

Analisis Pemahaman Mahasiswa Ditinjau dari Teori Skemp pada Konsep Bujursangkar Latin melalui Penyelesaian Permainan Sudoku

Feby Andea¹, Bayu Wicaksono^{2*}, Annisa Auliya Rahmah³, Dede Supriyadi⁴, Dita Amanda Putri⁵, Rani Majidah⁶, Ahmad Yani T⁷, Nadya Febriani Meldi⁸

¹⁻⁸ Prodi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Tanjungpura Jl. Prof. Dr. H. Hadari Nawawi, Pontianak Tenggara, Pontianak, Kalimantan Barat, Indonesia

Submitted: September 13, 2025 Revised: November 05, 2025 Accepted: December 10, 2025

e-mail: 2f1041231031@student.untan.ac.id;

*corresponding author**

Abstrak

Penelitian ini bertujuan menganalisis bentuk pemahaman mahasiswa terhadap konsep bujursangkar latin melalui penyelesaian permainan Sudoku dengan menggunakan teori Skemp yang dibedakan menjadi dua kategori, yaitu pemahaman instrumental dan pemahaman relasional. Penelitian dilakukan dengan pendekatan kualitatif deskriptif terhadap lima mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika yang dipilih menggunakan teknik *purposive sampling* dengan pertimbangan telah mempelajari materi bujursangkar latin. Data dikumpulkan melalui tes penyelesaian Sudoku, wawancara mendalam, dan dokumentasi hasil pekerjaan, kemudian dianalisis menggunakan tahapan reduksi data, penyajian data, serta penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa tiga mahasiswa memiliki pemahaman instrumental yang ditandai dengan penggunaan prosedur secara mekanis, strategi coba-coba, serta ketidakmampuan menjaga konsistensi aturan baris, kolom, dan blok. Sebaliknya, dua mahasiswa menunjukkan pemahaman relasional melalui kemampuan menjelaskan alasan setiap langkah, melakukan verifikasi logis, serta mengaitkan strategi penyelesaian dengan konsep bujursangkar latin. Temuan ini mengindikasikan bahwa dominasi pemahaman instrumental menjadi faktor utama kegagalan mahasiswa dalam menyelesaikan struktur Sudoku secara konsisten. Penelitian ini menekankan pentingnya aktivitas pembelajaran yang mendorong keterkaitan konsep untuk memperkuat pemahaman relasional.

Kata kunci: bujursangkar latin, sudoku, teori skemp.

Abstract

This study aims to analyze students' understanding of the concept of Latin squares through Sudoku games using Skemp's theory, which is divided into two categories: instrumental understanding and relational understanding. The research was conducted using a descriptive qualitative approach on five students of the Mathematics Education Study Program who were selected using purposive sampling techniques, considering that they had studied Latin square material. Data were collected through Sudoku completion tests, in-depth interviews, and documentation of work results, then analyzed using data reduction, data presentation, and conclusion drawing stages. The results showed that three students had instrumental understanding, characterized by mechanical use of procedures, trial and error strategies, and an inability to maintain consistency in row, column, and block rules. In contrast, two students demonstrated relational understanding through their ability to explain the reasons for each step, perform logical verification, and relate the solution strategy to the concept of Latin squares. These findings indicate that the dominance of instrumental understanding is a major factor in students' failure to consistently solve Sudoku structures. This study emphasizes the importance of learning activities that promote conceptual connections to strengthen relational understanding.

Keywords: latin square, sudoku, skemp's theory.



1. Pendahuluan

Pemahaman konsep matematika merupakan tujuan fundamental dalam pembelajaran karena menjadi dasar bagi pengembangan kemampuan bernalar, memecahkan masalah, serta membangun konsep lanjutan (Nurfad dkk., 2025). Pemahaman yang bermakna juga menuntut terbentuknya jaringan kognitif yang kuat sehingga mahasiswa mampu menyelesaikan masalah secara tepat. Hal ini sejalan dengan pernyataan bahwa pemahaman konseptual tercermin melalui kemampuan mendefinisikan konsep, memberikan contoh, serta mengenali struktur dan makna konsep dengan akurat (Fitriwanti dkk., 2023).

Teori yang dikemukakan oleh Richard Skemp (1976) memberikan kerangka penting dalam menelaah jenis dan kedalaman pemahaman matematis. Skemp membedakan pemahaman menjadi dua kategori, yaitu pemahaman instrumental, yang ditandai dengan penggunaan aturan dan prosedur secara mekanis tanpa mengetahui alasan dibaliknya, serta pemahaman relasional, yaitu kemampuan mengaitkan berbagai konsep secara bermakna dan menjelaskan hubungan antaride serta alasan penggunaan suatu prosedur (Kuncorowati dkk., 2017). Dalam praktik pembelajaran, dominasi pemahaman prosedural atau instrumental masih sering menjadi penyebab mahasiswa gagal mempertahankan konsistensi dalam penyelesaian struktur matematis (Kuncorowati dkk., 2017; Rittle-Johnson & Schneider, 2022).

Salah satu konsep matematika diskrit yang menuntut keteraturan logis dan pemahaman relasional yang kuat adalah bujursangkar latin. Bujursangkar latin merupakan susunan elemen dalam tabel berukuran $n \times n$ di mana setiap elemen muncul tepat satu kali di setiap baris dan kolom (Munir, 2020). Konsep ini dipelajari mahasiswa pada mata kuliah Matematika Diskrit. Mahasiswa dengan pemahaman instrumental sering kali hanya mengetahui prosedur penyusunan tanpa memahami prinsip kombinatorial atau logika sistematis yang mendasarinya.

Untuk menelaah bagaimana mahasiswa memahami konsep tersebut, permainan matematika seperti Sudoku dapat dimanfaatkan sebagai media kontekstual. Sudoku adalah teka-teki angka yang secara historis dikenal sebagai "Number Place" di Amerika Serikat pada tahun 1979 dan kemudian dipopulerkan di Jepang dengan nama "Sudoku" (*Su* = angka, *Doku* = tunggal) (Rahman & Anubhakti, 2020). Permainan ini menuntut setiap baris, kolom, dan subblok 3×3 berisi digit 1 hingga 9 tepat satu kali (Angeli &

Tukino, 2024). Pada awalnya permainan Sudoku dikenal dengan nama bujursangkar latin (Salsinha dkk., 2020). Proses penyelesaiannya menuntut kemampuan bernalar secara logis, representasi, dan pengecekan konsistensi sehingga dapat menjadi sarana yang efektif untuk mengamati bagaimana mahasiswa menerapkan konsep bujursangkar latin.

Secara empiris, masih terdapat kesenjangan penelitian terkait topik ini. Pertama, penelitian-penelitian yang menggunakan teori Skemp sebagian besar berfokus pada operasi aritmetika, aljabar, dan geometri (Mahmudi, 2021), sehingga analisis pemahaman pada topik kombinatorial seperti bujursangkar latin masih jarang dilakukan. Kedua, meskipun Sudoku banyak digunakan dalam pembelajaran untuk melatih penalaran logis, belum banyak studi yang mengkaji permainan ini sebagai sarana untuk menilai pemahaman konseptual mahasiswa terhadap struktur bujursangkar latin (Hoexum, 2020). Ketiga, belum ditemukan penelitian yang secara integratif menghubungkan teori Skemp, konsep bujursangkar latin, dan penyelesaian Sudoku dalam satu kajian yang komprehensif.

Melihat adanya kesenjangan tersebut, penelitian ini penting dilakukan untuk menelusuri bagaimana mahasiswa membangun dan menghubungkan konsep-konsep tersebut ketika dihadapkan pada representasi kontekstual seperti permainan Sudoku. Dengan menggunakan teori Skemp sebagai kerangka analisis, proses penyelesaian Sudoku dapat digunakan untuk menilai kedalaman pemahaman mahasiswa, apakah bersifat instrumental atau relasional. Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, pertanyaan penelitian ini adalah "bagaimana pemahaman mahasiswa terhadap konsep bujursangkar latin ditinjau dari teori Skemp melalui penyelesaian permainan Sudoku." Sejalan dengan pertanyaan tersebut, tujuan penelitian ini yaitu mendeskripsikan pemahaman mahasiswa terhadap konsep bujursangkar latin berdasarkan teori Skemp melalui penyelesaian permainan Sudoku. Hasil penelitian diharapkan dapat memberikan kontribusi terhadap pembelajaran matematika melalui pemanfaatan aktivitas kontekstual yang mampu memperkuat pemahaman konseptual mahasiswa.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif (Creswell & Poth, 2018) yang bertujuan memahami secara mendalam bagaimana mahasiswa memaknai konsep bujursangkar latin melalui aktivitas penyelesaian permainan Sudoku. Fokus penelitian ditekankan pada proses berpikir

mahasiswa dalam menghubungkan, mengorganisasi, serta merepresentasikan konsep selama penyelesaian, bukan hanya pada ketepatan hasil akhir. Analisis didasarkan pada teori pemahaman Skemp (1976) yang membedakan pemahaman instrumental dan pemahaman relasional.

Penelitian dilaksanakan di Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Tanjungpura pada semester ganjil tahun akademik 2025/2026. Subjek penelitian berjumlah lima mahasiswa yang dipilih menggunakan teknik *purposive sampling* (Haryoko dkk., 2020) dengan pertimbangan utama bahwa mereka telah menempuh dan mempelajari topik bujursangkar latin pada mata kuliah Matematika Diskrit.

Pengumpulan data dilakukan melalui tes penyelesaian Sudoku, wawancara mendalam (*interview*), dan dokumentasi hasil pekerjaan. Tes berfungsi sebagai stimulus berupa soal Sudoku standar 9×9 dengan tingkat kesulitan moderat untuk mengidentifikasi langkah, strategi, serta

kesalahan konseptual mahasiswa. Wawancara semi-terstruktur digunakan untuk menggali alasan, hubungan antarkonsep, dan proses penalaran yang melandasi setiap keputusan subjek. Dokumentasi hasil kerja memperkuat interpretasi data dari tes dan wawancara. Keabsahan data dijamin melalui triangulasi metode, yaitu membandingkan hasil tes tertulis dengan data verbal dari wawancara mendalam. Selain itu, instrumen tes penyelesaian Sudoku dan instrumen wawancara telah divalidasi oleh dosen Pendidikan Matematika FKIP UNTAN sebelum digunakan, serta memastikan keandalannya.

Analisis data yang dilakukan yaitu reduksi data, penyajian data, serta penarikan kesimpulan (Miles dkk., 2018). Untuk mengklasifikasikan jenis pemahaman mahasiswa, penelitian menggunakan indikator pemahaman instrumental dan relasional menurut Skemp (1976) yang telah diadaptasi dari Pratiwi (2018) untuk konteks penyelesaian Sudoku. Indikator yang digunakan menjadi dasar analisis setiap subjek, sebagaimana tercantum dalam Tabel 1.

Tabel 1. Indikator Pemahaman Instrumental dan Relasional

Jenis Pemahaman	Indikator
Pemahaman Instrumental (<i>Instrumental Understanding</i>)	Menghafal rumus atau aturan penyelesaian tanpa memahami alasan penggunaannya. Menghafal langkah-langkah atau metode tertentu untuk jenis masalah spesifik. Tidak mampu menerapkan metode pada situasi baru yang berbeda dari contoh yang dihafal.
Pemahaman Relasional (<i>Relational Understanding</i>)	Mengetahui dan dapat menjelaskan alasan di balik setiap langkah penyelesaian. Mampu menghubungkan metode dengan konsep atau permasalahan yang dihadapi.

3. Hasil dan Pembahasan

Sebagaimana didefinisikan oleh Munir (2020) bujursangkar latin berukuran $n \times n$ adalah susunan n simbol yang berbeda dalam sebuah kisi, sedemikian rupa sehingga setiap simbol muncul tepat satu kali di setiap baris dan setiap kolom. Dalam permainan Sudoku standar (9×9), aturan dasar bujursangkar latin ini diadopsi sepenuhnya. Namun, Sudoku memiliki batasan tambahan (*constraint*) yang membuatnya lebih kompleks, yaitu pembagian area menjadi blok-blok 3×3 , di mana setiap simbol juga harus muncul tepat satu kali di dalam setiap blok tersebut.

Isu menarik dalam struktur Sudoku adalah mengenai keragaman solusi. Meskipun Sudoku pada umumnya dirancang untuk memiliki solusi tunggal (*unique solution*), Tjusila dkk. (2023) membuktikan bahwa jika jumlah angka petunjuk awal (*clue*) kurang dari 17, teka-teki ini secara matematis dapat memiliki solusi jamak (*multiple solutions*). Dalam konteks asesmen pemahaman matematika, kondisi ini justru memberikan

wawasan penting. Waisman dkk. (2025) menekankan bahwa dalam pemecahan masalah, kebenaran tidak selalu merujuk pada satu jawaban kaku, melainkan pada konsistensi terhadap aturan logis. Perspektif ini menjadi landasan dalam menganalisis temuan penelitian ini, khususnya pada perbedaan hasil akhir antara Subjek 4 dan Subjek 5 yang keduanya dinyatakan berhasil karena memenuhi aksioma logika permainan yaitu tidak ada pengulangan pada baris, kolom, dan blok 3×3 .

Berdasarkan kerangka kerja tersebut, penelitian ini menemukan adanya korelasi langsung antara jenis pemahaman matematika mahasiswa dengan keberhasilan penyelesaian Sudoku. Analisis terhadap lima subjek menunjukkan adanya dua pola pemahaman yang jelas. Tiga subjek yang menunjukkan karakteristik pemahaman instrumental tidak mampu menyelesaikan Sudoku dengan benar, ditandai kesalahan prosedural, pengulangan angka, dan ketidakkonsistenan antarbagian blok. Sebaliknya,

dua subjek dengan pemahaman relasional dapat menyelesaikan seluruh blok dengan benar karena mampu menjelaskan alasan setiap langkah serta menghubungkan aturan permainan dengan konsep bujursangkar latin. Klasifikasi jenis pemahaman

ini didasarkan pada indikator Skemp (1976) yang telah diadaptasi oleh Pratiwi (2018). Ringkasan profil pemahaman kelima subjek disajikan pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Klasifikasi Pemahaman Subjek

Subjek	Status Penyelesaian Sudoku	Jenis Pemahaman	Deskripsi
Subjek 1	Gagal	Instrumental	Mengandalkan strategi <i>trial and error</i> yang tidak sistematis; aturan dipahami terpisah tanpa logika.
Subjek 2	Gagal	Instrumental	Menghafal prosedur visual namun gagal verifikasi mandiri; terjadi inkonsistensi (angka ganda).
Subjek 3	Gagal	Instrumental	Pemahaman parsial (hanya fokus aturan baris); strategi kaku, gagal mengoordinasikan kolom dan blok.
Subjek 4	Berhasil	Relasional	Melakukan validasi logis di setiap langkah; mampu mengaitkan aturan dengan konsep.
Subjek 5	Berhasil	Relasional	Menggunakan strategi efisiensi (heuristik); solusi valid dengan jalur deduktif.

Tabel 2 di atas memperlihatkan hubungan yang jelas antara cara berpikir mahasiswa dengan hasil pekerjaan mereka. Meskipun penelitian ini lebih mengutamakan proses daripada sekadar nilai akhir, data menunjukkan fakta menarik yaitu jawaban yang melanggar aturan selalu dihasilkan oleh mahasiswa dengan pemahaman instrumental, sedangkan jawaban yang benar dan sesuai aturan lahir dari mahasiswa dengan pemahaman relasional. Hal ini menegaskan bahwa hasil akhir yang "benar" bukanlah kebetulan semata, melainkan dari proses berpikir yang utuh. Mahasiswa dengan pemahaman relasional berhasil karena mereka tidak sekadar mengisi kotak kosong, tetapi memiliki kebiasaan mengecek kembali langkah mereka secara logis (*self-check*). Sebaliknya, mahasiswa dengan pemahaman instrumental gagal menyelesaikan permainan karena mereka hanya menghafal prosedur tanpa

menyadari adanya kesalahan atau angka yang bertabrakan. Untuk melihat lebih jelas bagaimana kesalahan pola pikir tersebut terjadi, bagian berikut akan membedah proses pekerjaan setiap subjek secara mendalam.

1. Pemahaman Instrumental

Berdasarkan temuan penelitian, tiga subjek (Subjek 1, Subjek 2, dan Subjek 3) dikategorikan memiliki pemahaman instrumental. Dalam perspektif Skemp (1976), kondisi ini mencerminkan penguasaan aturan yang bersifat hafalan tanpa disertai skema konseptual yang terhubung (*rules without reasons*). Meskipun ketiganya gagal, analisis pola kesalahan menunjukkan perbedaan dalam strategi dominan yang mereka gunakan. Berikut adalah paparan analisis kesalahan dan proses berpikir masing-masing subjek.

A. Subjek 1



Gambar 1. Hasil Pekerjaan Subjek 1

Sebagaimana ditampilkan pada Gambar 1, Subjek 1 melakukan kesalahan masif yang tersebar di hampir seluruh blok. Terdapat pelanggaran

aturan dasar yang mencolok, seperti pengulangan angka pada baris, kolom, dan blok 3×3 (ditandai lingkaran merah). Kesalahan yang tersebar ini

mengindikasikan bahwa strategi dominannya adalah *trial and error* yang tidak sistematis dan tanpa mempertimbangkan konsistensi struktur permainan secara menyeluruh.

a. Menghafal aturan tanpa memahami alasan penggunaannya

Subjek 1 memandang aturan Sudoku sebagai instruksi teknis, bukan sebagai sistem logis yang saling terkait. Ia tidak dapat memberikan alasan matematis, melainkan hanya mengandalkan keyakinan subjektif.

Peneliti : Bagaimana langkah-langkah yang kamu lakukan saat mulai menyelesaikan Sudoku ini?

Subjek 1 : Menyelesaikan dengan baris atau kolom yang lebih lengkap terlebih dahulu.

Peneliti : Menurutmu, mengapa langkah yang kamu pilih bisa menghasilkan jawaban yang benar?

Subjek 1 : Karena saya yakin angka itu benar.

b. Menghafal langkah/metode tertentu untuk masalah spesifik

Subjek menggunakan strategi *trial and error* tanpa pola deduktif. Ia hanya menghafal prosedur tanpa menghubungkannya dengan struktur logika permainan.

B. Subjek 2



Gambar 2. Hasil Pekerjaan Subjek 2

Pada Gambar 2 terlihat bahwa Subjek 2 melakukan beberapa pelanggaran aturan dasar, seperti pengulangan angka 7 pada baris kedua serta angka 7 dan 9 pada blok kanan atas. Kesalahan ini menunjukkan bahwa meskipun subjek mengetahui

Peneliti : Apakah kamu mengikuti aturan tertentu? Bisa jelaskan seperti apa?

Subjek 1 : Saya mengikuti aturan satu kolom dan satu baris tidak boleh sama, kemudian ordo yang 3×3 tidak boleh sama angkanya.

Peneliti : Mengapa angka tersebut kamu tempatkan di posisi itu?

Subjek 1 : Saya mencoba-coba, mengikuti urutan angkanya.

c. Tidak mampu menerapkan metode pada situasi baru

Keterbatasan pemahaman Subjek 1 terlihat jelas ketika permainan dimodifikasi. Ia tidak memahami konsep dasar bujursangkar latin yang bersifat *invariant*.

Peneliti : Jika kamu diminta menyelesaikan permainan Sudoku dengan ukuran dan simbol yang berbeda apakah kamu bisa menyelesaiakannya?

Subjek 1 : Jika ordonya berbeda, saya kurang tahu mulainya.

Secara keseluruhan, Subjek 1 menunjukkan karakteristik pemahaman instrumental yang lemah. Ia menghafal aturan tanpa memahami makna logisnya, menggunakan strategi *trial and error* yang tidak terstruktur, dan tidak mampu mendeteksi maupun memperbaiki kesalahan yang muncul. Hal ini menyebabkan kegagalan dalam menyelesaikan Sudoku.

aturan permainan, strategi yang digunakan bergantung pada pengecekan visual sederhana sehingga menyebabkan ia gagal menjaga konsistensi blok secara menyeluruh.

- a. Menghafal aturan tanpa memahami alasan penggunaannya

Subjek 2 mampu menyebutkan aturan Sudoku, namun pemahamannya hanya sebatas hafalan. Ia menunjukkan keraguan terhadap kebenaran jawabannya sendiri yang membuktikan ia belum memahami tujuan logis di balik aturan tersebut.

Peneliti : Bagaimana langkah-langkah yang kamu lakukan saat mulai menyelesaikan Sudoku ini?

Subjek 2 : Melihat dari baris, kolom, di dalam blok juga. Tidak boleh ada angka yang sama.

Peneliti : Menurutmu, mengapa langkah yang kamu pilih bisa menghasilkan jawaban yang benar?

Subjek 2 : Saya tidak tahu, karena tidak tahu pasti benar atau salahnya.

- b. Menghafal langkah/metode tertentu untuk masalah spesifik

Strategi penyelesaian Subjek 2 bergantung pada pengecekan visual sederhana dan strategi *trial and error* yang membuatnya mengisi sel kosong tanpa mempertimbangkan dampak pada struktur keseluruhan.

Peneliti : Apakah kamu mengikuti aturan tertentu? Bisa jelaskan seperti apa?

C. Subjek 3

PERMAINAN SUDOKU								
Petunjuk:								
1. Isilah kotak kosong dengan angka 1-9. 2. Periksa angka yang sudah ada pada baris, kolom, dan blok untuk menentukan angka yang mungkin. 3. Sosting timer untuk melihat lama waktu pengerjaan. 4. Permainan selesai jika semua kotak telah terisi.								
5	8	3	5	4	6	7	1	4
4	6	5	7	9	1	5	3	2
1	2	7	3	8	2	5	6	9
3	9	1	9	2	5	4	1	8
6	5	2	3	7	1	8	7	6
7	8	1	4	6	2	9	3	5
5	3	6	9	1	4	3	6	1
4	9	2	6	5	2	9	5	7
1	7	9	7	3	8	4	6	2

Gambar 3. Hasil Pekerjaan Subjek 3

Serupa dengan dua rekannya, Subjek 3 juga tidak mampu mempertahankan konsistensi aturan Sudoku hingga akhir. Strategi dominannya sangat

Subjek 2 : Saya melihat dari kolom baris dan bloknya, kalau belum ada maka saya masukkan angkanya.

Peneliti : Mengapa angka tersebut kamu tempatkan di posisi itu?

Subjek 2 : Saya mencoba-coba. Melihat dari kolom dan baris serta bloknya, jika belum ada maka saya tempatkan di posisi itu.

- c. Tidak mampu menerapkan metode pada situasi baru

Keterbatasan pemahaman Subjek 2 semakin terlihat saat konteks permainan diubah. Ia tidak dapat mengabstraksi bahwa Sudoku adalah permainan logika posisi, bukan sekadar permainan angka.

Peneliti : Jika kamu diminta menyelesaikan permainan Sudoku dengan ukuran dan simbol yang berbeda apakah kamu bisa menyelesaiannya?

Subjek 2 : Jika menggunakan huruf, mungkin bisa tapi saya bingung awalnya.

Secara keseluruhan, Subjek 2 menunjukkan pemahaman instrumental yang bersifat hafalan. Ia mengetahui aturan secara verbal, namun tidak mampu menerapkannya secara konsisten karena tidak memahami struktur logika Sudoku. Akibatnya, strategi yang digunakan rentan menghasilkan kesalahan dan tidak dapat diterapkan ke situasi baru.

kaku, yaitu hanya berfokus pada aturan baris (*row scanning*) dan mengabaikan kolom serta blok.

- a. Menghafal aturan tanpa memahami alasan penggunaannya

Subjek 3 berfokus hanya pada aturan baris. Keyakinan subjek didasarkan pada satu syarat yaitu baris, padahal Sudoku menuntut tiga syarat konsistensi yakni baris, kolom, dan blok. Hal ini menunjukkan pemahaman yang parsial dan tidak menyeluruh.

Peneliti : Bagaimana langkah-langkah yang kamu lakukan saat mulai menyelesaikan Sudoku ini?

Subjek 3 : Melihat dari pola barisnya saja, kotak yang kosong yang diisi angkanya.

Peneliti : Menurutmu, mengapa langkah yang kamu pilih bisa menghasilkan jawaban yang benar?

Subjek 3 : Saya melihat dari baris tidak ada angka tersebut, sehingga saya yakin benar.

- b. Menghafal langkah/metode tertentu untuk masalah spesifik

Strategi yang digunakan Subjek 3 sangat kaku, yaitu hanya menyisir baris (*row scanning*) untuk menentukan angka yang diisi. Ia tidak mempertimbangkan keterkaitan antarbagian blok sehingga strategi yang digunakan tidak mampu mendeteksi pelanggaran aturan pada kolom maupun blok.

Peneliti : Apakah kamu mengikuti aturan tertentu? Bisa jelaskan seperti apa?

Subjek 3 : Saya melihat di baris tersebut tidak ada angka tertentu, sehingga saya isi.

Peneliti : Mengapa angka tersebut kamu tempatkan di posisi itu?

Subjek 3 : Saya mencoba-coba angka. Melihat dari baris tidak ada angka tersebut, sehingga saya tempatkan di posisi itu.

- c. Tidak mampu menerapkan metode pada situasi baru

Ketergantungan pada satu pola kerja terlihat saat konteks permainan diubah. Ia menyatakan pengetahuannya tidak dapat diterapkan ke situasi lain.

Peneliti : Jika kamu diminta menyelesaikan permainan Sudoku dengan ukuran dan simbol yang berbeda apakah kamu bisa menyelesaiakannya?

Subjek 3 : Jika bentuknya beda, saya yakin tidak bisa.

Secara keseluruhan, Subjek 3 gagal menyelesaikan permainan karena pemahamannya terpotong. Ia hanya tahu aturan baris dan mengabaikan kolom serta blok. Karena tidak bisa menggabungkan ketiga aturan tersebut, jawaban akhirnya menjadi salah dan gagal memenuhi syarat permainan.

2. Pemahaman Relasional

Berbeda dengan kelompok sebelumnya, Subjek 4 dan 5 menunjukkan karakteristik *Relational Understanding* yang matang. Mereka tidak hanya menghafal aturan, tetapi memahami mengapa aturan itu ada dan bagaimana menggunakan untuk memvalidasi jawaban. Kedua subjek ini berhasil menyelesaikan permainan. Menariknya, meskipun keduanya berhasil, terdapat perbedaan pendekatan strategi dan hasil akhir di antara keduanya. Namun, kedua variasi jawaban tersebut tetap dinyatakan benar secara matematis karena sesuai dengan aturan permainan. Berikut adalah paparan analisis dan proses berpikir masing-masing subjek.

D. Subjek 4

PERMAINAN SUDOKU								
<i>Pertunjukan:</i>								
1. Isilah kotak kosong dengan angka 1–9.								
2. Periksa angka yang sudah ada pada baris, kolom, dan blok untuk memerlukan angka yang riangkis.								
3. Setiap angka untuk membuat lama waktu pergi-pagi.								
4. Periksa angka selain jika semua kotak telah terisi.								
9	2	3	5	8	6	7	1	4
3	6	5	2	4	7	3	2	5
1	4	7	2	3	5	6	8	9
2	9	4	6	8	7	1	4	5
2	5	4	3	4	5	8	7	6
7	8	1	4	6	5	2	9	3
8	3	2	*	7	4	6	8	1
*	1	8	6	5	2	*	3	7
6	7	9	3	1	8	4	5	2

Gambar 4. Hasil Pekerjaan Subjek 4

Berbeda dengan kelompok sebelumnya, hasil pekerjaan Subjek 4 sangat rapi dan akurat. Pada Gambar 4, tidak ditemukan satu pun kesalahan. Keberhasilan ini didukung pola berpikir yang sistematis dengan menempatkan angka berdasarkan verifikasi logis terhadap seluruh struktur.

a. Mengetahui dan dapat menjelaskan alasan di balik setiap langkah penyelesaian

Keberhasilan Subjek 4 tidak hanya terlihat dari ketepatan jawabannya, tetapi juga dari pola berpikir yang sistematis. Subjek 4 tidak menggunakan strategi coba-coba. Ia melakukan verifikasi logis yang menyeluruh sebelum menempatkan angka.

Peneliti : Bagaimana langkah-langkah yang kamu lakukan saat mulai menyelesaikan Sudoku ini?

Subjek 4 : Setiap baris dan kolom, angka yang diisi tidak boleh sama. Setiap kotak juga angka yang diisi tidak boleh sama.

Peneliti : Mengapa angka tertentu kamu tempatkan di posisi tersebut? Apa alasannya?

Subjek 4 : Saya melihat dulu antara baris dan kolomnya ada atau tidak angka tersebut di situ kalau tidak ada langsung masukkan angkanya.

b. Mampu menghubungkan metode dengan konsep atau permasalahan

Selain mampu menjelaskan langkah-langkah penyelesaian, Subjek 4 juga memahami keterkaitan antara aturan Sudoku dan konsep bujursangkar latin. Pemahaman ini menunjukkan bahwa ia tidak hanya mengikuti prosedur, tetapi juga menaikkan proses penyelesaian dengan struktur matematika yang mendasarinya.

Peneliti : Menurutmu, bagaimana hubungan antara aturan Sudoku dan sifat bujursangkar latin?

Subjek 4 : Antara baris dan kolom tidak boleh ada angka yang sama.

Peneliti : Apakah kamu bisa menjelaskan keteraturan matematis yang muncul dalam Sudoku?

Subjek 4 : Saya mengetahui bahwa permainan Sudoku menggunakan konsep bujursangkar latin.

Secara keseluruhan, Subjek 4 menunjukkan pemahaman relasional yang kuat. Ia mampu menjelaskan alasan di balik setiap langkah, melakukan pengecekan validitas secara menyeluruh, serta mengaitkan aturan permainan dengan konsep bujursangkar latin. Ketelitian, konsistensi, dan kesadaran konseptual inilah yang membuatnya mampu menyelesaikan Sudoku dengan sempurna.

E. Subjek 5

PERMAINAN SUDOKU								
Petunjuk:								
1. Isilah kotak kosong dengan angka 1-9. 2. Periksa angka yang sudah ada pada baris, kolom, dan blok untuk memverifikasi angka yang masih kosong. 3. Setting timer untuk memudahkan waktu pengajaran. 4. Permainan selesai jika semua kotak telah terisi.								
								

Gambar 5. Hasil Pekerjaan Subjek 5

Subjek 5 juga menunjukkan penyelesaian yang sempurna. Ketepatan dan konsistensi ini menunjukkan bahwa Subjek 5 mampu menerapkan aturan Sudoku. Strategi dominan Subjek 5 adalah

pendekatan deduktif yang strategis dan efisien (heuristik), yaitu memprioritaskan blok yang paling mudah diisi untuk meminimalkan peluang kesalahan.

- a. Mengetahui dan dapat menjelaskan alasan di balik setiap langkah penyelesaian

Berbeda dengan Subjek 4 yang mengutamakan pengecekan validitas pada setiap langkah, Subjek 5 menggunakan pendekatan deduktif yang lebih strategis dengan mempertimbangkan seluruh struktur secara simultan. Ia mampu menjelaskan strateginya secara sistematis sebagai berikut.

Peneliti : Bagaimana langkah-langkah yang kamu lakukan saat mulai menyelesaikan Sudoku ini?

Subjek 5 : 1) Mencari baris dan kolom yang kosongnya diketahui. 2) Mencari angka apa yang tidak ada di baris dan kolom tersebut. 3) Selain itu, bisa juga dilihat dari bloknya, blok yang sekiranya sudah banyak terisi, lihat kotak yang kosong dan lihat baris dan kolom yang ada di kotak tersebut, angka apa yang belum ada.

Peneliti : Mengapa angka tertentu kamu tempatkan di posisi tersebut? Apa alasannya?

Subjek 5 : Karena di dalam blok, baris, dan kolom tersebut belum ada angka itu.

- b. Mampu menghubungkan metode dengan konsep atau permasalahan

Subjek 5 tidak hanya memahami prosedur permainan, tetapi juga menyadari bahwa aturan Sudoku merupakan aplikasi langsung dari prinsip-prinsip bujursangkar latin.

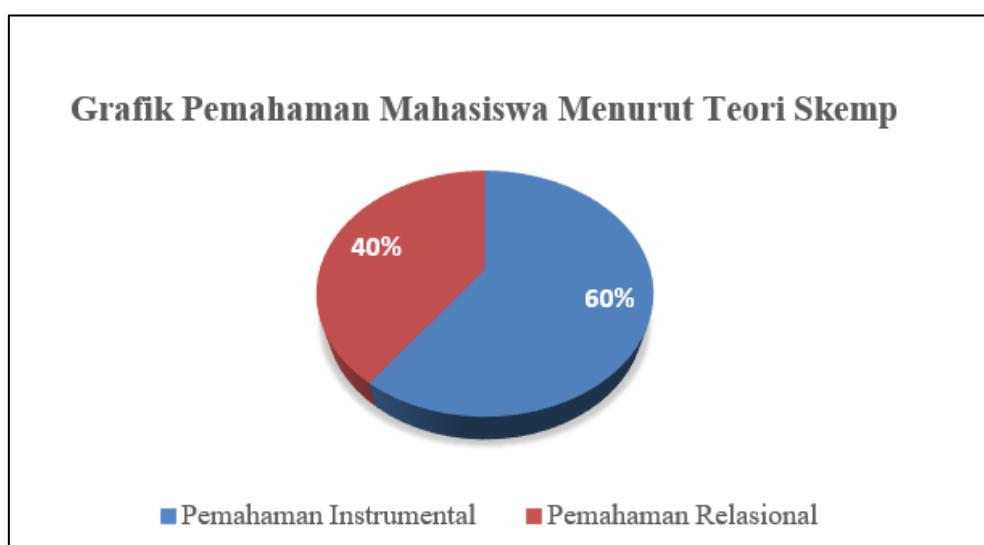
Peneliti : Menurutmu, bagaimana hubungan antara aturan Sudoku dan sifat bujursangkar latin?

Subjek 5 : Ada, konsep bujursangkar latin dan Sudoku sama. 1 baris dan kolom tidak boleh ada elemen yang sama.

Peneliti : Apakah kamu bisa menjelaskan keteraturan matematis yang muncul dalam Sudoku?

Subjek 5 : Tidak ada elemen di kolom dan baris yang berulang.

Secara keseluruhan, Subjek 5 memperlihatkan pemahaman relasional yang kuat. Ia tidak hanya memahami aturan dasar Sudoku, tetapi juga mampu membuat strategi penyelesaian yang efisien, menalar secara deduktif berdasarkan struktur baris-kolom-blok, menghubungkan langkahnya dengan konsep bujursangkar latin, dan memvalidasi setiap penempatan angka berdasarkan alasan matematis. Kemampuan mengembangkan strategi heuristik yang efektif serta pemahaman konseptual yang terintegrasi membuat Subjek 5 mampu menyelesaikan Sudoku dengan sistematis dan tanpa kesalahan.



Gambar 6. Grafik Pemahaman Mahasiswa Menurut Teori Skemp

Analisis keseluruhan menunjukkan adanya korelasi langsung antara jenis pemahaman dan konsistensi penyelesaian. Gambar 6

memperlihatkan bahwa tiga dari lima mahasiswa (60%) berada pada kategori pemahaman instrumental, memperkuat temuan bahwa

pemahaman prosedural masih lebih dominan dibandingkan pemahaman konseptual dalam pemecahan masalah matematika (Rittle-Johnson & Schneider, 2022; Star J. R. & Stylianides, 2021). Tiga subjek dengan pemahaman instrumental gagal menyelesaikan Sudoku, ditandai penggunaan strategi coba-coba, pengulangan angka, dan kurangnya alasan matematis, sejalan dengan temuan Lithner (2017) mengenai strategi imitasi. Sebaliknya, dua dari lima mahasiswa (40%) dengan pemahaman relasional mampu menjelaskan alasan setiap langkah, memverifikasi baris-kolom-blok, serta menghubungkan aturan permainan dengan konsep bujursangkar latin. Kemampuan mengaitkan prosedur dengan konsep ini merupakan ciri utama pemahaman relasional (Russo & Hopkins, 2023). Variasi pemahaman tersebut menegaskan perlunya aktivitas pembelajaran yang tidak hanya menekankan prosedur, tetapi juga mendorong mahasiswa membangun keterkaitan konsep.

4. Kesimpulan

Berdasarkan analisis hasil penyelesaian Sudoku yang ditinjau dari teori pemahaman Skemp dapat ditarik kesimpulan bahwa hasil penelitian menunjukkan adanya dikotomi yang kuat di mana mayoritas mahasiswa (60%) masih dikategorikan memiliki pemahaman instrumental. Hal ini dibuktikan dari kegagalan konsistensi pada pekerjaan Subjek 1, 2, dan 3 yang ditandai dengan penggunaan prosedur hafalan tanpa alasan logis, penerapan strategi coba-coba, dan ketidakmampuan mentransfer pengetahuan ke konteks baru. Pola kesalahan ini menyebabkan solusi akhir mereka melanggar aturan permainan. Sebaliknya, mahasiswa dengan pemahaman relasional (40%) berhasil menyelesaikan permainan dengan solusi yang konsisten (sesuai aturan). Pemahaman ini dicerminkan melalui kemampuan Subjek 4 dan Subjek 5 untuk menjelaskan alasan logis di balik setiap langkah, melakukan verifikasi tiga struktur secara simultan (baris-kolom-blok), dan menghubungkan aturan Sudoku dengan konsep bujursangkar latin. Penelitian ini memiliki beberapa keterbatasan. Jumlah subjek yang sedikit membuat temuan tentang pemahaman instrumental dan relasional belum dapat digeneralisasikan secara luas. Selain itu, penelitian ini hanya mendeskripsikan ketidakmampuan mahasiswa mengaitkan bujursangkar latin dengan Sudoku tanpa menelusuri penyebab utamanya secara mendalam. Penelitian juga tidak melibatkan intervensi pembelajaran sehingga belum dapat menunjukkan apakah pemahaman mahasiswa dapat ditingkatkan melalui bantuan seperti *scaffolding*. Penelitian

berikutnya disarankan untuk mendalami lebih jauh mengapa mahasiswa yang telah mempelajari bujursangkar latin masih gagal mengaitkannya dengan Sudoku melalui studi intervensi dengan *scaffolding*.

Daftar Pustaka

- Angel, A., & Tukino. (2024). Rancangan Bangun Game Sudoku Android Berbasis Flutter. *Computer Based Information System Journal*, 12(1), 52–62.
<https://doi.org/10.33884/cbis.v12i1.8249>
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (4th ed). SAGE Publications.
- Fitriwanti, Y., Suratman, D., Kusumastuti, N., & Fitriwan, D. (2023). Pengembangan E-Modul untuk Meningkatkan Pemahaman Konseptual dan Kemandirian Belajar pada Materi Persamaan Trigonometri. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 12(3), 3183–3191.
<https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i3.6298>
- Haryoko, S., Bahartiar, & Arwadi, F. (2020). *Analisis Data Penelitian Kualitatif (Konsep, Teknik, & Prosedur Analisis)*. Badan Penerbit Universitas Negeri Makassar.
- Hoexum, E. S. (2020). *Revisiting the proof of the complexity of the Sudoku puzzle*. Bachelor's thesis, University of Groningen.
- Kuncorowati, R. H., Mardiyana, & Saputro, D. R. S. (2017). The analysis of students' difficulties based on Skemp's understanding theorem at the grade VII in quadrilateral topic. *International Journal of Science and Applied Science: Conference Series*, 2(1), 318–328.
<https://jurnal.uns.ac.id/ijssacs/article/view/116736>
- Lithner, J. (2017). *The emergence of originality: A perspective on mathematical creativity*. Routledge.
- Mahmudi, A. (2021). An analysis of mathematics understanding of prospective student-teachers of mathematics. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 8(2), 167–178.
<https://doi.org/10.21831/jrpm.v8i2.44422>
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldana, J. (2018). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (4th ed). SAGE Publications.
- Munir, R. (2020). *Matematika Diskrit* (Edisi Revisi). Informatika Bandung.
- Nurfad, Indriana, & Julian, F. (2025). Students' Mathematical Conceptual Knowledge. *Jurnal Mercumatika: Jurnal Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 8(2). <https://doi.org/10.26486/jm.v8i2.3414>
- Pratiwi, A. K. (2018). *Pemahaman Instrumental dan Pemahaman Relasional Siswa Sekolah Menengah Atas dalam Menyelesaikan*

- Masalah Statistika. Skripsi. Universitas Muhammadiyah Ponorogo.
- Rahman, F. A., & Anubhakti, D. (2020). Implementasi Algoritma Backtracking Pada Permainan Sudoku. *MEANS (Media Informasi Analisa Dan Sistem)*, 5(1), 67–71. <https://doi.org/10.54367/means.v5i1.711>
- Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2022). Developmental transitions in the relation between conceptual and procedural knowledge. *Cognition and Instruction*, 40(2), 223–248.
- Russo, J. A., & Hopkins, S. (2023). Relational understanding: A synthesis of Skemp's theory and current approaches. *Journal of Mathematical Behavior*.
- Salsinha, C. N., Binsasi, E., & Bano, E. N. (2020). Peningkatan Pemahaman Matematis Siswa Melalui Pembelajaran Berbantu Sudoku. *Buana Matematika: Jurnal Ilmiah Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 10(1), 31–42. <https://doi.org/10.36456/buanamatematika.v10i1.2415>
- Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26.
- Star J. R., & Stylianides, G. J. (2021). *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd ed.). Springer.
- Tjusila, G., Besancon, M., Turner, M., & Koch, T. (2023). *How Many Clues To Give? A Bilevel Formulation For The Minimum Sudoku Clue Problem*. 1–9<https://doi.org/10.1016/j.orl.2024.107105>
- Waisman, I., Leikin, R., & Leikin, M. (2025). *Insight Elements of Mathematical Problem Solving in Generally Gifted and Mathematical Experts: ERP Amplitudes in PO Electrodes*. 19. <https://doi.org/10.3389/fnint.2025.1523334>