vertex coloring of Generalized Petersen Graph P(n,k) for k=1, 2.

Keywords: *Vertex coloring, Generalized Petersen Graph, local super antimagic total chromatic number.*

Article info:

Submitted: 30th June 2021 *Accepted: 23rd October 2021*

How to cite this article:

D. Setyawan, A. N. Afni, R. M. Prihandini, E. R. Albirri, and A. I. Kristiana, "PEWARNAAN TITIK TOTAL SUPER ANTI-AJAIB LOKAL PADA GRAF PETERSEN DIPERUMUM $P(n, k)$ DENGAN $k = 1,2$", *BAREKENG: J. Il. Mat. & Ter.*, vol. 15, no. 04, pp. 651-658, Dec. 2021.

1. PENDAHULUAN

Teori graf dalam matematika dan ilmu komputer adalah cabang ilmu pengetahuan yang mempelajari lebih lanjut terkait dengan graf. Salah satu topik penelitian pada teori graf yang sedang berkembang saat ini adalah pewarnaan graf. Pada tahun 2017 Arumugam dkk. [1] memperkenalkan suatu pewarnaan titik yang terinduksi dari pelabelan anti-ajaibnya. Pelabelan titik anti-ajaib lokal dari suatu graf G didefinisikan oleh pemetaan bijektif $f: E \to \{1,2,\ldots,|E|\}$ sedemikian hingga bobot dari dua titik yang bertetangga u dan v berbeda $w(u) \neq w(v)$, dimana $w(u) = \sum_{e \in E(u)} f(e)$ dan $E(u)$ adalah himpunan sisi yang berinsiden ke u [1]. Banyaknya warna minimal yang diperoleh dari semua pewarnaan yang terinduksi oleh pelabelan titik anti-ajaib lokal dari G dinamakan bilangan kromatik pewarnaan titik anti-ajaib lokal dari suatu graf G, dan dinotasikan dengan $\chi_{la}(G)$. Adapun bilangan kromatik pewarnaan titik anti-ajaib lokal dari beberapa keluarga graf yang sudah pernah diteliti antara lain bilangan kromatik pewarnaan titik anti-ajaib lokal dari graf layang-layang, graf pan [A], sub divisi dari graf bintang dan graf roda [B], hasil kali corona dari graf lintasan, graf lingkaran, dan graf lengkap dengan graf null [C], serta graf pohon [D].

Setelah itu pewarnaan anti-ajaib lokal dikembangkan sehingga bukan pewarnaan titik yang terinduksi dari pelabelannya melainkan pewarnaan sisi yaitu pewarnaan sisi anti-ajaib lokal yang diperkenalkan oleh Alfarisi dkk pada 2017 [E]. Tidak berhenti disitu pewarnaan sisi anti-ajaib lokal terus berkembang sehingga diperkenalkan lah pewarnaan sisi total anti-ajaib local dan pewarnaan sisi total super anti-ajaib lokal [F,G]. Adapun bilangan kromatik pewarnaan sisi anti-ajaib local dari beberapa keluarga graf yang sudah pernah diteliti antara lain bilangan kromatik pewarnaan titik anti-ajaib lokal dari hasil kali comb dari graf lintasan, graf lingkaran, dan graf bintang [H], serta hasil kali corona dari graf lintasan dan graf lingkaran [I].

Pada tahun 2020 Slamin dkk. kemudian mengembangkan pewarnaan anti ajaib lokal lebih lanjut menjadi pewaraan titik total super anti-ajaib lokal. Pelabelan titik total super anti-ajaib lokal dari suatu graf G didefinisikan oleh suatu pemetaan $f: V \cup E \to \{1,2,\ldots,|V|+|E|\}$ sedemikian hingga bobot dari dua titik yang bertetangga u dan v berbeda $w(u) \neq w(v)$, dimana $w(u) = f(u) + \sum_{e \in E(u)} f(e)$ dan $E(u)$ adalah himpunan sisi yang berinsiden ke u [2, 3]. Jika pelabelan titik total anti-ajaib lokal melabeli sisi terlebih dahulu maka pelabelaan titik total super anti-ajaib lokal melabeli titik terlebih dahulu. Pelabelan titik total super anti-ajaib lokal tersebut menginduksi pewarnaan titik pada graf G dimana pada suatu titik v bobot titik $w(v)$ merupakan warna dari v. Banyaknya warna minimal yang diperoleh dari semua pewarnaan yang terinduksi oleh pelabelan titik total super anti-ajaib lokal dari G dinamakan bilangan kromatik pewarnaan titik total super anti-ajaib lokal dari suatu graf G, dan dinotasikan dengan $\chi_{lsat}(G)$.

Beberapa peneliti graf seperti Slamin, Adiwijaya, Hasan, Dafik, dan Wijaya [4] telah meneliti bilangan kromatik pewarnaan titik total super anti-ajaib lokal untuk beberapa graf seperti graf pohon, lintasan, helm, roda, gear ganjil, matahari, dan reguler graf seperti amalgamasi bintang dan roda. Di tahun yang sama Pratama, Setiawani, dan Slamin [5] juga telah meneliti topik yang sama pada graf kipas, gear genap, dan bunga matahari. Berdasarkan kedua artikel tersebut, kami tertarik untuk melanjutkan penelitian terkait pewarnaan titik total super anti-ajaib lokal pada graf sederhana, terhubung dan tak berarah yaitu Graf Petersen Diperumum $P(n,k)$ khususnya untuk $k = 1$ dan $k = 2$ dan mencari bilangan kromatiknya.

2. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan pada artikel ini adalah metode deduktif aksiomatik yang memakai prinsip pembuktian deduktif dan pendeteksian pola untuk menemukan dan mencari pola pelabelan sehingga diperoleh bilangan kromatik dari pewarnaan titik total anti-ajaib lokal pada Graf Petersen Diperumum $P(n,k)$ dengan $k = 1, 2$. Prosedur penelitian pada artikel ini antara lain Menentukan graf, Menotasikan titik, Menentukan himpunan titik, sisi, serta kardinalitasnya, Melabeli titik dan sisi, Menghitung bobot titik, Memeriksa bobot titik yang bertetangga, memeriksa banyak bobot, dan membuat teorema.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Graf Petersen Diperumum $P(n,k)$ didefinisikan sebagai graf kubik terhubung yang terdiri dari poligon bintang dalam (n,k) (graf *Circulant* $Ci_n(k)$) dan poligon beraturan luar n (graf *Cycle* C_n) dengan titik-titik yang bersesuaian pada poligon dalam dan luar yang terhubung dengan sisi. Misalkan $n \geq 3$ adalah sebuah bilangan positif dan $k \in \{1,2,\dots,n-1\} \backslash \lfloor n/2 \rfloor$ [6]. Graf Petersen Diperumum $P(n,k)$ mempunyai himpunan titik $V\big(P(n,k)\big) = \{x_i, 1 \le i \le n\} \cup \{y_i, 1 \le i \le n\}$. Untuk $k=1$, Graf Petersen Diperumum mempunyai himpunan sisi $E\big(P(n,1)\big) = \{x_i x_{i+1}, 1 \le i \le n-1\} \cup \{x_1 x_n\} \cup \{y_i y_{i+1}, 1 \le i \le n-1\} \cup \{y_1 y_n\} \cup \{x_i y_i, 1 \le i \le n\}$, Sedangkan untuk $k=2$ dan n ganjil, Graf Petersen Diperumum mempunyai himpunan sisi $E\big(P(n,1)\big) = \{x_i x_{i+1}, 1 \le i \le n-1\} \cup \{x_1 x_n\} \cup \{x_i y_i, 1 \le i \le n\} \cup \left\{y_i y_{i+2}, 1 \le i \le \frac{n}{2}; i \in ganjil\right\} \cup \{y_{n-1} y_1\} \cup \left\{y_i y_{i+2}, 1 \le i \le \frac{n}{2}; i \in genap\right\} \cup \{y_n y_2\}$, untuk $k=2$ dan n genap, Graf Petersen Diperumum mempunyai himpunan sisi $E\big(P(n,1)\big) = \{x_i x_{i+1}, 1 \le i \le n-1\} \cup \{x_1 x_n\} \cup \{x_i y_i, 1 \le i \le n\} \cup \left\{y_i y_{i+2}, 1 \le i \le \frac{n}{2}; i \in ganjil\right\} \cup \{y_{n-1} y_1\} \cup \left\{y_i y_{i+2}, 1 \le i \le \frac{n}{2}; i \in genap\right\} \cup \{y_n y_2\}$.

Teorema 1. Jika $P(n,k)$ adalah sebuah Graf Petersen Diperumum untuk $k=1$, maka:

$$3 \le \chi_{lsat}\big(P(n,1)\big) \le 4, \text{ untuk } n \text{ ganjil}$$
$$2 \le \chi_{lsat}\big(P(n,1)\big) \le 3, \text{ untuk } n \text{ genap}$$

Bukti. Kita bagi proses pembuktiannya menjadi dua kasus.

Kasus 1. Untuk *n* ganjil

Labeli titik-titik dan sisi-sisi dari $P(n,1)$ dengan formula sebagai berikut :

$$f(v) = \begin{cases} \dfrac{i+1}{2} & v = x_i;\ i \text{ ganjil} \\ \dfrac{n+i+1}{2} & v = x_i;\ i \text{ genap} \\ \dfrac{2n+i+1}{2} & v = y_i;\ i \text{ ganjil} \\ \dfrac{3n+i+1}{2} & v = y_i;\ i \text{ genap} \end{cases}$$

$$f(e) = \begin{cases} \dfrac{9n-i+2}{2} & e = x_i x_{i+1};\ i \text{ ganjil} \\ \dfrac{10n-i+2}{2} & e = x_i x_{i+1};\ i \text{ genap} \\ 4n+1 & e = x_1 x_n \\ \dfrac{7n-i+2}{2} & e = y_i y_{i+1};\ i \text{ ganjil} \\ \dfrac{8n-i+2}{2} & e = y_i y_{i+1};\ i \text{ genap} \\ 3n+1 & e = y_1 y_n \\ \dfrac{4n+i+1}{2} & e = x_i y_i;\ i \text{ ganjil} \\ \dfrac{5n+i+1}{2} & e = x_i y_i;\ i \text{ genap} \end{cases}$$

Pelabelan ini menghasilkan bobot yang berbeda untuk dua titik yang bertetangga sebagai berikut:

$$w(v)=\begin{cases}\dfrac{21n+7}{2} & v=x_1, v=y_n, \text{ dan } v=y_i;\ 3\le i\le n-2;\ i \text{ ganjil}\\ \dfrac{23n+7}{2} & v=x_n, v=x_i;\ 3\le i\le n-2;\ i \text{ ganjil, dan } v=y_i;\ i \text{ genap}\\ \dfrac{25n+7}{2} & v=x_i;\ i \text{ genap}\\ \dfrac{19n+7}{2} & v=y_1\end{cases}$$

Pelabelan di atas memberikan 4 buah bobot berbeda, maka $\chi_{lsat}(P(n,1)) \le 4$. Karena $P(n,1)$ dapat diwarnai dengan 3 warna, maka $3 \le \chi_{lsat}(P(n,1)) \le 4$ untuk n ganjil.

Kasus 2. Untuk *n* genap

Labeli titik-titik dan sisi-sisi dari $P(n,1)$ dengan formula sebagai berikut:

$$f(v)=\begin{cases}\dfrac{i+1}{2} & v=x_i;\ i \text{ ganjil}\\ \dfrac{2n-i+2}{2} & v=x_i;\ i \text{ genap}\\ \dfrac{2n+i+1}{2} & v=y_i;\ i \text{ ganjil}\\ \dfrac{4n-i+2}{2} & v=y_i;\ i \text{ genap}\end{cases}$$

$$f(e)=\begin{cases}\dfrac{8n+i}{2}, & e=x_ix_{i+1};\ i \text{ genap}\\ \dfrac{10n-i+3}{2}, & e=x_ix_{i+1};\ i \text{ ganjil; } i\neq\\ \dfrac{9n+2}{2}, & e=x_1x_2\\ \dfrac{9n}{2}, & e=x_1x_n\\ \dfrac{6n+i}{2}, & e=y_iy_{i+1};\ i \text{ genap}\\ \dfrac{8n-i+3}{2} & e=y_iy_{i+1};\ i \text{ ganjil; } i\neq 1\\ \dfrac{7n+2}{2} & e=y_1y_2\\ \dfrac{7n}{2} & e=y_1y_n\\ \dfrac{5n-i+1}{2} & e=x_iy_i;\ i \text{ ganjil}\\ \dfrac{5n+i-2}{2} & e=x_iy_i;\ i \text{ genap; } i\neq 2\\ 3n & e=x_2y_2\end{cases}$$

Pelabelan ini menghasilkan bobot yang berbeda untuk dua titik yang bertetangga sebagai berikut:

$$w(v)=\begin{cases}\frac{23n+4}{2} & v=x_i;\ i \text{ ganjil}; v=y_i;\ i \text{ genap}\\ \frac{25n+4}{2} & v=x_i;\ i \text{ genap}\\ \frac{21n+4}{2} & v=y_i;\ i \text{ ganjil}\end{cases}$$

Pelabelan di atas memberikan 3 buah bobot berbeda, maka $\chi_{lsat}(P(n,1)) \leq 3$. Karena $P(n,1)$ dapat diwarnai dengan 2 warna, maka $2 \leq \chi_{lsat}(P(n,1)) \leq 3$ untuk n ganjil.

Teorema 2. Jika $P(n,k)$ adalah sebuah Graf Petersen Diperumum untuk $k=2$, maka:

$$4 \leq \chi_{lsat}(P(n,2)) \leq 6, \text{ untuk } n \equiv 3\ (mod\ 4)$$
$$3 \leq \chi_{lsat}(P(n,2)) \leq 5, \text{ untuk } n \equiv 0\ (mod\ 4)$$

Bukti. Kita bagi proses pembuktian menjadi dua kasus.

Labeli titik-titik dan sisi-sisi dari $P(n,2)$ dengan formula sebagai berikut:

$$f(v)=\begin{cases}\frac{i+1}{2}, & v=x_i;\ i \text{ ganjil}\\ \frac{n+i+1}{2}, & v=x_i;\ i \text{ genap}\\ \frac{2n+i+3}{2}, & v=y_i;\ i\equiv 1(mod\ 4)\\ \frac{3n+i+3}{2}, & v=y_i;\ i\equiv 2(mod\ 4)\\ \frac{2n+i-1}{2}, & v=y_i;\ i\equiv 3(mod\ 4)\\ \frac{3n+i-1}{2}, & v=y_i;\ i\equiv 0(mod\ 4)\\ 2n & v=y_{n-1}\end{cases}$$

$$f(e)=\begin{cases}\frac{9n-i+2}{2}, & e=x_ix_{i+1};\ i \text{ ganjil};\ i\neq n\\ \frac{10n-i+2}{2}, & e=x_ix_{i+1};\ i \text{ genap}\\ 4n+1, & e=x_1x_n\\ \frac{8n-i-1}{2}, & e=y_iy_{i+2};\ i \text{ ganjil};\ i\neq n\\ \frac{7n-i-1}{2}, & e=y_iy_{i+2};\ i \text{ genap};\ i\neq n-1\\ 4n, & e=y_1y_{n-1}\\ \frac{7n-1}{2}, & e=y_2y_n\\ \frac{4n+i+1}{2}, & e=x_iy_i;\ i \text{ ganjil}\\ \frac{5n+i+1}{2}, & e=x_iy_i;\ i \text{ genap}\end{cases}$$

Pelabelan ini menghasilkan bobot yang berbeda untuk dua titik yang bertetangga sebagai berikut:

$$w(v)=\begin{cases}\dfrac{21n+7}{2}, & v=x_1\\ \dfrac{23n+7}{2}, & v=x_i;\ 3\le i\le n-2;\ i\,\text{ganjl dan } v=x_n\\ \dfrac{25n+7}{2}, & v=x_i;\ i\ \text{genap}\\ 11n+2, & v=y_1, v=y_2, \text{dan } v=y_i;\ i\equiv 1(mod\,4);\ i\ne 1\\ 11n+2, & v=y_i;\ i\equiv 2(mod\,4);\ 6\le i\le n-6\\ 11n, & v=v=y_n, v=y_i;\ i\equiv 3(mod\,4);\ i\ne n, \text{dan } v=y_i;\ i\equiv 0(mod\,4)\\ 12n+1, & v=y_{n-1}\end{cases}$$

Pelabelan diatas memberikan 6 buah bobot berbeda, maka $\chi_{lsat}(P(n,2))\le 6$. Karena $(P(n,2))$ untuk $n\equiv 3(mod\ 4)$ dapat diwarnai dengan 4 warna, maka $4\le \chi_{lsat}(P(n,2))\le 6$ untuk $n\equiv 3(mod\ 4)$.

Kasus 2. Untuk $n\equiv 0(mod\ 4)$

Labeli titik-titik dan sisi-sisi dari $P(n,2)$ dengan formula sebagai berikut:

$$f(v)=\begin{cases}\dfrac{i+1}{2}, & v=x_i;\ i\,\text{ganjil}\\ \dfrac{2n-i+2}{2}, & v=x_i;\ i\,\text{genap}\\ \dfrac{2n+i}{2}, & v=y_i;\ i\equiv 2(mod\,4)\\ \dfrac{3n+i-2}{2}, & v=y_i;\ i\equiv 0(mod\,4)\\ n+2 & v=y_1\\ \dfrac{3n-i+5}{2}, & v=y_i;\ i\equiv 1(mod\,4)\\ \dfrac{4n-i+3}{2}, & v=y_i;\ i\equiv 3(mod\,4)\end{cases}$$

$$f(e)=\begin{cases}\dfrac{8n+i}{2}, & e=x_ix_{i+1};\ i\,\text{genap}\\ \dfrac{10n-i+3}{2}, & e=x_ix_{i+1};\ i\,\text{ganjil};\ i\neq 1\\ \dfrac{9n+2}{2}, & e=x_1x_2\\ \dfrac{5n-i+1}{2}, & e=x_iy_i;\ i\,\text{ganjil}\\ \dfrac{5n+i-2}{2}, & e=x_iy_i\ \ i\,\text{genap};\ i\neq 2\\ 3n, & e=x_2y_2\\ \dfrac{6n+i+1}{2}, & e=y_iy_{i+2};\ i\,\text{ganjil}\\ \dfrac{8n-i+2}{2}, & e=y_iy_{i+2};\ i\,\text{genap}\\ \dfrac{7n}{2}, & e=y_1y_{n-1}\\ \dfrac{7n+2}{2}, & e=x_2y_n\end{cases}$$

Pelabelan ini menghasilkan bobot yang berbeda untuk dua titik yang bertetangga sebagai berikut:

$$w(v)=\begin{cases}\dfrac{23n+4}{2}, & v=x_i;\ i\,\text{ganjl dan } v=y_i;\ i\equiv 2(mod\,4)\\ \dfrac{25n+4}{2}, & v=x_i;\ i\,\text{genap}\\ 12n+1, & v=y_i;\ i\equiv 0(mod\,4)\\ \dfrac{25n+7}{2}, & v=y_i;\ i\equiv 3(mod\,4)\\ 10n+3 & v=y_i;\ i\equiv 1(mod\,4)\end{cases}$$

Pelabelan diatas memberikan 5 buah bobot berbeda, maka $\chi_{lsat}(P(n,2)) \leq 5$. Karena $(P(n,2))$ untuk $n \equiv 0(mod\ 4)$ dapat diwarnai dengan 3 warna, maka $3 \leq \chi_{lsat}(P(n,2)) \leq 5$ untuk $n \equiv 0(mod\ 4)$.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dipaparkan, dapat ditarik kesimpulan bahwa bilangan kromatik pewarnaan titik total super anti-ajaib lokal pada Graf Petersen Diperumum $P(n,k)$ dengan $k = 1, 2$ adalah sebagai berikut:

$$3 \leq \chi_{lsat}(P(n,1)) \leq 4, \text{ untuk } n \text{ ganjil}$$
$$2 \leq \chi_{lsat}(P(n,1)) \leq 3, \text{ untuk } n \text{ genap}$$
$$4 \leq \chi_{lsat}(P(n,2)) \leq 6, \text{ untuk } n \equiv 3\ (mod\ 4)$$
$$3 \leq \chi_{lsat}(P(n,2)) \leq 5, \text{ untuk } n \equiv 0\ (mod\ 4)$$

UCAPAN TERIMA KASIH

Kami sangat berterima kasih atas bantuan dari LP2M dan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember untuk bantuan serta pengawasan dalam penyelesaian artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

[1] S. Arumugam, K. Premalatha, M. Bača, and A. Semaničová-Feňovčíková, "Local Antimagic Vertex Coloring of a Graph," *Graphs Comb.*, vol. 33, no. 2, pp. 275–285, 2017, doi: 10.1007/s00373-017-1758-7.

[2] F. F. Hadiputra, D. R. Silaban, and T. K. Maryati, "Super local edge anti-magic total coloring of paths and its derivation," *Indones. J. Comb.*, vol. 3, no. 2, p. 126, 2020, doi: 10.19184/ijc.2019.3.2.6.

[3] D. F. Putri, D. Dafik, I. H. Agustin, and R. Alfarisi, "On the local vertex antimagic total coloring of some families tree," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1008, no. 1, 2018, doi: 10.1088/1742-6596/1008/1/012035.

[4] S. Slamin, N. O. Adiwijaya, M. A. Hasan, D. Dafik, and K. Wijaya, "Local super antimagic total labeling for vertex coloring of graphs," *Symmetry (Basel).*, vol. 12, no. 11, pp. 1–17, 2020, doi: 10.3390/sym12111843.

[5] S. A. Pratama, S. Setiawani, and Slamin, "Local super antimagic total vertex coloring of some wheel related graphs," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1538, no. 1, 2020, doi: 10.1088/1742-6596/1538/1/012014.

[6] V. Yegnanarayanan, "On some aspects of the generalized Petersen graph," *Electron. J. Graph Theory Appl.*, vol. 5, no. 2, pp. 163–178, 2017, doi: 10.5614/ejgta.2017.5.2.1.

[7] K. Premalatha, S. Arumugam, Y. C. Lee, and T. M. Wang, "Local antimagic chromatic number of trees - I," *J. Discret. Math. Sci. Cryptogr.*, 2020, doi: 10.1080/09720529.2020.1772985.

[8] E. Y. Kurniawati, I. H. Agustin, D. Dafik, R. Alfarisi, and M. Marsidi, "On the local antimagic total edge chromatic number of amalgamation of graphs," *AIP Conf. Proc.*, vol. 2014, no. September, 2018, doi: 10.1063/1.5054494.

[9] N. H. Nazula, S. Slamin, and D. Dafik, "Local antimagic vertex coloring of unicyclic graphs," *Indones. J. Comb.*, vol. 2, no. 1, p. 30, 2018, doi: 10.19184/ijc.2018.2.1.4.

[10] I. H. Agustin, M. Hasan, D. Dafik, R. Alfarisi, A. I. Kristiana, and R. M. Prihandini, "Local Edge Antimagic Coloring of Comb Product of Graphs," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1008, no. 1, 2018, doi: 10.1088/1742-6596/1008/1/012038.

[11] Dafik, I. H. Agustin, Marsidi, and E. Y. Kurniawati, "On the local antimagic vertex coloring of sub-devided some special graph," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1538, no. 1, 2020, doi: 10.1088/1742-6596/1538/1/012021.

[12] R. Alfarisi, Dafik, R. Adawiyah, R. M. Prihandini, E. R. Albirri, and I. H. Agustin, "On the partition dimension of edge corona product of path and cycle," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1211, no. 1, pp. 40–48, 2019, doi: 10.1088/1742-6596/1211/1/012014.

[13] I. H. Agustin, M. Hasan, Dafik, R. Alfarisi, and R. M. Prihandini, "Local edge antimagic coloring of graphs," *Far East J. Math. Sci.*, vol. 102, no. 9, pp. 1925–1941, 2017, doi: 10.17654/MS102091925.

[14] M. E. Watkins, "A theorem on tait colorings with an application to the generalized Petersen graphs," *J. Comb. Theory*, vol. 6, no. 2, pp. 152–164, 1969, doi: 10.1016/S0021-9800(69)80116-X.

[15] S. Arumugam, Y.-C. Lee, K. Premalatha, and T.-M. Wang, "On Local Antimagic Vertex Coloring for Corona Products of Graphs," pp. 1–29, 2018, [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/1808.04956.