

PENDUGAAN PARAMETER MODEL *DISTRIBUTED LAG* POLA POLINOMIAL MENGGUNAKAN METODE ALMON

Parameter Estimation of Distributed Lag Model with Polynomial Pattern Using Almon Method

Fitria Virgantari^{1*} Wilda Rahayu²

^{1,2} Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Pakuan
Jl. Pakuan, Ciheleut, Bogor 16129 Jawa Barat, Indonesia

Corresponding author e-mail: ^{1*} fitriav12@gmail.com

Abstrak

Model *distributed lag* (lag tertinggal) merupakan suatu model bentuk model regresi yang menggambarkan hubungan antara variabel tak bebas periode tertentu dengan variabel bebas periode tertentu dan periode-periode sebelumnya. Model tersebut dapat digunakan untuk melihat besarnya dampak yang diberikan oleh variabel bebas terhadap variabel terikat dari waktu ke waktu dan meramalkan data deret waktu. Ada dua bentuk utama struktur model *distributed lag* yang telah banyak dikemukakan dalam pendugaan model regresi *distributed lag*. Bentuk pertama dikemukakan oleh Koyck dan bentuk kedua oleh Almon. Tulisan ini bertujuan untuk mengaplikasikan model Almon untuk mengkaji pengaruh rasio BOPO (Biaya Operasional dan Pendapatan Operasional) terhadap rasio ROA (*Return on Asset*) sebuah bank pemerintah berdasarkan data triwulan, menduga parameternya, memeriksa kelayakan model, kemudian melakukan prediksi pada triwulan berikutnya. Berdasarkan hasil analisis diperoleh model *distributed lag* berikut : $Y_t = 10.110 - 0.078 X_t + 0.015 X_{t-1} + 0.026 X_{t-2} - 0.045 X_{t-3}$ dengan Y_t adalah ROA, dan X_t adalah rasio BOPO pada 1 triwulan sampai 3 triwulan sebelumnya. Model tersebut cukup baik, seperti ditunjukkan oleh nilai koefisien determinasi R^2 yang diperoleh sebesar 0.75, tidak ada autokorelasi, serta uji t dan uji F juga signifikan. Berdasarkan model tersebut, nilai rasio ROA triwulan berikutnya diprediksi sebesar 4.63%.

Kata Kunci : *pendugaan parameter, distributed lag model, metode Almon, lag polinomial*

Abstract

The *distributed lag model* is a regression model that describes the relationship between the dependent variable of a given period and the independent variables of a certain or previous periods. The model can be used to determine the impact of the independent variable to dependent variables over time and forecast time series data for the next periods. There are two forms of *distributed lag model* that have been widely proposed in the estimation of *distributed lag regression model*. The first form is proposed by Koyck and the second form by Almon. This paper aims to apply the Almon model to examine the effect of the ratio of BOPO (Operating Cost and Operating Income) to the ROA (Return on Asset) of a government bank based on quarterly data, to estimate its parameters, to examine the feasibility of the model, and to predict the next quarter. Results shows that *distributed lag model* is $Y_t = 10.110 - 0.078 X_t + 0.015 X_{t-1} + 0.026 X_{t-2} - 0.045 X_{t-3}$ with Y_t is ROA, and X_t is the ratio BOPO on the 1st quarter until the previous 3 quarters. The model is quite good according to the determination coefficient R^2 that is 0.75, no autocorrelation in the model, t test and F test are also significant. Based on the model, the value of ROA ratio next quarter predicted 4.63%. The decrease in profitability ROA ratio is due to an increase in interest expense while interest income can not compensate.

Keywords: *parameter estimation, distributed lag model, Almon method, polynomial lag*

Article info:

Submitted: 22nd August 2021

Accepted: 25th November 2021

How to cite this article:

F. Virgantari, and W. Rahayu, "PENDUGAAN PARAMETER MODEL *DISTRIBUTED LAG* POLA POLINOMIAL MENGGUNAKAN METODE ALMON", BAREKENG: J. Il. Mat. & Ter., vol. 15, no. 04, pp. 761-772, Dec. 2021.



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).
Copyright © 2021 Fitria Virgantari, Wilda Rahayu

1. PENDAHULUAN

Model *distributed lag* (lag tertinggal) merupakan suatu model bentuk model regresi yang menggambarkan hubungan antara variabel tak bebas periode tertentu dengan variabel bebas periode tertentu dan periode-periode sebelumnya [1], [2]. Model tersebut dapat digunakan untuk melihat besarnya dampak yang diberikan oleh variabel bebas terhadap variabel terikat dari waktu ke waktu dan meramalkan data deret waktu. Ada dua bentuk utama struktur *distributed lag* yang telah banyak dikemukakan dalam pendugaan model regresi *distributed lag*. Bentuk pertama dikemukakan oleh Koyck dan bentuk kedua oleh Almon [3], [4]. Koyck mengemukakan suatu bentuk *geometric lag* yang mengasumsikan bahwa koefisien peubah regresi pada masa lalu akan menurun secara geometris sesudah *time lag* tertentu [5], [6]. Pendugaan parameter regresi pada model ini tergantung pada asumsi mengenai *error term*. Biasanya autokorelasi sulit dihindari sehingga pendugaan parameter lebih sulit dilakukan. Cara yang dilakukan biasanya dengan iterasi dengan pendekatan Cochrane-Orcutt.

Model kedua mengasumsikan bahwa pengaruh variabel bebas terhadap variabel tak bebas yang kadang naik dan kadang turun dengan mengikuti setiap pola dari skema lag polinomial. Model lag polinomial yang diperkenalkan oleh Shirley Almon mengasumsikan bahwa pengaruh variabel bebas terhadap variabel tak bebas mengikuti pola siklikal (bergelombang) [7], [8]. Bentuk Almon ini lebih banyak digunakan dalam pendugaan model regresi *distributed lag* dan dianggap lebih tepat karena memungkinkan pendugaan langsung faktor penimbang untuk pengamatan masa lalu yang berkaitan dengan variabel bebas melalui proses interpolasi polinomial.

Tulisan ini bertujuan untuk mengaplikasikan metode Almon untuk mengkaji pengaruh rasio BOPO (Biaya Operasional dan Pendapatan Operasional) terhadap rasio ROA (*Return on Asset*) sebuah bank pemerintah berdasarkan data triwulan.

2. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder laporan keuangan triwulan PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero), Tbk periode tahun 2009 – 2014 yang diperoleh dari situs www.bri.co.id. [9]. Data yang dianalisis adalah data rasio Biaya Operasional dan Pendapatan Operasional (BOPO) dan rasio *Return on Asset* (ROA).

2.1. Formulasi Model

Model *distributed lag* versi Almon yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \beta_3 X_{t-3} + U_t \quad (1)$$

Persamaan (1) dapat juga dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_t = \alpha + \sum_{i=0}^3 \beta_i X_{t-i} + U_t \quad (2)$$

dengan:

Y_t = nilai variabel pada periode t .

α = koefisien perpotongan bidang datar dengan sumbu Y (*intercept*).

β_k = koefisien variabel bebas ke- k .

X_{t-i} = variabel BOPO pada saat t dikurang i .

U_t = nilai kesalahan (*error*) pada saat t .

k = panjang *time lag* maksimum.

i = $0, 1, 2, \dots, k$ ($k=3$).

Nilai β_i dapat diduga berdasarkan suatu pola yang merupakan fungsi dari derajat *polynomial* atau panjang *time-lag*:

$$\beta_i = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 + a_3 i^3 + \dots + a_m i^m \quad (3)$$

dengan:

β_i = koefisien variabel bebas ke- i .

a_m = koefisien penduga variabel bebas dengan derajat *polynomial* ke- m .

$i = 0, 1, 2, \dots, m$.
 $m =$ derajat *polynomial*.

Panjang *time-lag* maksimum dinyatakan dengan k , nilai m lebih kecil daripada k .

Menurut [10] bila pola β_i dengan *polynomial* derajat dua, perhitungan regresi berdasarkan metode Almon diselesaikan dengan prosedur yaitu mensubstitusikan persamaan (3) ke dalam persamaan (2) sehingga diperoleh persamaan berikut:

$$\begin{aligned} Y_t &= \alpha + \sum_{i=0}^k (a_0 + a_1 i + a_2 i^2) X_{t-i} + U_t \\ Y_t &= \alpha + a_0 \sum_{i=0}^k X_{t-i} + a_1 \sum_{i=0}^k i X_{t-i} + a_2 \sum_{i=0}^k i^2 X_{t-i} + U_t \end{aligned} \quad (4)$$

Misalkan faktor penimbang (*weights*) dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{0t} &= \sum_{i=0}^k X_{t-i} \\ W_{1t} &= \sum_{i=0}^k i X_{t-i} \\ W_{2t} &= \sum_{i=0}^k i^2 X_{t-i} \end{aligned}$$

Menggunakan definisi-definisi yang telah dituliskan sebelumnya, maka persamaan (4) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_t = \alpha + a_0 W_{0t} + a_1 W_{1t} + a_2 W_{2t} + U_t \quad (5)$$

2.2. Pendugaan Koefisien

Berdasarkan metode Almon, nilai β_i dapat pada persamaan (1) dan (2) diduga berdasarkan suatu pola yang merupakan fungsi dari derajat *polynomial* atau panjang *time-lag*, sehingga persamaan akhir berbentuk seperti persamaan (5). Pendugaan parameter dilakukan dengan cara berikut.

Misalkan a sebagai penduga β merupakan vektor kolom dengan k baris dan nilai variabel bebas X ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) maka persamaan (5) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_t = \alpha + a_0 W_{0t} + a_1 W_{1t} + a_2 W_{2t} + \dots + a_k W_{kt} + U_t \quad (6)$$

Perhitungan koefisien regresi persamaan (5) akan menghasilkan nilai-nilai \hat{a}_0 , \hat{a}_1 dan \hat{a}_2 , (yaitu penduga nilai-nilai a_0 , a_1 , dan a_2) dan nilai β dapat diduga dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_0 &= \hat{a}_0 \\ \hat{\beta}_1 &= \hat{a}_0 + \hat{a}_1 + \hat{a}_2 \\ \hat{\beta}_2 &= \hat{a}_0 + 2\hat{a}_1 + 4\hat{a}_2 \\ \hat{\beta}_3 &= \hat{a}_0 + 3\hat{a}_1 + 9\hat{a}_2 \\ \dots & \\ \hat{\beta}_k &= \hat{a}_0 + k\hat{a}_1 + k^2\hat{a}_2 \end{aligned} \quad (7)$$

Keterangan:

$\hat{\beta}_k =$ nilai koefisien parameter regresi ke k .
 $\hat{a}_i =$ nilai penduga koefisien parameter regresi faktor penimbang (*weights*).
 $k =$ panjang *time lag* maksimum.

2.3. Pemeriksaan Kelayakan Model

Pemeriksaan kelayakan model sangat diperlukan untuk validasi model yang dianalisis. Dalam pemeriksaan kelayakan model yang perlu diuji yaitu uji asumsi autokorelasi, uji t, uji F, dan nilai koefisien determinasi [11].

2.3.1. Uji Autokorelasi

Menurut [12], autokorelasi merupakan keadaan dimana pada model regresi ada korelasi antara residual pada periode t dengan residual pada periode sebelumnya ($t-1$). Autokorelasi seringkali terjadi pada data *time series* (data deret waktu) dan dapat juga terjadi pada data *cross section* (data silang).

Dampak dari adanya autokorelasi dalam model regresi yaitu meskipun estimator kuadrat terkecil masih linier dan tidak bias, tetapi tidak lagi mempunyai variansi yang minimum dan menyebabkan perhitungan *standard error* model kuadrat terkecil tidak dapat dipercaya kebenarannya [13]. Selain itu, interval estimasi maupun pengujian hipotesis yang didasarkan pada distribusi t maupun F tidak bisa lagi dipercaya untuk evaluasi model. Akibat dari adanya autokorelasi dalam model regresi menyebabkan estimator kuadrat terkecil tidak menghasilkan estimator yang BLUE (*Best Linear Unbiased Error*) dan hanya menghasilkan estimator LUE (*Linear Unbiased Error*).

Pendeteksian adanya autokorelasi dapat menggunakan metode *Durbin-Watson*. *Durbin-Watson* telah berhasil mengembangkan suatu metode yang digunakan untuk mendeteksi adanya masalah autokorelasi dalam model, dapat menggunakan pengujian hipotesis dengan statistik uji seperti pada persamaan berikut:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^t (U_t - U_{t-1})^2}{\sum_{i=1}^t U_t^2} \quad (8)$$

Keterangan:

- d = nilai perhitungan *Durbin Watson*.
- U_t = nilai kesalahan (*error*) periode t .
- U_{t-1} = nilai kesalahan (*error*) periode $t-1$.

Menurut [3] dalam uji autokorelasi dapat digunakan kriteria untuk mendeteksi adanya autokorelasi dalam model regresi sebagai berikut:

- i. Jika nilai $d < -2$ maka ada autokorelasi positif.
- ii. Jika $-2 \leq d \leq 2$ maka tidak ada autokorelasi.
- iii. Jika nilai $d > 2$ maka ada autokorelasi negatif.

2.3.2. Uji t

Menurut [14], untuk menguji hipotesis bahwa W_t tidak mempengaruhi Y_t (dengan asumsi variabel bebas lainnya konstan), artinya $a_k = 0$, maka perumusannya sebagai berikut:

- $H_0 : a_k = 0$ (tidak ada pengaruh variabel bebas X yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) W_t terhadap variabel tidak bebas Y_t).
- $H_a : a_k \neq 0$ (ada pengaruh variabel bebas X yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) W_t terhadap variabel tidak bebas Y_t).

Dalam pengujian hipotesis koefisien regresi parsial, digunakan kriteria uji t .

$$t_{hitung} = \frac{a_k}{S_{a_k}} \quad (9)$$

Keterangan:

- a_k = koefisien parameter regresi.
- S_{a_k} = simpangan baku dari kesalahan (*error*) pendugaan koefisien.
- t_{hitung} mempunyai fungsi t dengan derajat kebebasan sebesar $n - k - 1$.

$$S_{a_k} = S_U \sqrt{d_{kk}}, S_U = \sqrt{\frac{\sum U_t^2}{n-k-1}}, d_{kk} = \text{elemen matriks dari baris } k \text{ dan kolom } k \text{ matriks } D \text{ dengan } D = (W^T W)^{-1}$$

¹. Nilai t_{hitung} kemudian dibandingkan dengan t_α atau $t_{\alpha/2}$ yang diperoleh dari Tabel t dengan derajat kebebasan = $n - 2$.

2.3.3. Uji F

Uji F digunakan dalam pengujian secara serentak pengaruh seluruh variabel-variabel bebas terhadap variabel tidak bebasnya dapat menggunakan analisis ragam (uji F).

Tabel 1. Anova untuk Pengujian Ragam (Uji F)

Sumber Variasi	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Rata-rata Kuadrat	F_{Hitung}
Regresi	JKR	k	$RKR = JKR / k$	
Residu/ <i>Error</i>	JKE	$n - k - 1$	$RKE = JKE / (n-k-1)$	$\frac{RKR}{RKE}$
Total	JKT	$n - 1$	$RKT = JKT / (n-1)$	$\frac{RKR}{RKE}$

Keterangan:

JKR = Jumlah Kuadrat Regresi

$$= a_0 \sum w_{0t} y_t + a_1 \sum w_{1t} y_t + a_2 \sum w_{2t} y_t$$

JKE = Jumlah Kuadrat *Error*, dapat dituliskan seperti pada persamaan

JKT = Jumlah Kuadrat Total ($\sum y_t^2$)

$$= \sum Y_t^2 - \frac{(\sum Y_t)^2}{n}$$

RKR = Rata-rata Kuadrat Regresi.

RKE = Rata-rata Kuadrat *Error*.

RKT = Rata-rata Kuadrat Total.

k = panjang *time lag* maksimum

n = banyak data.

F_{hitung} mengikuti fungsi F dengan derajat kebebasan k dan $(n - k - 1)$. Statistik uji F yang dihitung berdasarkan sampel ini, dipergunakan sebagai dasar pengujian hipotesis dengan menggunakan uji F. Hipotesis yang akan diuji sebagai berikut:

$$H_0 : a_0 = a_1 = \dots = a_i = \dots = a_k = 0$$

Tidak ada pengaruh dari variabel bebas X yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) $W_{0t}, W_{1t}, \dots, W_{it}, \dots, W_{kt}$ terhadap variabel tidak bebas Y_t .

$$H_1 : a_k \neq 0$$

Paling sedikit ada satu variabel bebas X yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) $W_{0t}, W_{1t}, \dots, W_{it}, \dots, W_{kt}$ yang mempengaruhi variabel tidak bebas Y_t .

F_{hitung} kemudian dibandingkan dengan $F_{\alpha, k (n-k-1)}$ dari tabel F. Apabila $F_{hitung} \geq F_{Tabel}$, H_0 ditolak artinya paling sedikit ada satu variabel bebas X yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) $W_{0t}, W_{1t}, \dots, W_{it}, \dots, W_{kt}$ yang mempengaruhi variabel tidak bebas Y_t .

2.3.4. Nilai Koefisien Determinasi (R^2)

Persamaan (6) disebut sebagai persamaan regresi Y terhadap W_{0t}, W_{1t} dan W_{2t} yang mewakili suatu bidang datar dalam ruang berdimensi 4 (dengan sumbu vertikal Y dan sumbu horizontal W_{0t}, W_{1t} dan W_{2t}). Nilai koefisien determinasi (R^2) dari hubungan antara empat variabel Y_t, W_{0t}, W_{1t} dan W_{2t} sebagai berikut:

$$R_{y.123}^2 = \frac{a_0 \sum w_{0t} y_t + a_1 \sum w_{1t} y_t + a_2 \sum w_{2t} y_t}{\sum y_t^2} \quad (10)$$

Keterangan:

$R_{y.123}^2$ = Koefisien determinasi untuk variabel bebas X yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) W_{0t}, W_{1t}, W_{2t} terhadap variabel tidak bebas Y_t .

Nilai variabel bebas X ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) W . Nilai W besar langsung mewakili nilai observasi, sedangkan nilai w kecil mewakili $W - \bar{W}$. Begitu juga untuk nilai y kecil dan Y besar, sehingga dapat ditulis dalam persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\sum Y_t^2 &= \sum Y_t^2 - \frac{(\sum Y_t)^2}{n} \\
\sum W_{0t}^2 &= \sum W_{0t}^2 - \frac{(\sum W_{0t})^2}{n} \\
\sum W_{1t}^2 &= \sum W_{1t}^2 - \frac{(\sum W_{1t})^2}{n} \\
\sum W_{2t}^2 &= \sum W_{2t}^2 - \frac{(\sum W_{2t})^2}{n} \\
\sum W_{0t}Y_t &= \sum W_{0t}Y_t - \frac{\sum W_{0t}\sum Y_t}{n} \\
\sum W_{1t}Y_t &= \sum W_{1t}Y_t - \frac{\sum W_{1t}\sum Y_t}{n} \\
\sum W_{2t}Y_t &= \sum W_{2t}Y_t - \frac{\sum W_{2t}\sum Y_t}{n} \\
\sum W_{0t}W_{1t} &= \sum W_{0t}W_{1t} - \frac{\sum W_{0t}\sum W_{1t}}{n} \\
\sum W_{0t}W_{2t} &= \sum W_{0t}W_{2t} - \frac{\sum W_{0t}\sum W_{2t}}{n} \\
\sum W_{2t}W_{1t} &= \sum W_{2t}W_{1t} - \frac{\sum W_{2t}\sum W_{1t}}{n}
\end{aligned}$$

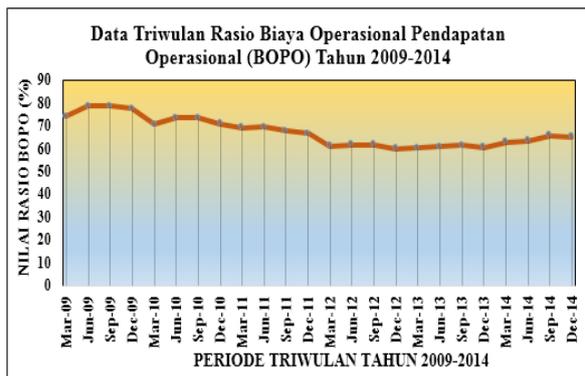
Nilai $R_{y,123}^2$ digunakan untuk mengukur besarnya kontribusi variasi W_{0t} , W_{1t} dan W_{2t} terhadap variasi Y_t dalam kaitannya dengan persamaan (8). Nilai $R_{y,123}^2$ juga dapat digunakan untuk menentukan, apakah suatu garis regresi linear Y terhadap W_{0t} , W_{1t} dan W_{2t} sudah tepat untuk digunakan sebagai pendekatan atas suatu hubungan linear antarvariabel berdasarkan hasil observasi.

Makin besar nilai $R_{y,123}^2$ artinya semakin tepat suatu garis regresi linear digunakan sebagai suatu pendekatan. Apabila nilai $R_{y,123}^2$ sama dengan 1 (satu), maka pendekatan tersebut benar-benar tepat (sempurna), sebagai hasil analisis dari suatu penelitian, persamaan garis regresi selalu disertai dengan nilai $R_{y,123}^2$ sebagai ukuran kecocokan (*goodness of fit*). Analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan bantuan *software* Microsoft Excell dan SPSS [15].

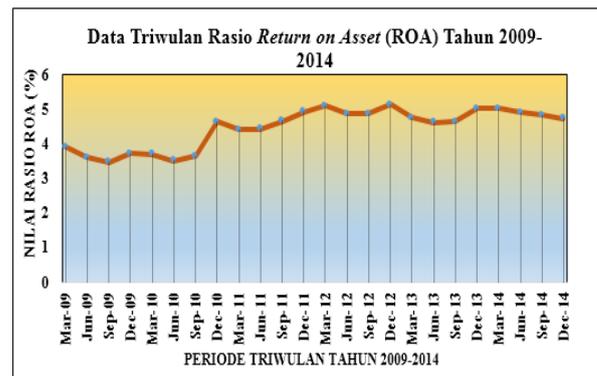
3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Deskripsi Data

Grafik rasio Biaya Operasional dan Pendapatan Operasional (BOPO) dan rasio *Return on Asset* (ROA) per periode waktu dapat dilihat pada Gambar 1.



a. BOPO



b. ROA

Gambar 1. Grafik Rasio BOPO dan ROA Per Periode Waktu

Gambar 1 tersebut menunjukkan kinerja operasional yang diukur dengan rasio BOPO berada dalam kondisi yang baik dan stabil. Besaran nilai rasio BOPO PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero), Tbk berada pada interval 59.93% - 78.85% artinya bank memiliki tingkat efisiensi yang tinggi dalam menjalankan kegiatan operasional karena mampu menutup biaya operasional dengan pendapatan operasional. Gambar tersebut juga menunjukkan bahwa tingkat profitabilitas yang diukur dengan rasio ROA berada dalam kondisi yang baik dan stabil. Nilai rasio ROA PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero), Tbk berada pada interval 3.47%

- 5.15% artinya bank memiliki profitabilitas yang tinggi sehingga mampu menjamin keberlanjutan usaha perbankan di masa yang akan datang.

3.2. Pendugaan Koefisien

Berdasarkan hasil perbandingan antar lag, keputusan yang dipilih untuk dilakukan analisa penjabaran dalam penelitian ini yaitu lag tiga. Hal ini dikarenakan hasil uji pendahuluan menunjukkan bahwa pada lag tiga nilai koefisien parameter regresi menunjukkan angka yang signifikan.

Pendugaan koefisien parameter dapat menggunakan persamaan (3) dalam notasi matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum W_{0t} & \sum W_{1t} & \sum W_{2t} \\ \sum W_{0t} & \sum W_{0t}^2 & \sum W_{0t}W_{1t} & \sum W_{0t}W_{2t} \\ \sum W_{1t} & \sum W_{1t}W_{0t} & \sum W_{1t}^2 & \sum W_{1t}W_{2t} \\ \sum W_{2t} & \sum W_{2t}W_{0t} & \sum W_{2t}W_{1t} & \sum W_{2t}^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum Y_t \\ \sum W_{0t}Y_t \\ \sum W_{1t}Y_t \\ \sum W_{2t}Y_t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.322 & -0.150 & 0.213 & -0.057 \\ -0.150 & 0.010 & -0.019 & 0.005 \\ 0.213 & -0.019 & 0.043 & -0.013 \\ -0.057 & -0.005 & -0.013 & 0.004 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 96.27 \\ 25570.21 \\ 38622.42 \\ 90281.75 \end{bmatrix}$$

Nilai α yang diperoleh yaitu 10.110, nilai aa_0 sebesar -0.078, nilai aa_1 sebesar 0.134 dan nilai aa_2 sebesar -0.041 persamaan dugaan model *distributed lag* yang dihasilkan yaitu:

$$\hat{Y}_t = 10.110 - 0.078 W_{0t} + 0.134 W_{1t} - 0.041 W_{2t}$$

Keterangan:

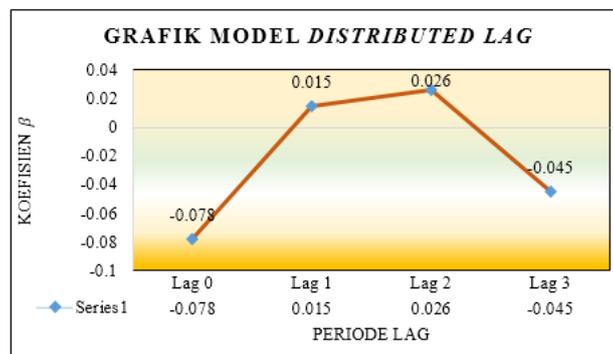
\hat{Y}_t = rasio ROA dugaan.

W_{it} = nilai rasio BOPO yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*).

Langkah selanjutnya yaitu melakukan pendugaan koefisien parameter untuk setiap β_i menggunakan persamaan (7) sehingga model *distributed lag* yang dihasilkan yaitu sebagai berikut:

$$Y_t = 10.110 - 0.078 X_t + 0.015 X_{t-1} + 0.026 X_{t-2} - 0.045 X_{t-3}$$

Persamaan model *distributed lag* dalam bentuk kurva dapat dilihat pada Gambar 2 sebagai berikut:



Gambar 2. Grafik Model *Distributed Lag*

Pada lag 0 atau periode waktu X_t rasio ROA akan mengalami penurunan sebesar 0.078. Pada lag 1 (X_{t-1}) rasio ROA akan mengalami kenaikan sebesar 0.015. Pada lag 2 (X_{t-2}) rasio ROA akan mengalami kenaikan sebesar 0.026. Pada lag 3 (X_{t-3}) rasio ROA akan mengalami penurunan sebesar 0.045.

Fluktuasi nilai rasio ROA yang dipengaruhi oleh rasio BOPO periode triwulan saat ini, satu triwulan sebelumnya, dua triwulan sebelumnya dan tiga triwulan sebelumnya mengindikasikan bahwa model

distributed lag versi Almond dengan *polynomial* telah sesuai digunakan untuk menganalisa hubungan antara rasio BOPO terhadap rasio ROA.

3.3. Simpangan Baku dari Kesalahan Pendugaan

Invers matriks $(W^TW)^{-1}$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$D = \begin{bmatrix} 8.322 & -0.150 & 0.213 & -0.057 \\ -0.150 & 0.010 & -0.019 & 0.005 \\ 0.213 & -0.019 & 0.043 & -0.013 \\ -0.057 & -0.005 & -0.013 & 0.004 \end{bmatrix}$$

Dalam menentukan nilai ragam dan simpangan baku kesalahan pendugaan koefisien dapat menggunakan persamaan (4). Ragam kesalahan (*error*) pendugaan koefisien perpotongan bidang datar dengan sumbu Y (*intercept*) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S_{\alpha}^2 &= S_{\hat{U}}^2 d_{11} \\ &= 1.27 \times 8.322 \\ &= 0.583 \end{aligned}$$

Ragam kesalahan (*error*) pendugaan koefisien parameter rasio BOPO yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang W_{0t} sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S_{\alpha_0}^2 &= S_{\hat{U}}^2 d_{22} \\ &= 1.27 \times 0.010 \\ &= 7 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

Ragam kesalahan (*error*) pendugaan koefisien parameter rasio BOPO yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang W_{1t} sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S_{\alpha_1}^2 &= S_{\hat{U}}^2 d_{33} \\ &= 1.27 \times 0.043 \\ &= 3.01 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Ragam kesalahan (*error*) pendugaan koefisien parameter rasio BOPO yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang W_{2t} sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S_{\alpha_2}^2 &= S_{\hat{U}}^2 d_{44} \\ &= 1.27 \times 0.004 \\ &= 2.8 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

3.4. Pemeriksaan Kelayakan Model

Pemeriksaan kelayakan model atau validasi model merupakan tahap penting dalam menentukan model yang telah dibuat layak atau tidak untuk digunakan sebagai sarana dalam analisa hubungan antar variabel. Terdapat beberapa pengujian dalam pemeriksaan kelayakan model yaitu uji autokorelasi, uji t, uji F dan nilai koefisien determinasi (R^2).

3.4.1. Uji Autokorelasi

Uji autokorelasi untuk memastikan bahwa tidak terdapat korelasi antara satu variabel *error* dengan variabel *error* lain. Metode yang digunakan yaitu metode *Durbin-Watson* yang telah dituliskan pada persamaan (6). Analisa perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} d &= \frac{\sum_{i=2}^t (U_t - U_{t-1})^2}{\sum_{i=1}^t U_t^2} \\ d &= \frac{0.71}{1.27} \\ d &= 0.559 \end{aligned}$$

Nilai d yang diperoleh yaitu 0.559. Berdasarkan kriteria pengujian, nilai d sebesar 0.559 berada pada kriteria (ii) yaitu $-2 \leq d \leq 2$ sehingga dapat diinterpretasikan tidak terdapat autokorelasi pada model yang telah dibuat.

3.4.2. Uji t

Uji t digunakan untuk menguji koefisien parameter model *distributed lag* secara parsial. Dalam penelitian ini akan diuji tiga hipotesis menggunakan analisa uji t.

a. Pengujian hipotesis koefisien W_{0t} terhadap rasio ROA.

Pengujian hipotesis koefisien untuk rasio BOPO yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang W_{0t} terhadap rasio ROA sebagai berikut:

$$H_0 : a_0 = 0$$

$$H_a : a_0 \neq 0$$

Perhitungan analisa uji t menggunakan persamaan (7) sebagai berikut:

$$t_{hitung} = \frac{-0.078}{0.026} = -3$$

Nilai $t_{hitung} = -3 < -t_{0.05(21)} = -2.11$, artinya hipotesis H_0 ditolak dapat diinterpretasikan bahwa rasio BOPO yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) W_{0t} memberikan pengaruh negatif terhadap rasio ROA.

b. Pengujian hipotesis koefisien W_{1t} terhadap rasio ROA sebagai berikut:

$$H_0 : a_1 = 0$$

$$H_a : a_1 \neq 0$$

Perhitungan analisa uji t menggunakan persamaan (7) sebagai berikut:

$$t_{hitung} = \frac{0.134}{0.055} = 2.44$$

Nilai $t_{hitung} = 2.44 > t_{0.05(21)} = 2.11$, artinya hipotesis H_0 ditolak dapat diinterpretasikan rasio BOPO yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) W_{1t} memberikan pengaruh positif terhadap rasio ROA.

c. Pengujian hipotesis koefisien W_{2t} terhadap rasio ROA sebagai berikut:

$$H_0 : a_2 = 0$$

$$H_a : a_2 \neq 0$$

Perhitungan analisa uji t menggunakan persamaan (7) sebagai berikut:

$$t_{hitung} = \frac{-0.041}{0.017} = -2.41$$

Nilai $t_{hitung} = -2.41 < -t_{0.05(21)} = -2.11$, artinya hipotesis H_0 ditolak dapat diinterpretasikan rasio BOPO yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) W_{2t} memberikan pengaruh negatif terhadap rasio ROA.

3.4.3. Uji F

Analisis ragam (uji F) digunakan untuk mengetahui pengaruh secara serentak (simultan) antara rasio BOPO yang ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) W_{0t} , W_{1t} dan W_{2t} terhadap rasio ROA yang diteliti. Hipotesis yang diuji sebagai berikut:

$$H_0 : a_0 = a_1 = \dots = a_i = a_k = 0$$

$$H_a : a_i \neq 0$$

Analisis perhitungan uji F dapat dilihat pada Tabel 2.

SV	JK	DB	RK	F tabel		
				F	0.01	0.05
Regresi	3.84	3	1.28	18.29	5.19	3.20
Residu (<i>Error</i>)	1.27	17	0.07			
Total	5.09	20				

Dari Tabel 2 dapat diinterpretasikan bahwa nilai F_{hitung} baik yang diuji pada $\alpha = 5\%$ dan 1% memberikan kesimpulan yang sama yaitu H_0 ditolak artinya, minimal ada satu rasio BOPO yang telah ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) W_{0t} , W_{1t} dan W_{2t} yang memberikan pengaruh terhadap rasio ROA. Hipotesis yang ditolak pada $\alpha = 0.05$ (5%) dikatakan nyata biasa (*significant*) sedangkan jika ditolak pada $\alpha = 0.01$ (1%) dikatakan sangat nyata (*highly significant*).

3.4.4. Nilai Koefisien Determinasi (R^2)

Pengujian nilai koefisien determinasi (R^2) dilakukan untuk mengetahui keakuratan dalam analisis model *distributed lag*. Tahap sebelum koefisien determinasi dianalisa yaitu terlebih dahulu nilai – nilai pada faktor-faktor penimbang (*weights*) yang merupakan transformasi nilai rasio BOPO dan rasio ROA perlu diperhitungkan. Nilai koefisien determinasi (R^2) antara rasio ROA dengan rasio BOPO yang telah ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) dapat dianalisa dengan menggunakan persamaan (8) sebagai berikut:

$$R_{y.123}^2 = \frac{a_0 \sum w_{0t} y_t + a_1 \sum w_{1t} y_t + a_2 \sum w_{2t} y_t}{\sum y_t^2} = 0,75$$

Nilai koefisien determinasi (R^2) yang diperoleh yaitu sebesar 0.75 dapat diinterpretasikan bahwa rasio BOPO yang telah ditransformasikan menjadi faktor penimbang (*weights*) W_{0t} , W_{1t} dan W_{2t} memberikan kontribusi pengaruh terhadap rasio (ROA) sebesar 75%. Sisanya sebesar 25% dipengaruhi oleh faktor lain diluar rasio BOPO.

3.4.5. Prediksi Rasio Return on Asset (ROA) Triwulan Selanjutnya

Model *distributed lag* dapat digunakan untuk memprediksi kondisi dimasa yang akan datang. Berikut analisis pendugaan nilai ROA bulan Maret sebagai triwulan pertama di tahun mendatang. Model yang digunakan yaitu *distributed lag* dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Y_t &= 10.110 - 0.078 X_t + 0.015 X_{t-1} + 0.026 X_{t-2} - 0.045 X_{t-3} \\ Y_t &= 10.110 - 0.078 (68.04) + 0.015 (65.37) + 0.026 (65.82) - 0.045 (63.58) \\ Y_t &= 4.63\%. \end{aligned}$$

Nilai rasio ROA pada triwulan pertama tahun mendatang diprediksi sebesar 4.63%. Nilai ini mengalami penurunan sebesar 0.39% jika dibandingkan dengan nilai pada triwulan yang sama ditahun sebelumnya yaitu sebesar 5.02% dan mengalami penurunan sebesar 0.11% dibandingkan dengan satu triwulan sebelumnya yang mencapai 4.74%. Penurunan rasio ROA dapat terjadi karena adanya peningkatan beban bunga sedangkan pendapatan bunga tidak dapat mengimbangnya.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis pengaruh rasio Biaya Operasional dan Pendapatan Operasional (variable X) terhadap rasio Return on Asset (Y) dapat disimpulkan beberapa hal berikut :

1. Model *distributed lag* yang diperoleh adalah $Y_t = 10.110 - 0.078 X_t + 0.015 X_{t-1} + 0.026 X_{t-2} - 0.045 X_{t-3}$.
2. Hasil uji asumsi menunjukkan tidak terdapat autokorelasi dalam model.
3. Uji t dan uji F juga menunjukkan bahwa koefisien variable X memberikan pengaruh yang signifikan terhadap Y.
4. Nilai koefisien determinasi R^2 yang diperoleh sebesar 0.75 menunjukkan bahwa 75% keragaman dalam variable Y disebabkan oleh variable X.
5. Nilai variable Y pada triwulan ke depan diprediksi sebesar 4.63%.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Intriligator, M. *Econometrics Models, Techniques, and Applications 2nd Edition*. Los Angeles: University of California. 2006
- [2] Veerbek, M., 2005, *A Guide to Modern Econometrics, Second Editon*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New York University.
- [3] Pradana, W.A, R. Rahmawati, S. Sugito. 2016. Analisis Pengaruh Kurs Rupiah terhadap Indeks Harga Saham Gabungan Menggunakan Distributed Lag Model. *Jurnal Gaussian Vol 5 No. 1 : 221-227*.

- [4] Majid, A., Aslam, M., Altaf, S., & Amanullah, M. 2019. Addressing the distributed lag models with heteroscedastic errors. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 1–19.
- [5] Rangkuti, A. 2007. Kombinasi Penaksiran Model Lag Terdistribusi Dengan Ekspektasi Adaptif Dan Penyesuaian Parsial. *Jurnal Matematika, Statistika, dan Komputasi Vol 3 No.2 : 96-102*.
- [6] Aqibah, M., N. L. P. Suciptawati, dan IW. Sumarjaya. 2020. Model Dinamis Autoregressive Distributed Lag (Studi Kasus: Pengaruh Kurs Dolar Amerika dan Inflasi terhadap Harga Saham Tahun 2014-2018). *E-Jurnal Matematika Universitas Udayana Vol. 9(4) : 240-250*.
- [7] Lukman, and Adewale, F. 2021. Almon KL Estimator for The Distributed Lag Model. *Arab Journal of Basic and Applied Science Vol 28 Issue 1 : 406-412*
- [8] Gujarati, D. N. 2006. *Essentials of Econometrics*. Third Edition. New York: The McGraw-Hill.
- [9] *Laporan Keuangan Triwulan PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero)*. www.bri.co.id. [diakses:15 Mei 2019].
- [10] Widarjono, A. 2007. *Ekonometrika: Teori dan Aplikasi untuk Ekonomi dan Bisnis. Edisi Kedua*. Yogyakarta: Ekonisia Fakultas Ekonomi. Universitas Indonesia.
- [11] Walpole, R.E. 2008. *Probability and Statistics for Engineneerer Scientists 8 edition*. New Jersey: Prentice Hall
- [12] Mardiatmoko, G. 2020. Pentingnya Uji Asumsi Klasik pada Model Regresi Linear Berganda. *Barekeng: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan Vol 14 Issue 3 : 333 - 342*
- [13] Sembiring, R. K. 2003. *Analisis Regresi*. Edisi Kedua. Bandung: Penerbit ITB.
- [14] Supranto, J. *Statistik Teori dan Aplikasi*. Edisi Ketujuh Jilid 2. Jakarta: Erlangga. 2009.
- [15] Santoso, S. *Buku Latihan SPSS Statistik Parametrik*. Jakarta: Elex Media Komputindo. 2000.

