

# REPRESENTASI MATEMATIS SISWA SMP KELAS 8 DAN SISWA SMA KELAS 10 DALAM MENGERJAKAN SOAL CERITA

Varetha Lisarani<sup>1\*</sup>, Abd. Qohar<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Pendidikan dan Pengajaran Agama Katolik, Sekolah Tinggi Agama Katolik Negeri Pontianak  
Jalan Parit H. Muksin II, Sungai Raya, Kab. Kubu Raya, Kalimantan Barat, 78121, Indonesia

<sup>2</sup> Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Malang  
Jalan Semarang No.5, Sumber Sari, Kec. Lowokwaru, Kota Malang, Jawa Timur 65145, Indonesia

e-mail: <sup>1</sup>betzyvarethalisarani@gmail.com;

Submitted: March 16, 2021

Revised: April 18, 2021

Accepted: April 24, 2021

corresponding author\*

## Abstrak

Penelitian ini menggunakan pendekatan penelitian kualitatif yang bertujuan menjelaskan bagaimana representasi matematis digunakan siswa dalam menyelesaikan masalah berupa soal cerita yang didesain untuk dapat diselesaikan dengan berbagai bentuk representasi. Data diperoleh dari dua orang subjek yaitu satu orang siswa SMP kelas VIII yang mewakili *Key Stage* 3 menurut tingkatan kelas di US dan satu orang siswa SMA kelas X yang mewakili *Key Stage* 4. Menurut hasil analisis, siswa kelas 8 lebih cenderung menggunakan representasi eksternal berupa gambar dan data-kata yang digunakan untuk merekam/menuliskan ide yang diperolehnya dari masalah yang diberikan namun belum dioptimalkan penggunaannya sebagai alat bantu menemukan solusi, sedangkan siswa kelas 10 lebih memilih mengoptimalkan representasi internal untuk memvisualisasikan situasi yang diperoleh dari masalah kemudian menuliskan prosesnya memecahkan masalah secara sistematis menggunakan representasi eksternal berupa ekspresi aljabar.

*Kata Kunci:* representasi matematis, soal cerita

## 8<sup>th</sup> AND 10<sup>th</sup> GRADER'S MATHEMATICAL REPRESENTATION IN SOLVING WORD PROBLEMS

### Abstract

This is a qualitative research aimed to explain how students use mathematical representation in solving word problems that is designed to be solvable using various form of representation. Data of this research was collected from 2 subjects: a 8<sup>th</sup> grader representing students of Key Stage 3 and a 10<sup>th</sup> grader representing that of Key Stage 4. Based on the analysis of the data collected, eighth grade student in this research tended to use pictorial and word representation to record ideas he/she obtained from the given problem, but he/she was not able to optimize the role of representation to solve problems. On the other hand, tenth grade student in this research tended to optimize internal representation to visualize the situation of the problem, then wrote his/her steps to solve problem systematically, using external representation in form of algebraic expression.

*Keywords:* mathematical representation, word problems

### 1. Pendahuluan

Dalam matematika, kita menerjemahkan objek realistik menjadi objek sebagai model, di mana model adalah representasi dari aspek esensial suatu objek nyata (Akita & Saito, 2014). Karena matematika bersifat abstrak, tidaklah mungkin untuk mengakses objek matematika tanpa penggunaan representasi (Duval, 2006). Dalam masyarakat masa kini dengan pesatnya perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, manusia membutuhkan kemampuan untuk menggunakan bahasa untuk mengekspresikan

idinya, dan representasi matematis digunakan untuk komunikasi eksternal yang dimaksud (Zhe, 2012). Keterampilan proses berfikir dalam matematika meliputi lima kemampuan; kemampuan memecahkan masalah, kemampuan penalaran, kemampuan membuat koneksi, kemampuan berkomunikasi dan kemampuan representasi (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Representasi merupakan salah satu kemampuan yang penting untuk dikuasai oleh siswa, karena kemampuan representasi



matematis adalah alat untuk berfikir bagi siswa untuk memahami masalah.

Semua penalaran matematis membutuhkan penggunaan representasi (Velez & Ponte, 2014). Istilah *representation* merujuk pada proses dan produk—dengan kata lain, tindakan menangkap konsep atau hubungan matematis dalam beberapa bentuk atau kepada bentuk itu sendiri (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Lebih lagi, ‘representasi’ juga merujuk pada proses dan produk yang dapat diamati baik secara eksternal maupun internal (di dalam pikiran seseorang yang sedang melakukan perhitungan matematis). Terkait representasi sebagai produk, representasi adalah suatu tanda atau konfigurasi tanda, karakter, atau objek, yang dapat mewakili suatu hal (untuk menyimbolkan, mengkodekan, menggambarkan, atau merepresentasikan) (Godino & Font, 2010). Objek yang direpresentasikan dapat bervariasi bergantung pada konteks penggunaan representasi tersebut: grafik pada koordinat Kartesius misalnya, dapat merepresentasikan fungsi atau himpunan penyelesaian dari suatu persamaan aljabar. Representasi adalah bentuk interpretasi pemikiran siswa terhadap suatu masalah, yang digunakan sebagai alat bantu untuk menemukan solusi dari masalah tersebut (Sabirin, 2014). Representasi juga adalah model atau bentuk pengganti dari suatu situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi. Sedangkan terkait representasi sebagai proses, kemampuan representasi matematis adalah ketrampilan proses siswa dalam mengkonstruksi konsep dengan fakta yang didapatkan sebelumnya untuk memahami masalah matematika, kemudian disajikan dalam berbagai bentuk seperti verbal, grafik dan simbol matematika (Syafudin & Muksar, 2016). Representasi matematis juga merupakan instrumen bagi siswa untuk menangkap pengetahuan dan kemampuan matematis (Zhe, 2012). Dari pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa representasi merujuk pada produk dan proses—representasi matematis sebagai produk adalah objek yang mewakili suatu hal, sedangkan representasi matematis sebagai proses adalah ketrampilan siswa untuk menangkap konsep atau hubungan matematis dalam beberapa bentuk yang menggambarkan interpretasi pemikiran siswa terhadap suatu masalah yang digunakan untuk menemukan solusi suatu masalah.

Beragam representasi dalam pembelajaran penting supaya siswa dapat mengekspresikan idenya melalui banyak cara (Uwingabire & Takuya, 2014). ‘Kecakapan’ matematis dapat didefinisikan sebagai penggunaan beragam representasi yang melibatkan model mental yang

berbeda serta mendemonstrasikan koneksi yang bermakna, atau menerjemahkan antar representasi (Lesh et al., 2003). Kurangnya kemampuan dalam merefleksikan dan membuat koneksi antara representasi yang berbeda akan menyebabkan kesulitan dalam pemahaman siswa (Duval, 2006). Menurut Akita dan Saito (Akita & Saito, 2014), representasi dibagi menjadi dua, yaitu representasi analog dan digital, sedangkan The National Council of Mathematics (NCTM) menggolongkan menjadi representasi internal dan eksternal (Albert A. Cuoco, 2001). Representasi internal adalah gambar yang kita buat dalam pikiran kita untuk objek dan proses matematis—yang mana lebih sulit untuk dideskripsikan. Representasi eksternal adalah representasi yang dapat dengan mudah dikomunikasikan dengan orang lain; berupa tanda pada kertas, sketsa geometri, dan persamaan. Beberapa sistem representasi eksternal bersifat notasional dan formal. Yang termasuk dalam representasi eksternal antara lain sistem numerasi, cara menulis dan memanipulasi ekspresi aljabar, kesepakatan notasi fungsi, derivatif, dan integral pada kalkulus. Sistem representasi eksternal yang lain didesain untuk menunjukkan hubungan secara visual atau spasial, misalnya garis bilangan, grafik pada beragam sistem koordinat, diagram geometrik, serta ilustrasi pecahan yang dibuat dengan komputer. Kata dan kalimat, baik tertulis maupun lisan, juga merupakan representasi eksternal, karena dapat menotasikan dan mendeskripsikan objek material, ciri-ciri fisik, atau tindakan dan relasi (Albert A. Cuoco, 2001). Beberapa sistem representasi eksternal umumnya notasional dan formal, misalnya ekspresi aljabar, dan bahasa pemrograman. Sistem representasi eksternal lainnya menunjukkan hubungan secara visual atau grafis, misalnya garis bilangan, grafik berdasar koordinat polar atau Kartesius, dan diagram geometris; kata-kata dan ekspresi dalam bahasa sehari-hari juga merupakan representasi. Bentuk-bentuk representasi ini bisa menotasikan dan mendeskripsikan objek material, sifat fisik, tindakan dan hubungan, atau objek-objek yang jauh lebih abstrak (Goldin, 1998). Interaksi antara representasi internal dan eksternal bersifat fundamental dalam belajar dan pembelajaran efektif. Apapun makna dan interpretasi yang dikembangkan guru kepada representasi eksternal, perkembangan representasi internal siswalah yang harus menjadi fokus utama.

Representasi juga dibagi menjadi dua jenis yaitu representasi yang ‘dibuat’ dan ‘diberikan’ (Albert A. Cuoco, 2001). Kedua representasi ini dibedakan berdasarkan apakah representasi yang digunakan siswa merupakan representasi yang dibuat sendiri oleh siswa ataukah representasi yang

diberikan oleh guru. Siswa harus paham bahwa representasi tertulis dari ide-ide matematika adalah bagian esensial dalam mempelajari matematika. Sangatlah penting untuk mendorong siswa merepresentasikan ide-ide dengan cara yang masuk akal bagi mereka, meskipun representasi awal mereka bisa jadi bukan representasi yang umum dipakai. Penting pula bagi siswa untuk belajar bentuk-bentuk representasi yang umum dipakai untuk memfasilitasi proses mereka belajar matematika dan juga mengkomunikasikan ide-ide matematisnya dengan orang lain. Penting bagi siswa untuk mendapat kesempatan untuk tidak hanya mempelajari bentuk representasi yang konvensional, namun juga membangun, menyaring, dan menggunakan representasi mereka sendiri sebagai alat untuk mendukung proses mereka mempelajari matematika (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000).

Representasi adalah bagian penting dalam mempelajari matematika. Kemampuan representasi matematis merupakan salah satu tujuan umum dari pembelajaran matematika di sekolah. Kemampuan ini sangat penting bagi siswa dan erat kaitannya dengan kemampuan komunikasi dan pemecahan masalah. Untuk dapat mengkomunikasikan sesuatu, seseorang perlu representasi baik berupa gambar, grafik, diagram, maupun bentuk representasi lainnya. Dengan representasi, masalah yang semula terlihat sulit dan rumit dapat dilihat dengan lebih mudah dan sederhana, sehingga masalah yang disajikan dapat dipecahkan dengan lebih mudah (Sabirin, 2014). Ketika guru menggunakan beragam representasi untuk membuat pembelajaran lebih bermakna bagi siswa, ini akan memotivasi siswa untuk melihat relevansi mempelajari matematika dan menerapkan apa yang mereka pelajari dalam kehidupan mereka. Representasi juga dapat membantu siswa menata pemikiran mereka. Penggunaan representasi oleh siswa dapat membantu ide-ide matematika menjadi lebih konkret dan dapat direfleksikan. Misalnya pada kelas-kelas yang lebih rendah, siswa dapat menggunakan representasi untuk menuliskan usaha mereka dalam memahami matematika. Di kelas menengah, siswa menggunakan lebih banyak representasi untuk memecahkan masalah atau untuk menggambarkan, mengklarifikasi, atau memperluas suatu ide matematika. Representasi membantu menggambarkan, menjelaskan, atau memperluas ide matematika dengan berfokus pada fitur-fitur pentingnya. Representasi juga dapat diartikan sebagai cara seseorang untuk mengungkapkan atau menyampaikan suatu gagasan, pendapat, atau ide yang sudah terpikirkan di dalam otak (The National Council of Teachers

of Mathematics, 2000). Oleh karena itu, kemampuan representasi menjadi salah satu tujuan pembelajaran matematika di sekolah. Pentingnya representasi ini juga tercermin dalam tiga standar representasi yang disusun NCTM yaitu (1) menciptakan dan menggunakan representasi untuk menyusun, merekam, dan mengkomunikasikan ide-ide matematis; (2) memilih, mengaplikasikan, dan menerjemahkan antar representasi matematika untuk memecahkan masalah; serta (3) menggunakan representasi untuk memodelkan dan menafsirkan fenomena fisik, sosial, dan matematis (The National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Pentingnya representasi juga tampak dalam penelitian-penelitian terdahulu: hasil representasi anak dalam menyelesaikan masalah akan menggambarkan pemikiran dan tingkat pemahaman konsep mereka (Ni'mah et al., 2011), memiliki representasi mental yang matang mengenai vektor dan himpunan secara geometris adalah penting supaya siswa dapat sukses mempelajari aljabar linier (Kawazoe et al., 2014), siswa yang dapat memahami banyak bentuk proses konversi representasi matematika akan dapat memahami konsep matematika yang dilibatkan (Chen et al., 2015), serta merepresentasikan informasi secara visual akan berkontribusi pada pengembangan pemahaman dan perspektif intuisional siswa (Güler & Çiltaş, 2011).

Menurut pengamatan peneliti, tidak banyak siswa yang memanfaatkan beragam bentuk representasi dalam pemecahan masalah. Hal ini mendorong peneliti untuk mengeksplorasi mengenai bagaimana siswa yang berbeda menggunakan bentuk-bentuk representasi matematis dalam pemecahan masalah. Dalam penelitian ini akan dideskripsikan mengenai kecenderungan dan bagaimana 2 subjek siswa yang berasal dari *Key Stage* yang berbeda menggunakan beragam bentuk representasi berdasarkan bentuk representasi yang dipaparkan Albert A. Cuoco & Frances Corcio (2001) dalam memecahkan soal cerita yang telah dirancang khusus untuk dapat diselesaikan dengan beragam bentuk representasi.

## 2. Metode Penelitian

Dalam artikel ini, digunakan pendekatan penelitian kualitatif yang bertujuan menjelaskan bagaimana kecenderungan dan bagaimana siswa menggunakan representasi matematis dalam menyelesaikan masalah berupa soal cerita yang telah didesain sedemikian hingga dapat diselesaikan dengan berbagai bentuk representasi. Data yang diperoleh adalah jawaban dari subjek penelitian atas soal yang diberikan yang diperkaya

dengan wawancara tidak terstruktur yang berfokus pada menggali pemikiran subjek dalam menyelesaikan masalah yang diberikan.

Subjek penelitian ini adalah satu orang siswa SMP kelas VIII yang mewakili *Key Stage 3* menurut tingkatan kelas di US dan satu orang siswa SMA kelas X yang mewakili *Key Stage 4*. Kedua subjek ini dipilih selain untuk mewakili *Key Stage* menurut tingkatan kelas di US, juga karena menurut pengamat, kedua subjek memiliki kemampuan matematis yang baik, sehingga diharapkan akan mampu menunjukkan kemampuan representasi matematis yang baik juga.

Instrumen pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah dua soal cerita yang diambil dari Diezmann & English (2001). Kedua soal cerita ini didesain untuk mendorong siswa menyelesaikan dengan berbagai bentuk representasi, sesuai dengan kemampuan mereka. Soal pertama merupakan soal terkait kemampuan siswa menyelesaikan operasi bilangan bulat, sedangkan soal kedua lebih cenderung kepada perbandingan. Berikut soal yang diberikan ke siswa.

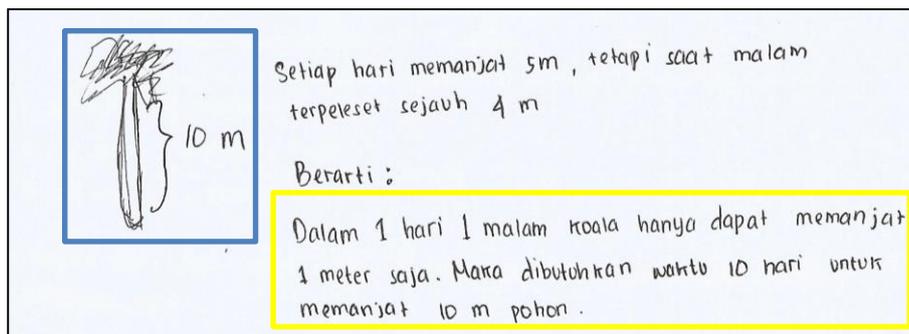
- Seekor koala yang mengantuk ingin memanjat ke puncak pohon yang tingginya 10 meter. Setiap hari koala itu memanjat 5 meter, namun setiap malam, saat ia tidur, koala itu tergelincir turun sejauh 4 meter. Dengan demikian dibutuhkan berapa harikah bagi koala tersebut untuk mencapai puncak pohon?*
- Kepala seekor anjing panjangnya separuh dari panjang badannya. Ekor anjing tersebut panjangnya sama dengan panjang kepala dan*

*badan jika digabungkan. Panjang anjing tersebut termasuk ekornya adalah 48 cm. Berapa panjang masing-masing bagian tubuh anjing itu?*

Setelah dilakukan tes, maka data jawaban siswa kemudian dianalisis dengan cara dikumpulkan, diberi kode berupa warna berbeda untuk bentuk representasi eksternal yang berbeda, kemudian disajikan dalam bentuk deskripsi untuk kemudian ditarik kesimpulan mengenai kecenderungan dan bagaimana siswa menggunakan representasi matematis dalam menyelesaikan masalah dalam bentuk soal cerita.

### 3. Hasil dan Pembahasan

Dari data yang diperoleh, subjek menggunakan representasi baik internal maupun eksternal dalam penyelesaian soal cerita yang diberikan. Terdapat 3 bentuk representasi eksternal yang digunakan oleh siswa: representasi gambar (kode warna biru), representasi kata-kata tertulis (kode warna kuning), dan representasi ekspresi aljabar (kode warna merah). Dalam pengerjaan soal cerita yang diberikan, kedua siswa memiliki gaya yang berbeda. Subjek siswa kelas 8 memiliki kecenderungan untuk menuliskan apa yang ada dipikirkannya, sedangkan subjek siswa kelas 10 memiliki kecenderungan untuk menyelesaikan secara mental (menggunakan representasi internal) terlebih dahulu, baru kemudian menuangkan apa yang ada dipikirkannya di atas kertas. Siswa kelas 8 menyelesaikan kedua soal dalam waktu sekitar 10 menit, sedangkan siswa kelas 10 menyelesaikannya dalam waktu sekitar 20 menit.



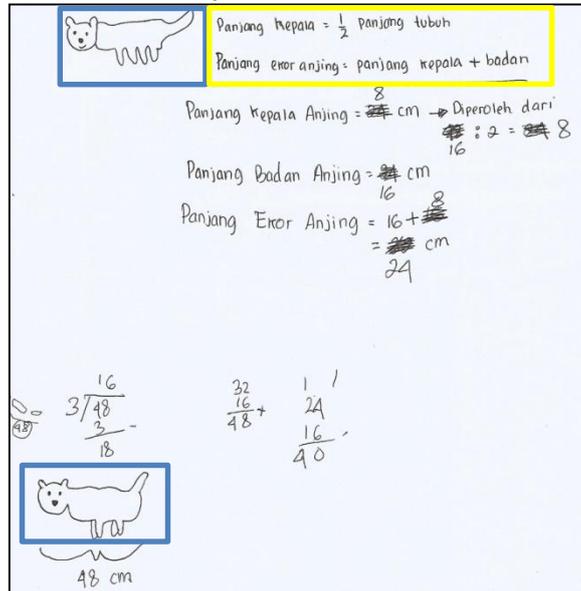
**Gambar 1.** Hasil pekerjaan soal 1 siswa kelas 8

Pada subjek siswa kelas 8 terlihat bahwa ia telah berusaha menggunakan representasi gambar (gambar pohon untuk soal pertama dan gambar anjing untuk soal kedua) dan kata-kata tertulis dalam pekerjaannya yang digunakan untuk menyusun, merekam, dan mengkomunikasikan ide serta untuk memodelkan ide-ide matematis yang

diperolehnya dari soal yang diberikan (Goldin, 1998; Syafrudin & Muksar, 2016; The National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Meski demikian, siswa ini belum memunculkan tafsiran yang jelas akan representasi gambarnya, serta terdapat ketidaktepatan dalam mengaplikasikan dan menerjemahkan representasi yang dibuat.

Pada Gambar 1 terlihat bahwa siswa kelas 8 berusaha menyelesaikan soal pertama menggunakan representasi gambar dan kata-kata tertulis untuk merangkum informasi yang diperoleh. Namun siswa ini cenderung menggunakan pola ‘dalam satu hari satu malam koala hanya dapat memanjat satu meter saja’,

dengan demikian menghasilkan jawaban 10 meter, yang merupakan jawaban yang tidak tepat. Dalam soal ini, siswa telah menggunakan representasi untuk membantunya menangkap informasi dari soal, namun tidak menggunakannya untuk memecahkan masalah matematis.

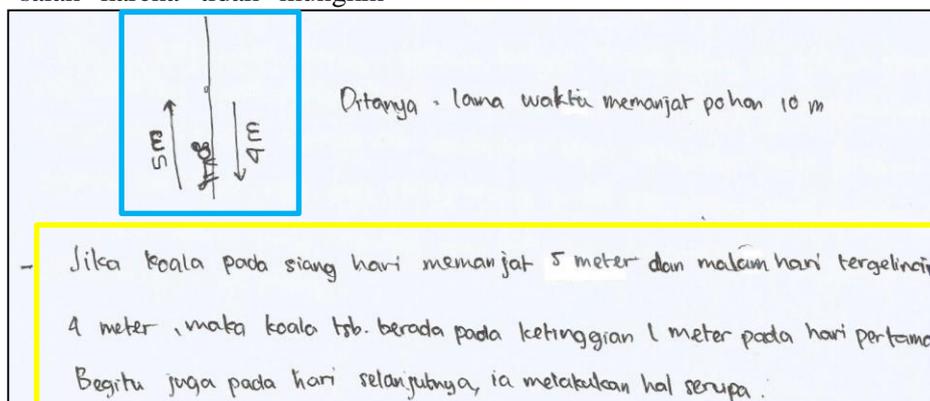


Gambar 2. Hasil pekerjaan soal 2 siswa kelas 8

Pada Gambar 2 terlihat bahwa pada soal kedua, siswa kelas 8 ini juga menggunakan representasi gambar dan kata-kata untuk menuliskan informasi yang diperoleh (Goldin, 1998; Syafrudin & Muksar, 2016; The National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Meski demikian, untuk representasi gambar, siswa hanya menggambarkan sketsa anjing, namun tidak banyak menggunakannya untuk memecahkan masalah. Siswa ini lebih banyak mengandalkan representasi kata-kata untuk memecahkan soal kedua. Terlihat pada pekerjaan siswa di atas bahwa siswa sempat menjawab panjang kepala 24 cm, panjang badan 24 cm, yang akan menghasilkan panjang ekor 48 cm. Siswa kemudian mengecek kembali pekerjaannya dan menyimpulkan bahwa jawaban tersebut salah karena tidak mungkin

panjang ekor 48 cm karena seharusnya panjang seluruh badan anjing yang dimaksud adalah 48 cm. Siswa kemudian menggambar lagi sketsa anjing yang dimaksud, kemudian menghitung ulang pekerjaannya dan mendapatkan panjang kepala 8 cm, panjang badan 16 cm, dan panjang ekor 24 cm, yang setelah diperiksa, merupakan jawaban yang tepat.

Hal yang dapat disimpulkan dari hasil pekerjaan siswa kelas 8 ini adalah bahwa ia telah menggunakan representasi gambar dan kata-kata tertulis dalam pekerjaannya untuk menuliskan dan memodelkan informasi yang diperolehnya dari soal yang diberikan. Namun demikian, belum terlihat penggunaan representasi tertulis tersebut untuk memecahkan masalah secara optimal.



Gambar 3. Hasil pekerjaan soal 1 siswa kelas 10

Pada subjek siswa kelas 10, terlihat bahwa ia telah berusaha menggunakan representasi gambar (gambar pohon untuk soal pertama) dan kata-kata tertulis dalam pekerjaannya untuk menyusun, merekam, dan mengkomunikasikan ide serta untuk memodelkan ide-ide matematis yang diperolehnya dari soal yang diberikan (Goldin, 1998; Syafrudin & Muksar, 2016; The National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Namun demikian, menurut pengamatan peneliti dan hasil wawancara tidak terstruktur, subjek lebih cenderung banyak menggunakan representasi internal yang tidak dapat didokumentasikan.

Dalam Gambar 3, terlihat bahwa pada pengerjaan soal pertama siswa kelas 10 menggunakan representasi gambar untuk menuliskan ide yang diperolehnya dari masalah yang diberikan (Goldin, 1998; Syafrudin & Muksar, 2016). Ia menggambarkan sketsa koala yang memanjat garis yang merepresentasikan pohon. Meski demikian, siswa ini berkontemplasi lama sebelum ia akhirnya menuliskan jawabannya. Ia bahkan sudah memperkirakan bahwa dibutuhkan 5 atau 6 hari saja agar koala itu dapat memanjat setinggi 10 meter sebelum menuliskan

apapun di atas kertas. Di sini terlihat bahwa siswa kelas 10 yang diamati memiliki kecenderungan untuk membayangkan situasi yang diberikan di dalam pikirannya, atau dalam kata lain, ia menggunakan representasi internal.

Untuk soal kedua, terlihat pada Gambar 4 bahwa siswa kelas 10 tidak menggambarkan sketsa apapun dan langsung menggunakan variabel untuk menggantikan nilai-nilai yang tidak diketahui seperti panjang kepala, badan, dan ekor anjing (meskipun dalam penulisan pemisalnya juga kurang tepat) dan representasi ekspresi aljabar untuk penyelesaian masalah. Sekali lagi, berdasarkan hasil pengamatan dan wawancara tidak terstruktur dengan penulis, terungkap bahwa siswa ini lebih banyak menggunakan representasi internal. Dalam proses pengerjaan tertulisnya, siswa ini merasa "*hanya membutuhkan variabel untuk menggantikan nilai-nilai yang tidak diketahui, karena sebelumnya telah membayangkan kondisi yang dimaksud*", dalam hal ini siswa memvisualisasikan seekor anjing beserta ukuran-ukurannya, serta menggunakan baik representasi internal maupun eksternal tersebut untuk memecahkan masalah.

Misalkan  
 $x$  = kepala anjing  
 $y$  = badan anjing  
 $z$  = ekor anjing

$$x = \frac{1}{2}y$$

$$z = x + y$$

$$x + y + z = 48$$

$$x + y + (x + y) = 48$$

$$2x + 2y = 48$$

$$2\left(\frac{1}{2}y\right) + 2y = 48$$

$$y + 2y = 48$$

$$3y = 48$$

$$y = 16$$

$$x = \frac{1}{2}(16)$$

$$x = 8$$

$$z = 8 + 16$$

$$z = 24$$

$$x = 8$$

$$y = 16$$

$$z = 24$$

Gambar 4. Hasil Pekerjaan Soal 1 Siswa Kelas 10

Hal yang dapat disimpulkan mengenai pengerjaan siswa kelas 10 ini adalah bahwa siswa ini cenderung menggunakan representasi internal. Terdapat banyak jeda ketika siswa ini mengerjakan kedua soal yang diberikan di mana ia terlihat berpikir dan membayangkan situasi yang dimaksud soal, namun tidak menuliskan maupun menggambarkannya di atas kertas. Ia membutuhkan lebih banyak waktu untuk membayangkan situasi dari soal yang diberikan dari pada dibanding waktu yang dibutuhkan untuk menuliskan prosesnya memecahkan masalah. Siswa kelas 10 ini juga memiliki kecenderungan untuk menggunakan representasi tertulis yang konvensional berupa ekspresi aljabar,

meninggalkan representasi gambar di dalam proses berpikirnya secara internal.

#### 4. Kesimpulan

Berdasarkan kedua subjek yang diteliti, dapat diperoleh beberapa poin kesimpulan. Bagi siswa kelas 8, representasi digunakan untuk merekam/ menuliskan ide yang diperolehnya dari masalah yang diberikan, namun siswa ini belum mengoptimalkan penggunaan representasi sebagai alat bantu menemukan solusi. Siswa di tingkat ini juga lebih cenderung menggunakan representasi gambar dan menggambarkan apa saja yang ada di dalam pikirannya di atas kertas. Berbeda dengan siswa kelas 10, yang lebih memilih

mengoptimalkan representasi internal untuk merekam ide-ide yang diperoleh dari masalah, kemudian menuliskan prosesnya memecahkan masalah secara sistematis, menggunakan representasi tertulis konvensional berupa variabel-variabel. Untuk beberapa soal bahkan siswa kelas 10 bisa menebak jawaban dari suatu masalah hanya berbekalkan representasi internal tanpa perlu melibatkan representasi eksternal apapun.

## Daftar Pustaka

- Akita, M., & Saito, N. (2014). A Study on Role of Relational Representation on Creativity in Mathematics Education. In S. Oesterle, C. Nicol, P. Liljedahl, & D. Allan (Eds.), Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36. PME. [https://eds-a-ebshost-com.proxy.lib.uiowa.edu/ehost/detail/detail?vid=12&sid=1f3c5639-f2b2-43ae-ace4-2e5916321020%40sessionmgr4007&bdata=#AN=118476592&db=eue%0Ahttps://dSPACE.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/13639/1/PMENA\\_36\\_PME\\_38\\_2014\\_Proceedings\\_Vol\\_6](https://eds-a-ebshost-com.proxy.lib.uiowa.edu/ehost/detail/detail?vid=12&sid=1f3c5639-f2b2-43ae-ace4-2e5916321020%40sessionmgr4007&bdata=#AN=118476592&db=eue%0Ahttps://dSPACE.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/13639/1/PMENA_36_PME_38_2014_Proceedings_Vol_6).
- Albert A. Cuoco. (2001). Preface. In A. A. Cuoco & F. Corcio (Eds.), *The Roles of Representation in School Mathematics 2001 Yearbook* (p. x). The National Council of Mathematics.
- Chen, M. J., Lee, C. Y., & Hsu, W. C. (2015). Influence of mathematical representation and mathematics self-efficacy on the learning effectiveness of fifth graders in pattern reasoning. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 13(1), 1–16. <https://www.ijlter.org/index.php/ijlter/article/view/277/184>
- Diezmann, C. M., & English, L. D. (2001). Promoting the Use of Diagrams as Tools for Thinking. In A. A. Cuoco & F. Corcio (Eds.), *The Roles of Representation in School Mathematics 2001 Yearbook* (pp. 78, 84). The National Council of Mathematics.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Godino, J., & Font, V. (2010). The Theory of Representations as Viewed from the Onto-semiotic Approach to Mathematics Education. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 9(1), 189–210.
- Goldin, G. (1998). Representations and the Psychology of Mathematics Education: Part II. *Journal of Mathematical Behaviour*, 17(2), 209–219.
- Güler, G., & Çiltaş, A. (2011). The visual representation usage levels of mathematics teachers and students in solving verbal problems. *International Journal of Humanities and Social Science*, 1(11), 145–154. <http://www.ijhssnet.com/journal/index/349:vol-1-no-11-si--august-2011abstract17&catid=16:journal-abstract>
- Kawazoe, M., Okamoto, M., & Takahashi, T. (2014). Students' Mental Representations of Geometric Vectors and Sets Related to Linear Algebra.pdf. Proceeding of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the Noerth American Chapter of the Psychology of Mathematics Education (Vol. 6).
- Lesh, R., Doerr, H. M., Carmona, G., & Hjalmanson, M. (2003). Beyond Constructivism. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2–3), 211–233. <https://doi.org/10.1080/10986065.2003.9680000>
- Ni'mah, K., Purwanto, Irawan, E. B., & Hidayanto, E. (2011). Kesalahan Siswa dalam Membuat Generalisasi Pola melalui Representasi. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Dan Pembelajarannya*, 479–484.
- Sabirin, M. (2014). Representasi Dalam Pembelajaran Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 33–44.
- Syafrudin, T., & Muksar, M. (2016). Kemampuan Representasi Matematis Siswa pada Materi Perbandingan. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Dan Pembelajarannya*, 938–946.
- The National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. Key Curriculum Press. [http://www.ghbook.ir/index.php?name=مجموعه رساله ی سراسر یشی اذد هم نی دوم مقالات ونیزی ل و option=com\\_dbook&task=readonline&book\\_id=13629&page=108&chkhask=03C706812F&Itemid=218&lang=fa&tmpl=component](http://www.ghbook.ir/index.php?name=مجموعه رساله ی سراسر یشی اذد هم نی دوم مقالات ونیزی ل و option=com_dbook&task=readonline&book_id=13629&page=108&chkhask=03C706812F&Itemid=218&lang=fa&tmpl=component)
- Uwingabire, I., & Takuya, B. (2014). Multiple Representations Used by Rwandan Primary Teachers in Mathematics Lessons. Proceeding of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the Noerth American Chapter of the Psychology of Mathematics Education (Vol. 6), 254.
- Velez, I., & Ponte, J. P. (2014). Promoting the understanding of representations by third grade students. Proceeding of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education (Vol 6).
- Zhe, L. (2012). Survey of Primary Students' Mathematical Representation Status and Study on the Teaching Model of Mathematical Representation. *Journal of Mathematics Education*, 5(1), 63–76.