

GEOMETRI DAN PERMASALAHAN DALAM PEMBELAJARANNYA (SUATU PENELITIAN META ANALISIS)

Mega Teguh Budiarto¹, Rudianto Artiono²

^{1,2}Prodi Pendidikan Matematika FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
Jalan Ketintang, Kampus Unesa, Ketintang, Surabaya, Indonesia

e-mail: ¹megatbudiarto@unesa.ac.id; ²rudiantoartiono@unesa.ac.id;

Abstrak

Geometri mengajarkan kita tidak hanya tentang bagaimana cara memberikan apresiasi terhadap sesuatu, tetapi juga bagaimana cara mencari koneksi yang terjadi antara materi geometri dengan materi kuliah lainnya. Selain itu, geometri juga melatih komunikasi melalui kegiatan eksplorasi, diskusi, konjektur dan investigasi. Permasalahan-permasalahan yang ada pada keterampilan dasar geometri berturut-turut adalah permasalahan yang berkaitan dengan keterampilan logika, keterampilan menggambar, keterampilan visual, keterampilan verbal, dan keterampilan terapan. Berdasarkan pembelajaran geometri dengan menggunakan sajian analitik maka permasalahan menggunakan deduktif aksiomatik menempati urutan teratas, kemudian permasalahan persepsi. Miskonsepsi terhadap proses dan kegiatan visual, serta terakhir permasalahan pada penggunaan prosedur, konsep, dan prinsip.

Kata Kunci: analitik, geometri, komunikasi, koneksi

GEOMETRY AND ITS PROBLEM IN LEARNING

Abstract

Geometry teaches us not only about how to give appreciation for something, but also how to find connections that occur between geometry material and other lecture material. In addition, geometry also trains communication through exploration, discussion, conjecture and investigation. The problems that exist in basic geometry skills in a row are problems related to logic skills, drawing skills, visual skills, verbal skills, and applied skills. Based on geometric learning using analytical presentation, the problem of using axiomatic deductive is at the top, then the problem of perception. Misconceptions about visual processes and activities, and finally problems with the use of procedures, concepts, and principles.

Keywords: analytic, geometry, communication, connection

1. Pendahuluan

1.1. Manfaat Mempelajari Geometri

Geometri dapat mengajarkan cara untuk memberikan apresiasi terhadap dunia. Hal ini karena geometri dapat ditemukan tidak hanya pada struktur sistem tata surya, tetapi juga fenomena-fenomena alam seperti pada pembentukan geologi, batuan dan kristal, tumbuhan dan bunga bahkan pada hewan. Geometri juga mencakup sebagian besar dari alam atau semesta sintesis kita seperti: seni, arsitektur, mobil, mesin, dan hampir segala sesuatu yang manusia ciptakan memiliki unsur-unsur yang berbentuk geometri.

Eksplorasi terhadap geometri dapat mengembangkan keterampilan dalam memecahkan masalah. Penalaran ruangan adalah bentuk pemecahan masalah yang terpenting, dan seperti tercantum dalam kurikulum di Indonesia, pemecahan masalah merupakan salah satu alasan utama dalam mempelajari matematika. Suatu permasalahan matematika akan mudah dipecahkan dengan menggunakan bahasa gambar geometri, dan merupakan sebagian dari penyelesaian.

Selain itu, geometri juga mempunyai koneksi dengan materi matematika lainnya. Di antaranya geometri dan pengukuran. Sebagai contoh, konsep pecahan dikoneksikan dalam geometri dengan konstruksi bahwa bagian

terhadap keseluruhan. Rasio dan perbandingan terkait secara langsung dengan konsep kesebangunan dalam geometri. Geometri telah digunakan sehari-hari oleh manusia. Seorang dokter segera tahu letak jantung karena kemampuan ruang yang bagus. Arsitek, seniman, insinyur, para pengembang, hanyalah beberapa profesi yang biasanya menggunakan geometri. Di rumah, geometri membantu di antaranya dalam pembuatan pagar, mendesain kandang hewan peliharaan, menata taman, dan mengatur ruang tamu..

1.2. Permasalahan Dalam Pembelajaran Geometri

Budiarto (2009) mengemukakan tentang adanya miskonsepsi dalam pembelajaran geometri seperti mahasiswa yang berpendapat bahwa sudut dan persegi panjang sisinya harus mendarat. Selain itu masih ditemukan juga guru yang memiliki miskonsepsi tentang kata "panjang" dalam proses memahami suatu persegi panjang. Penelitian Budiarto (1998) yang lain menunjukkan: (1) 22% dari 54 siswa menggunakan "yang akan dibuktikan sebagai yang diketahui", 19,4% dari 42 guru SMP dan SMU di Surabaya mengalami kesulitan menyelesaikan permasalahan "buktikan bahwa ...", 24% dari 62 siswa peserta matakuliah geometri tidak dapat menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dari suatu permasalahan yang diberikan, dan adanya miskonsepsi siswa dalam memahami konsep-konsep geometri.

Masalah lainnya yang muncul adalah guru salah dalam memahami dua garis tegak lurus bersilangan, bidang dapat diperluas dan irisan suatu bidang dengan bangun ruang. Penelitian Budiarto (1999) menunjukkan bahwa mahasiswa peserta matakuliah geometri tidak dapat menggunakan perolehan geometri di SMA maupun geometri datar untuk menyelesaikan permasalahan dalam geometri ruang. Geometri masih merupakan momok tidak hanya bagi siswa tetapi juga sebagian besar guru. Budiarto (2000) mengemukakan daya siswa dalam membuktikan masih sangat kurang. Sementara, Budiarto (2008) menemukan kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dengan pola yang relatif sama. Bentuk kesalahan itu adalah siswa tidak terlatih dalam pembuktian secara deduktif, belum mampu menggunakan aksioma, definisi, teorema dalam memecahkan masalah pembuktian, dan daya logika yang lemah. Bentuk kesalahan lainnya adalah rancu dalam menggunakan istilah atau tidak tertib dalam menggunakan suatu kesepakatan. Misalnya siswa mengacaukan antara

notasi garis, ruas garis, sinar garis, panjang ruas garis, serta sudut dan besar sudut.

Pada penelitian Budiarto (2009) menunjukkan koneksi antara konsep-konsep geometri yang lemah, yaitu tidak dapat mengaitkan pengetahuan satu dengan pengetahuan yang lain dalam geometri apalagi dengan bidang lain dalam matematika di luar geometri. Penalaran siswa juga lemah, hal ini dapat dilihat dari masih banyaknya siswa tidak dapat menggunakan apa yang diketahui untuk membuktikan permasalahan yang diberikan. Di sisi lain geometri disusun secara spiral dan saling terkait sehingga jika terjadi lobang pada suatu bagian akan menjadikan pincang pada proses pembelajaran berikutnya.

Hasil penelitian Budiarto (2010) lainnya menunjukkan bahwa siswa kurang ulet dan mudah putus asa jika menghadapi permasalahan geometri yang penuh tantangan, apalagi jika berkenaan dengan masalah-masalah pembuktian. Hasil penelitian Budiarto (2010) bentuk-bentuk kesalahan mahasiswa baru dalam pemecahan masalah geometri yaitu kesalahan dalam menganalisis soal, hal ini terlihat dari mahasiswa yang kurang memperhatikan ada tidaknya informasi dari suatu masalah yang diberikan, tidak tahu apa yang diketahui dan apa yang akan dibuktikan dari masalah yang diberikan dan tidak dapat menggunakan apa yang diketahui atau menggunakan apa yang akan dibuktikan sebagai yang diketahui, tidak dapat mengkoneksi pengetahuan satu dengan pengetahuan yang lain dalam geometri apalagi dengan bidang lain dalam matematika di luar geometri, tidak terjadi retensi terhadap materi yang diberikan dan kelihatannya materi sulit mengendap dalam benak siswa.

Hasil penelitian Budiarto (2011) tentang karakteristik bentuk kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan suatu permasalahan geometri mencakup ketrampilan visual, keterampilan verbal, dan keterampilan terapan. Keterampilan visual meliputi: tidak cukup memahami unsur-unsur geometri yang diperlukan untuk mendeskripsikan hubungan geometris dan persepsi ruang kurang memuaskan. Kesalahan yang berkaitan dengan keterampilan verbal meliputi: miskonsepsi dalam memahami konsep-konsep geometri; daya menganalisis soal yang lemah; rancu dalam menggunakan istilah seperti rusuk dan sisi, kubus dan persegi, bidang empat dan limas segiempat; tidak tertib dalam menggunakan kesepakatan-kesepakatan seperti penggunaan notasi untuk garis, ruas garis, sinar garis, sudut dan besar sudut; tidak tahu apa yang diketahui dan apa yang akan dibuktikan dari masalah yang

diberikan; tidak dapat menggunakan apa yang diketahui atau menggunakan apa yang akan dibuktikan sebagai apa yang diketahui; tidak dapat mengaitkan pengetahuan satu dengan pengetahuan yang lain dalam geometri; kurang ulet dan mudah putus asa jika menghadapi permasalahan geometri yang penuh tantangan. Kesalahan yang berkaitan dengan keterampilan terapan meliputi: belum mampu menggunakan aksioma, definisi, teorema untuk memecahkan masalah pembuktian; gagal dalam mempelajari konsep dasar geometri; tidak memahami dua garis tegak lurus bersilangan; tidak memahami bidang dapat diperluas; tidak dapat membuat irisan suatu bidang dengan bangun ruang karena daya tilik ruang yang rendah; dan tidak dapat menggunakan perolehan geometri di SMA maupun geometri datar untuk menyelesaikan permasalahan geometri ruang.

Temuan lainnya adalah mahasiswa melakukan kesalahan yang berkaitan dengan daya tilik ruang yaitu: menafsirkan gambar pada dimensi tiga sebagai gambar pada dimensi dua, misal garis bersilangan dianggap berpotongan; tidak memahami aksioma bahwa bangun dapat diperluas dan garis dapat diperpanjang; dan persepsi yang salah terhadap proses dan kegiatan visual.

Mahasiswa melakukan kesalahan yang berkaitan dengan pembuktian yaitu: belum mampu menggunakan aksioma, definisi, teorema untuk memecahkan masalah pembuktian; daya logika yang lemah; tidak dapat menggunakan perolehan sebelumnya; tidak dapat mengubah masalah dalam soal kedalam bahasa gambar geometri; tidak dapat memahami konsep atau definisi; kemampuan geometri dasar yang kurang; kemampuan tilik ruang yang lemah; dan tidak punya ide untuk keluar dari rutinitas untuk menyelesaikan masalah nonrutin.

Hasil penelitian Budiarto (2005) menunjukkan hasil siswa yang berada pada level 1 mampu mengenali atribut semua bangun dalam suatu kelas bukan suatu bangun yang tunggal dan dapat merangkai hubungan antara atribut-atribut bangun-bangun tersebut. Siswa mampu mendiskripsikan pengertian suatu bangun dengan menggunakan atribut yang dikenali walaupun definisi yang dibangun tidak akurat. Misal persegipanjang bangun datar yang mempunyai empat sisi, dua pasang sisi berhadapan sejajar, dan mempunyai empat sudut siku-siku, walaupun definisi ini berlebih. Pada level ini siswa mulai mengapresiasi bahwa sekumpulan bangun dikumpulkan bersama karena atribut-atributnya. Ide-ide tentang suatu bangun dapat

digeneralisasikan menjadi semua bangun yang sesuai dengan kelas tersebut. Jika suatu bangun termuat ke dalam suatu kelas tertentu seperti kubus, maka bangun itu memiliki sifat-sifat yang bersesuaian kelas itu” semua kubus memiliki 6 permukaan yang kongruen dan masing-masing permukaan itu berbentuk persegi. Sifat-sifat ini hanya implisit di level 0. Siswa yang beroperasi pada level 1 akan mampu mendaftar sifat-sifat persegi, persegi panjang dan jajaran genjang tetapi tidak melihat bahwa bangun-bangun ini merupakan sub kelas satu sama lain yaitu semua persegi adalah persegi panjang dan semua persegi panjang adalah jajaran genjang. Dalam mendefinisikan suatu bangun para pemikir level 1 mungkin mendaftar sifat-sifat dari suatu bangun sebanyak yang mereka ketahui. Hasil berfikir pada level 1 adalah sifat-sifat bangun.

Siswa level 2 mulai berpikir tentang sifat-sifat objek geometri tanpa rintangan dari suatu objek tertentu, mereka telah mampu mengembangkan hubungan-hubungan di antara sifat-sifat objek geometri tersebut. “jika keempat sudutnya adalah siku maka bangun tersebut adalah persegipanjang. Jika bangun itu adalah suatu persegi maka semua sudutnya siku-siku. Jika bangun itu adalah persegi maka pasti bangun itu adalah persegipanjang.” Dengan kemampuan yang lebih besar dalam penalaran “jika-maka”, bangun-bangun itu dapat diklasifikasi dengan menggunakan karakteristik minimum. Contohnya empat sisi yang kongruen dan satu sudut siku-siku cukup untuk mendefinisikan persegi. Persegipanjang adalah jajargenjang dengan satu sudut siku.

Pengamatan di luar sifat-sifat tersebut dan pengamatan tersebut mulai difokuskan pada argumen-argumen logis tentang sifat-sifat itu. Siswa pada level 2 akan mampu mengikuti dan mengapresiasi tentang argumen deduktif informal tentang bangun-bangun dan sifatnya.” Pembuktian dapat menjadi lebih intuitif daripada deduktif yang ketat. Namun demikian terdapat suatu apresiasi bahwa suatu argumen logis itu memaksa. Apresiasi terhadap struktur aksiomatik suatu sistem deduktif formal tetap berada di bawah argumen logis tersebut. Hasil berpikir pada level dua adalah hubungan diantara sifat-sifat obyek geometri seperti persegipanjang adalah jajargenjang dengan satu sudut siku-siku atau persegi adalah persegipanjang yang sisi-sisinya sama panjang. Pada level ini siswa dapat mengkonstruksi hubungan antara dua bangun, sehingga siswa pada level ini dapat membuat diagram hubungan antara bangun-bangun.

1.3. Pembelajaran Geometri

Ada dua cara untuk membelajarkan geometri (Budiarto, 2011) yaitu pertama cara global, dimana pada siswa dikenalkan model dunia nyata kemudian dibawa ke model geometri. Pada mereka dikenalkan model utuh, baru kemudian dikenalkan unsur-unsur yang membangun bangun tersebut. Dengan kata lain dikenalkan kubus, bidang sisi, rusuk dan titik sudut. Cara kedua adalah keunsuran dimana pembelajaran dimulai dengan titik, garis, bangun datar, dan bangun ruang. Cara pertama sering disebut geometri informal. Aktivitas dari pembelajaran ini adalah memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengeksplorasi, merasakan dan melihat, menyusun dan memisahkan, melakukan observasi tentang bangun di lingkungan sekitar mereka maupun di dunia yang mereka buat melalui gambar-gambar, model-model, dan komputer. Aktivitas melibatkan pengkonstruksian, visualisasi, perbandingan, transformasi dan pengklasifikasian bangun-geometri. Pengalaman dan pengekplorasi tersebut dapat berlangsung pada level pengalaman yang berbeda: dari sejumlah bangun dan tampilannya sampai pada sifat-sifat bangun dan hubungan-hubungan diantara sifat-sifat bangun itu. Roh geometri informal adalah salah satu eksplorasi, yang hampir selalu melibatkan aktivitas.

Pembelajaran geometri di sekolah sebaiknya diarahkan pada penyelidikan dan pemanfaatan ide-ide serta hubungan-hubungan antara sifat-sifat geometri. Dalam belajar geometri siswa diharapkan dapat memvisualisasikan, menggambarkan serta membandingkan bangun-geometri dalam berbagai posisi, sehingga murid dapat memahaminya. Menurut Budiarto (2010) dalam pembelajaran geometri perlu penekanan akan sifat-sifat bangun geometri, hubungan-hubungan di antara sifat-sifat bangun geometri, pengembangan daya tilik ruangan, serta penggunaan pemecahan masalah geometri berbasis dunia nyata. Daya tilik ruangan adalah daya tilik seseorang yang ditujukan kepada lingkungannya yaitu daya mengenal dan membedakan rangsangan-rangsangan yang berkaitan dengan ruangan dan untuk menginterpretasikan rangsangan itu perlu dikaitkan dengan pengalaman sebelumnya. Daya tilik ruang dan daya kognitif dalam geometri adalah berbanding lurus. Peningkatan daya tilik ruang akan meningkatkan daya kognitif dalam geometri, dan sebaliknya.

Konsep daya tilik ruangan peserta didik yaitu: pertama, daya tilik ruangan dibangun

melalui organisasi progresif dari tindakan internal peserta didik menghasilkan sistem-sistem perasional, dan daya tilik ruangan bukan hasil pengamatan dari ruang disekitarnya, tetapi yang timbul dari penggunaan aktif ruangan disekitar kita. Kedua, organisasi progresif gagasan geometrik mengikuti urutan tertentu yaitu urutan yang bersifat logis dari pada bersifat historis. Pada permulaan disusun hubungan topologis, kemudian hubungan proyektif dan hubungan-hubungan menurut Euclid.

Pemahaman ruangan dapat didefinisikan sebagai intuisi tentang bangun-geometri dan hubungan-hubungan diantara bangun-geometri itu. Individu-individu dengan pemahaman ruangan memenuhi aspek-aspek geometri di lingkungan mereka dan bangun-geometri tersebut dibentuk oleh obyek dari lingkungan tersebut. Banyak orang menyatakan bahwa mereka memiliki pemahaman bangun yang tidak terlalu baik atau mereka memiliki pemahaman ruangan yang sedikit/kurang. Keyakinan tersebut menyatakan bahwa anda terlahir dengan pemahaman atau tanpa pemahaman keruangan. Pernyataan sederhana tersebut tidaklah benar! Sekarang Kita ketahui bersama bahwa pengalaman yang banyak tentang bentuk/ bangun dan hubungan ruangan, jika diberikan secara konsisten dari waktu ke waktu, hal ini betul-betul dapat mengembangkan pemahaman ruangan. Tanpa pengalaman geometri, kebanyakan orang memiliki pemahaman dan penalaran ruangan yang tidak berkembang.

2. Pembahasan

2.1. Upaya Perbaikan Dalam Pembelajaran Geometri

Pertama, secara teoritis bahwa hasil berpikir pada tiap level sama dengan objek berfikir pada level selanjutnya. Untuk sampai pada suatu level tertentu model level berpikir geometri menurut van Hiele (Burger dan Shaughnessy, 1986), siswa harus melalui level sebelumnya. Untuk melalui suatu level seorang siswa harus telah mengalami berpikir geometri yang tepat untuk level itu dan telah menciptakan jenis objek atau hubungan dalam pikirannya sendiri yang merupakan fokus berpikir pada level selanjutnya. Dengan meloncati suatu level yang jarang terjadi. Kelebihan model tersebut adalah hirarki lima level cara memahami ide-ide keruangan. Masing-masing dari ke 5 level tersebut mendeskripsikan proses berpikir yang digunakan dalam konteks geometri. Level-level tersebut mendeskripsikan bagaimana seseorang berpikir dan jenis ide geometri apakah yang seseorang

pikirkan, bukan seberapa banyak pengetahuan yang seseorang memiliki. Sebagaimana seseorang berkembang dari satu level ke level selanjutnya, obyek perubahan berpikir geometri seseorang. Hasil penelitian penulis, siswa SMP masih berada pada level 0, 1, atau 2 dan sedikit Level 3. Level-level berpikir tersebut tidak bergantung pada usia seerti yang dipahami dalam tahap perkembangan Piaget. Siswa kelas SD atau seorang siswa SMP bisa saja pada level 0. Sebenarnya, diantara siswa dan orang-orang dewasa ada yang selamanya berada pada level 0, dan sejumlah signifikan banyaknya orang dewasa tidak pernah sampai pada level 2. Tapi usia jelas terkait dengan banyaknya pengalaman geometri dan jenis-jenis pengalaman geometri yang kita miliki. Oleh karena itu, rasional kalau semua peserta didik pada kelas SD kelas bawah berada pada level 0, maupun mayoritas siswa SD yang berada pada kelas atas. Pengalaman geometri merupakan faktor tunggal terbesar yang mempengaruhi kemajuan untuk melewati level-level berpikir. Aktivitas-aktivitas yang memungkinkan bagi siswa dalam mengeksplorasi, berbicara dan berinteraksi dengan materi (content) geometri pada level selanjutnya, seiring bertambahnya pengalaman mereka pada level dimana mereka berada memiliki kesempatan yang paling tepat dalam meningkatkan level berfikir bagi siswa.

Burger dan Shaughnessy, (1986) mengemukakan instruksi atau bahasa berada pada level yang lebih tinggi daripada level yang dimiliki siswa, akan terjadi kelemahan dalam berkomunikasi. Siswa harus bergulat dengan objek berpikir yang belum dikonstruksi pada level sebelumnya, hal ini dapat dipaksakan, dan akan menjadi belajar dengan hafalan dan hanya mencapai kesuksesan sementara dan dangkal. Sebagai contoh, seorang siswa dapat menghafal bahwa semua persegi adalah persegipanjang tanpa memiliki konstruk tentang hubungan-hubungan pada bangun itu. Seorang siswa dapat menghafal pembuktian geometri tetapi gagal dalam menciptakan langkah-langkah atau gagal dalam memahami alasan-alasan rasional yang dilibatkan dalam pembuktian itu. Untuk itu pembelajaran termediasi sangat sesuai untuk meningkatkan level berpikir.

Schwarz dan Dreyfus, (2001) dan Jirotková dan Littler, (2004) mengemukakan tiga aksi epistemik yaitu mengenali, merangkai dan mengonstruksi. Mengenali adalah pengenalan kembali terhadap suatu struktur matematika yang sudah pernah dipelajari, terjadi ketika seorang siswa menyadari bahwa suatu struktur yang telah

dikonstruksinya dan mungkin telah digunakan sebelumnya, sesuai dengan suatu situasi matematika yang diberikan. Mereka mengidentifikasi penggunaan dan kombinasi unsur-unsur yang sudah terstruktur untuk mencapai tujuan sebagai aksi epistemik kedua dari abstraksi, dan disebut merangkai. Merangkai memiliki konotasi aplikasi yaitu menggunakan pengetahuan terstruktur untuk dirangkai menjadi kemungkinan penyelesaian dari masalah yang diberikan. Merangkai adalah mengkombinasikan unsur struktural untuk mencapai tujuan yang telah ditetapkan. Dengan demikian yang dimaksud mengonstruksi adalah hal terpenting di antara ketiga aksi yang melibatkan pengetahuan sebelumnya. Mengonstruksi diperlukan untuk abstraksi. Tujuan utama dari kegiatan mengonstruksi adalah konstruksi itu sendiri sehingga didapat susunan kognisi baru. Struktur pengetahuan yang ada diorganisasi secara vertikal, sehingga menambah kedalaman pengetahuan itu sendiri.

Kedua, siswa pada level 0 mengenali dan menamai bentuk secara keseluruhan, karakteristik visual gambar tersebut. Siswa yang beroperasi pada level ini mampu melakukan pengukuran dan bahkan mampu berbicara tentang sifat-sifat bangun, tapi sifat-sifat tersebut tidak dipikirkan secara eksplisit. Tampilan bangun tersebut yang mendefinisikan bangun tersebut terhadap siswa. Sebuah persegi adalah persegi “karena bangun tersebut nampak seperti persegi”. Contoh, persegi yang dirotasi sehingga semua sisinya berada pada sudut 45 derajat terhadap sisi vertikal, tidak tampak sebagai suatu persegi untuk seorang pada level 0. Siswa pada level ini akan menyusun dan mengklasifikasikan bangun berdasarkan tampilan bangun tersebut mirip. Hasil yang diperoleh dari berpikir pada level 0 adalah kelas-kelas atau pengelompokan bangun-bangun yang tampak mirip.

Siswa pada level 3 dapat menilai bukan hanya sifat-sifat bangun. Pemikiran mereka terdahulu telah menghasilkan konjektur (terkaan cerdas). Yang berkaitan dengan hubungan diantara sifat-sifat bangun. Apakah konjektur-konjektur itu benar? Ketika analisis tentang argumen formal ini dilakukan, struktur suatu sistem yang lengkap dengan aksioma, definisi, teorema, korollari, dan postulat mulai dikembangkan dan dapat diapresiasi sebagai alat yang perlu dalam mempertahankan kebenaran geometri. Pada level ini, siswa mulai mengapresiasi kebutuhan akan suatu sistem logika yang bersandar pada aturan asumsi minimum dan dimana kebenaran yang lain dapat diperoleh. Siswa pada level ini mampu

bekerja dengan pernyataan abstrak tentang sifat-sifat geometri dan membuat simpulan berdasarkan pada intuisi yang lebih logis. Seorang siswa yang beroperasi pada level tiga dapat mengamati secara jelas bahwa diagonal suatu persegi panjang saling membagi, seperti yang bisa dilakukan oleh siswa yang berda pada level berpikir yang lebih rendah. Bagaimanapun pada level tiga ada apresiasi tentang kebutuhan untuk membuktikan ini dari serangkaian argumen deduktif. Hasil berpikir pada level tiga adalah siswa mampu berpikir menggunakan sistem deduktif aksiomatik geometri.

Teori van Hiele memberikan bahan pemikiran bagi guru dengan suatu kerangka yang dapat digunakan dalam melakukan aktivitas geometri. Teori tersebut tidak mengklasifikasi materi atau kurikulum tetapi dapat diterapkan pada kebanyakan aktivitas. Kebanyakan kegiatan dapat dirancang untuk dimulai dengan asumsi tentang suatu level tertentu kemudian dimediasi melalui jenis-jenis pertanyaan dan panduan atau bimbingan yang diberikan oleh guru dengan menggunakan tiga kriteria pokok yaitu intensionalitas, transendensi, dan pemaknaan. Hasil penelitian Budiarto (2013) memberikan beberapa mediasi yang disarankan untuk 3 level yang pertama pada level van Hiele.

Membelajarkan geometri peserta didik level 0, sebanyak mungkin aktivitas dan mediasi menyusun, mengidentifikasi, dan mendeskripsikan berbagai bangun. Mediasi dapat menggunakan model-model fisik yang dapat dimanipulasi oleh siswa. Eksplorasi dengan banyak contoh bangun dan bukan contoh bangun, sehingga model yang tidak relevan tidak menjadi penting. Mediasi diberikan sesuai dengan kebutuhan siswa sehingga tidak terjadi miskonsepsi seperti siswa menganggap bahwa hanya segitiga samasisi yang merupakan segitiga atau persegi panjang yang diputar 90 derajat bukan lagi persegi panjang tetapi disebut persegi pendek. Mediasi diarahkan agar siswa mengenali atribut-atribut dari masing-masing bangun.

Membelajarkan geometri peserta didik level 1 menekankan pada aktivitas dengan lebih fokus pada sifat-sifat bangun daripada fokus pada identifikasi sederhana. Mendeskripsikan bangun melalui aktivitas, mengukur, mengamati, mengubah sifat-sifat bangun melalui penggunaan model. Problem solving dimana sifat-sifat bangun merupakan komponen yang penting. Selanjutnya menggunakan model seperti pada level 0 tetapi masukkanlah model-model yang memungkinkan siswa mengeksplorasi berbagai sifat bangun. Klasifikasikanlah bangun-bangun berdasarkan

sifat-sifat bangun maupun nama-nama bangun tersebut. Mediasi diarahkan agar siswa mengenali dan merangkai atribut-atribut dari masing-masing bangun.

Membelajarkan geometri peserta didik level 2 fokus pada aktivitas yang menggunakan model dengan fokus pada pendefinisian sifat-sifat. Buatlah daftar sifat dan diskusikanlah sifat-sifat peserta didik yang merupakan syarat perlu dan mana yang merupakan syarat cukup untuk suatu bangun atau konsep tertentu. Memasukkan bahasa deduktif informal seperti: semua, beberapa, tidak ada, jika maka, bagaimana seandainya dan sejenisnya. Investigasilah konvers dari hubungan-hubungan tertentu untuk mengetahui validitas. Sebagai contoh, konvers dari “jika suatu bangun adalah persegi maka bangun itu harus memiliki empat sudut siku-siku.” adalah “jika suatu bangun memiliki empat sudut siku-siku bangun itu pasti suatu persegi. Gunakanlah model dan gambar sebagai alat untuk berpikir dan mulailah untuk mencari generalisasi dan contoh penyangkal. Doronglah siswa untuk membuat dan menguji hipotesis. Mediasi diarahkan agar siswa mengenali, merangkai dan mengkonstruksi hubungan antar- bangun.

Konsolidasi dari struktur yang baru terbentuk akan mengakibatkan peserta didik mampu mengenali struktur tersebut pada aktivitas selanjutnya dan membangun dengan struktur tersebut dengan mudah. Struktur yang dikonstruksi sebelumnya dalam sejarah pembelajaran peserta didik, dikenali dan direorganisasi menjadi sebuah struktur baru. Aksi yang ditunjukkan peserta didik meliputi ketiga aksi epistemik, yaitu mengenali, merangkai, dan mengonstruksi seperti dikemukakan di depan, tidak sebagai sebuah rantai, tetapi dengan cara tersarang, dengan kata lain, aksi mengonstruksi tidak hanya mengikuti mengenali dan merangkai dalam bentuk linier, tetapi dalam suatu aktivitas belajar termediasi serentak memerlukan mengenali, merangkai dan mengonstruksi.

2.2. Komunikasi Pembelajaran Geometri

Kegiatan komunikasi (lisan atau tulis) dalam pembelajaran geometri merupakan salah satu aktivitas yang dapat meningkatkan penalaran matematika peserta didik. Sebab dengan menulis, peserta didik dapat menuangkan ide dan mengkomunikasikan apa yang dipahaminya tentang geometri yang telah dipelajarinya. Dari aktivitas menulis inilah guru dapat dengan mudah mengetahui apa yang dipahami peserta didik dan apa yang belum dipahaminya. Sebab dari tulisan yang dibuat oleh peserta didik, guru dapat

membaca urutan-urutan pikiran peserta didik dalam menyelesaikan soal yang diberikan dan apa yang diketahui peserta didik tentang soal tersebut, serta bagaimana peserta didik harus menyelesaikannya.

Dalam pembelajaran geometri pada dasarnya menghendaki peserta didik menerima pesan melalui membaca, mendengar informasi guru atau yang lainnya, dan peserta didik mengirim pesan melalui berbicara ataupun menulis. Guru tidak hanya dapat menggunakan kelas geometri untuk membangun kemampuan peserta didik untuk membaca, menulis, dan mendengar, tetapi dengan menekankan aktivitas tersebut dapat menjadikan guru sebagai guru matematika yang lebih baik. Guru yang baik, memberi kesempatan kepada peserta didik melakukan aktivitas komunikasi geometri. Kapankah murid dan guru dikatakan dapat berkomunikasi dalam pembelajaran matematika? Menurut (NCTM, 2000), guru dan peserta didik haruslah mampu mengomunikasikan pikiran matematisnya secara lisan dan tertulis dengan indikator-indikator, mampu: (1) mengomunikasikan pikiran matematisnya secara koheren dan jelas antara guru dengan peserta didik dan antara peserta didik dengan peserta didik lainnya; (2) untuk mengekspresikan ide/gagasannya menggunakan bahasa matematika secara tepat; (3) mengelola pikiran matematisnya melalui komunikasi; dan (4) menganalisis dan mengevaluasi pikiran matematis dan strategi-srategi orang lain.

Menulis dan berdiskusi dipandang sebagai bagian integral dari komunikasi yang menunjukkan pemahaman terhadap sebuah konsep matematika. Berikut ini akan dijelaskan kedudukan menulis dan diskusi dalam komunikasi, khususnya dalam mathematical communication. Borasi & Rose (dalam Kosko & Wilkins) berpendapat bahwa peserta didik yang menulis untuk menjelaskan atau menggambarkan strategi pemecahan masalah akan mengalami peningkatan keterampilan pemecahan masalah mereka. Ilustrasi ini dapat digunakan oleh guru untuk menggunakannya sebagai metode pembelajaran dalam upaya meningkatkan pemahaman. Peserta didik diarahkan dalam kelompok-kelompok kecil untuk membandingkan strategi pemecahan masalah satu sama lain. Penggunaan menulis untuk meningkatkan pemahaman konsep sering melibatkan komunikasi verbal (lisan) antara peserta didik dan guru atau peserta didik dan rekan-rekan. Oleh karena itu, menulis dapat dimasukkan ke dalam diskusi untuk memperdalam pemahaman.

Menulis merupakan salah satu sarana komunikasi yang dapat merangsang pikiran, menata, dan memperjelas pemikiran. Ide-ide yang masih mentah dan belum teratur akan lebih tertata bila dituliskan. Tujuan inilah yang mendasari munculnya ide bahwa peserta didik dapat belajar melalui aktivitas menulis. Dengan kata lain, aktivitas menulis dapat dipandang sebagai strategi belajar. Aktivitas menulis tidak hanya dimaksudkan untuk membentuk kemampuan menulis itu sendiri, melainkan dipandang sebagai cara untuk membelajarkan peserta didik, termasuk belajar geometri. Menulis dipandang sebagai salah satu cara bagi peserta didik untuk menuangkan atau menjelaskan secara rinci ide-ide matematika tertentu. Hal ini membantu peserta didik untuk mengartikulasikan strategi, sehingga dapat meningkatkan pengetahuan prosedural dan menghasilkan kompetensi kognitif secara umum.

Terdapat berbagai manfaat dari pemberian lugas menulis. Berdasarkan hasil penelitian, Peserta didik yang menuliskan konsep-konsep yang baru mereka pelajari mempunyai ingatan yang jauh lebih tepat daripada peserta didik yang tidak belajar demikian. Hasil penelitian mengindikasikan bahwa kemampuan anak untuk mengekspresikan ide-ide mereka secara lertulis dapat membanlu meningkatkan pemahaman mereka. Oleh karena itu, dalam mengkomunikasikan konsep matematika hendaknya secara koheren, yaitu agar pemikiran matematika yang dibuat peserta didik dikenal secara benar. Kebenaran pembuktian harus diterima oleh masyarakat belajar ataupun oleh masyarakat profesional. Sehingga para peserta didik perlu memiliki kesempatan untuk menyajikan gagasan matematika yang berbasis pada tukar menukar pengetahuan untuk melihat apakah pemikiran mereka dapat dipahami dan meyakinkan.

Ketika peserta didik berbicara tentang geometri, mereka menggunakan bahasa informal (bahasanya sendiri) yang membuat mereka lebih mudah untuk memahami konsep-konsep geometri. Bahasa yang digunakan dalam buku pegangan peserta didik, atau digunakan oleh guru, kadang-kadang dapat menjadi penghalang bagi peserta didik dalam memahami konsep. Meskipun bahasa geometri formal perlu diajarkan kepada peserta didik, mereka tidak perlu dipaksa untuk memahami konsep geometri tertentu dalam bahasa yang formal (Lee, dalam Kosko & Wilkins). Bahkan ketika peserta didik mengerti geometri dalam bahasa formal, mereka membicarakannya secara informal.

Dengan mendorong diskusi, eksplorasi, investigasi dan membuat konjektur tentang matem geometri, peserta didik dapat berkomunikasi dalam bahasa yang membuat mereka merasa nyaman daripada menggunakan bahasa formal geometri. Untuk memberikan dukungan wacana kelas secara lebih efektif, guru harus membangun masyarakat dimana peserta didik merasa bebas mengemukakan gagasannya. Peserta didik diminta untuk mengkomunikasikan ide-ide mereka tentang geometri dan menjelaskan alasan mereka. Dalam diskusi, peserta didik akan berbicara tentang geometri, mengkomunikasikan konsep kepada orang lain. Dalam hal ini, peserta didik tidak harus berkomunikasi secara verbal untuk melakukan komunikasi geometri.

3. Kesimpulan

Permasalahan Geometri berdasarkan keterampilan dasar geometri berturut-turut adalah permasalahan yang berkaitan dengan keterampilan logika, keterampilan menggambar, keterampilan visual, keterampilan verbal, dan keterampilan terapan. Jika ditinjau pembelajaran geometri dengan menggunakan sajian analitik maka permasalahan penggunaan deduktif menempati urutan teratas seperti masalah buktikan, kemudian permasalahan persepsi, miskonsepsi terhadap proses dan kegiatan visual, serta terakhir permasalahan penggunaan prosedur, konsep, dan prinsip. Dalam pembelajarannya melibatkan diskusi, eksplorasi, investigasi dan konjektur untuk meningkatkan kemampuan koneksi dan komunikasi peserta didik.

Daftar Pustaka

- Budiarto, Mega Teguh, 1997, Profil Kemampuan Geometri Mahasiswa Baru FMIPA IKIP, FKIP Universitas, dan STKIP Negeri dan Swasta Di Jawa Timur, Pusat Penelitian IKIP Surabaya
- Budiarto, Mega Teguh, 1998, Analisis Kesulitan Materi Geometri guru-guru SMP dan SMU di Surabaya, Pusat Penelitian IKIP Surabaya
- Budiarto, Mega Teguh, 1999, Pengembangan, Implementasi dan Evaluasi Model Pembelajaran Geometri yang Berpandu pada pendekatan konstruktivisme dengan Memperhatikan Miskonsepsi dan Aras Berpikir Van Hiele di SLTP, Pusat Penelitian IKIP Surabaya
- Budiarto, Mega Teguh, 2000, Kemampuan Deduktif Aksiomatik Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA IKIP Surabaya, Penelitian Peningkatan Kualitas Pembelajaran R.II BATCH II, Proyek PGSM, Pusat Penelitian IKIP Surabaya
- Budiarto, Mega Teguh, 2008, Membangun Level Abstraksi Siswa SMP dalam Memahami konsep Geometri, Penelitian Fundamental Tahun Pertama, Pusat Penelitian Unesa Surabaya.
- Budiarto, Mega Teguh, 2009, Membangun Level Abstraksi Siswa SMP dalam Memahami Konsep Geometri, Penelitian Fundamental Tahun Kedua, Pusat Penelitian Unesa Surabaya.
- Budiarto, Mega Teguh, 2010, Profil Pemetaan Level Abstraksi Siswa yang Mempunyai Gaya Belajar Visual Spatial dan Auditory sequential denan Operasi Logis Piaget, Penelitian Fundamental, Pusat Penelitian Unesa Surabaya.
- Budiarto, Mega Teguh, 2011, Rigorous Mathematical Thinking Dalam Pembelajaran geometri, Penelitian Unggulan Perguruan Tinggi, Pusat Penelitian Unesa Surabaya.
- Hershkowitz, R; Schwarz, B.B.; Dreyfus, T. (2001). "Abstraction in Context: Epistemic Actions". *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol 32 No. 2 March 2001.
- Jirotkova, D., Littler, G.H., Classification Leading to Structure, <http://cerme4.crm.es/Papers520definitus/3/JirotkovaLittler.pdf>
- Kinard, J. T., & Kozulin, A. 2008. *Rigorous Mathematical Thinking : Conceptual Formation in the Mathematics Classroom*. New York : Cambridge University Press.
- Kinard, J. T., & Kozulin, A.1998. *Psychological Tools : A Sociocultural Approach to education*. London : Harvard University Press.
- Kinard, J. T., & Kozulin, A. 2001. *Creating Rigorous Mathematical Thinking: A Dynamic that Drives Mathematical and Science Conceptual Development*. Retrieved on October 21, 2009 from www.umanitoba.ca/unevoc/conference/papers/kinard.pdf
- Kinard, J.T. *Rigorous Mathematical Thinking*, Retrieved on January 23, 2010 from <http://rmtchicago.com>
- Kinard, J.T. 2007. *Method and Apparatus for Creating Rigorous Mathematical Thinking*. Retrieved on 24 March 2010 from <http://www.freepatentsonline.com/y2007/0111172.html>
- Kozulin, A. 2002. *Sociocultural Theory and the Mediated learning Experience*. *School Psychology International*, Vol. 23(1): 7-35.
- Kozulin, A. 2005. *Rigorous Mathematical Thinking: Mediated Learning and Psychological Tools*. Focus on learning Problem in Mathematics 27.3 (Summer, 2005) :1(29). *Academic OneFile*. Gale. Universitas Negeri Surabaya. Retrieved on 20 Oct. 2009 from http://find.galegroup.com/gtx/start.do?prodId=AONE.8000/kommit2004_psikologi_012_362.pdf. download pada 18 November 2010
- Kozulin, A., & Presseisen, B.Z. 1995. *Mediated Learning Experience and Psychological Tools: Vygotsky's and Feuerstein's Perspectives in a*

- Study of Student Learning. *Educational Psychological*, 30, 67-75.
- Kozulin, A., Gindis, B., Ageyev, V.S., & Miller, S.M. 2003. *Vygotsky's Educational Theory in Cultural Context*. New York: Cambridge University Press.
- Rosa, M.; & Orey, D. C. (2010). Ethnomodeling: A Pedagogical Action for Uncovering Ethnomathematical Practices. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(3), 58-67, 2010.
- Tsamir P, & Dreyfus, T. 2002. "Comparing Infinite Sets – A Process Of Abstraction. The case of Ben". *The Journal of Mathematical Behavior*. Vol 21 Issue 1. p:1-23

