

## **Implementasi Model *Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Windows* dalam Pendistribusian Barang**

**Maya Widyastiti<sup>1</sup>, Amar Sumarsa<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Program Studi Matematika, Universitas Pakuan

**Abstract.** Penelitian ini bertujuan untuk menentukan rute terpendek dalam pendistribusian barang. Model yang digunakan adalah model *Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Windows* (CVRPTW), dengan metode *Branch and Bound*. CVRPTW merupakan salah satu model pendistribusian dengan menggunakan lebih dari 1 kendaraan. Pendistribusian dimulai dari satu depot ke beberapa konsumen dan akan kembali ke depot. Pada penelitian ini juga menggunakan batasan waktu, dimana konsumen hanya dapat dilayani pada waktu tertentu. Pada penelitian ini sebanyak 4 kendaraan digunakan untuk mendistribusikan barang. Jarak minimum yang diperoleh sebesar 23766 meter, dengan rincian kendaraan 1 memulai pendistribusian dari depot-konsumen 14-konsumen 20-konsumen 21-konsumen 32-konsumen 3-konsumen 30-konsumen 9-konsumen 4-konsumen 29-konsumen 18-konsumen 7-depot. Kendaraan 2 mengirimkan barang dari depot-konsumen 17-konsumen 2-konsumen 11-konsumen 22-konsumen 27-konsumen 23-konsumen 31-konsumen 24-konsumen 13-konsumen 19-depot. Kendaraan 3 mendistribusikan barang dari depot-konsumen 10-depot. Untuk kendaraan 4, barang dikirim dari depot-konsumen 12-konsumen 28-konsumen 16-konsumen 8-konsumen 25-konsumen 26-konsumen 6-konsumen 5-konsumen 15-depot.

**Keyword.** *Capacitated Vehicle Routing Problem, Distribusi, Time Windows,*

### **1. Pendahuluan**

Saat ini, dunia industri berkembang dengan cepat. Salah satunya ditandai oleh ketatnya persaingan antara suatu perusahaan dengan perusahaan lainnya. Salah satu permasalahan yang sering terjadi pada perusahaan adalah masalah pendistribusian. Pendistribusian merupakan hal penting dalam suatu system manajemen logistik. Menurut KBBI (2016), distribusi adalah penyaluran (pembagian atau pengiriman) barang kepada beberapa orang atau beberapa tempat. Pada umumnya, perusahaan mengharapkan memperoleh keuntungan yang sebesar-besarnya. Rute yang harus ditempuh dalam pendistribusian barang tentu harus yang terpendek sehingga konsumsi bahan bakar lebih sedikit dan biaya yang harus dikeluarkan dalam mendistribusikan barang menjadi lebih kecil.

*Vehicle Routing Problem* (VRP) merupakan salah satu model dalam menyelesaikan masalah pendistribusian yang umum digunakan. VRP pertama kali diperkenalkan oleh Dantzig dan Ramser pada tahun 1959. Masalah VRP digambarkan memiliki  $n$ -kendaraan dengan kapasitas yang sama. Semua kendaraan akan digunakan dalam melakukan pendistribusian barang. Kendaraan ini memulai perjalanannya dari depot dan akan kembali ke depot. Setiap kendaraan akan melayani sejumlah konsumen sebanyak satu kali. Penentuan rute mempertimbangkan kapasitas kendaraan dan banyaknya permintaan dari konsumen. Rute yang dihasilkan diharapkan memiliki biaya terkecil atau jarak terpendek atau waktu tempuh tercepat.

Permasalahan VRP memiliki beberapa variasi. Terdapat penelitian terdahulu yang sudah membahas mengenai permasalahan VRP sesuai dengan variasinya, antara lain:

- (1) *capacitated VRP* (CVRP), penelitian tentang CVRP telah dilakukan oleh Kristina (2020). Penelitian ini menggunakan *Google OR-Tools* menghasilkan rute yang lebih baik dari rute awal perusahaan dengan penghematan jarak sebesar 18,18% dan penghematan biaya transportasi sebesar 14,53%.
- (2) *Heterogeneous VRP* (HVRP), penelitian terdahulu mengenai HVRP pernah dilakukan oleh Singhtoun (2022) yang menghasilkan penghematan rute sebesar 15,2% dari rute awal.
- (3) *Distance Constrained VRP* (DCVRP), pernah dilakukan penelitian oleh Nagarajan (2012) dengan *approximation algorithm*.
- (4) *VRP with Time Windows* (VRPTW), pernah dilakukan penelitian mengenai VRPTW oleh Li (2003) menggunakan *Local search with Annealing*
- (5) *VRP with Pick-up and Delivery* (VRPPD), penelitian yang membahas VRPPD dengan menggunakan *Dynamic Memory Memetic Algorithm* pernah dilakukan oleh Zhang (2020)
- (6) *VRP with backhauls*, dimana Brandao (2006) pernah melakukan penelitian ini dengan menggunakan *a new tabu search algorithm*.
- (7) Kombinasi dari variasi VRP yang ada, misalnya *VRP with Backhauls and Time Windows* pernah dilakukan oleh Zhong

Pada penelitian ini, akan dibahas penerapan dari variasi VRP, yaitu *Capacitated Vehicle Routing Problem with Time Windows* (CVRPTW) dalam pendistribusian barang. Masalah CVRPTW ini diterapkan pada pendistribusian makanan ringan pada salah satu UMKM di Bogor, yaitu UMKM Khalifah Sejahtera Mandiri (KSM). Saat ini, pendistribusian barang dari KSM ke para konsumen menerapkan jarak terdekat sehingga rute yang ditempuh belum optimal. Total jarak yang ditempuh masih besar dan biaya serta waktu pengiriman juga menjadi besar. Untuk mengatasi hal tersebut, dibutuhkan suatu rute yang lebih baik sehingga jarak tempuh dapat seminimum mungkin dan biaya yang dikeluarkan juga sekecil mungkin. Pada CVRPTW, pendistribusian barang dibatasi oleh waktu. Artinya, konsumen memiliki waktu tertentu untuk dapat dilayani atau dikunjungi oleh kendaraan. Kendaraan hanya dapat mengirimkan barang pada waktu tersebut. Selain itu, tidak semua kendaraan yang tersedia di depot akan digunakan dalam pendistribusian barang. Tujuannya adalah untuk meminimumkan jarak yang ditempuh oleh kendaraan. Penyelesaian masalah CVRPTW menggunakan metode *Branch and Bound* dan dalam proses penentuan rute optimalnya menggunakan bantuan perangkat lunak LINGO 11.0.

## 2. Metode Penelitian

### *Vehicle Routing Problem*

*Vehicle Routing Problem* (VRP) pertama kali diperkenalkan oleh Dantzig dan Ramser pada tahun 1959. VRP adalah generalisasi dari *Traveling Salesman Problem* (Ulyawati, 2016). VRP ini merupakan masalah optimasi dalam merancang suatu rute yang harus ditempuh oleh suatu kendaraan dengan biaya sekecil mungkin, dimana setiap kendaraan akan memulai perjalanannya dari depot dan akan berakhir di depot yang sama (Sutapa, *et al.*, 2004). Berbeda dengan kasus TSP, pada VRP ini terdapat lebih dari satu kendaraan (*salesman*) yang mengunjungi setiap pelanggan dan pelanggan tersebut hanya dapat dikunjungi satu kali oleh satu salesman. Setiap kendaraan yang dipakai memiliki kapasitas tertentu dan setiap pelanggan memiliki permintaan yang harus dipenuhi dan sudah diketahui sebelumnya. Oleh karena itu, total jumlah permintaan dalam suatu rute tidak boleh melebihi kapasitas dari kendaraan tersebut. Dalam VRP, selain memiliki fungsi tujuan untuk meminimalkan total jarak atau total biaya perjalanan, dapat juga untuk meminimalkan banyaknya kendaraan yang digunakan atau tujuan lainnya yang sesuai dengan karakteristik permasalahan (Ulyawati, 2016).

Menurut Toth dan Vigo (2002), permasalahan VRP memiliki beberapa variasi, di antaranya:

- a. *Capacitated VRP*, dimana kapasitas kendaraan yang digunakan adalah sama
- b. *Heterogeneous VRP*, dimana kapasitas kendaraan yang digunakan beragam
- c. *Distance Constrained VRP*, dimana permasalahan VRP ini memiliki kendala berupa batasan panjang rute
- d. *VRP with Time Windows*, dimana pelanggan memiliki batasan rentang waktu pelayanan. Pada kasus ini, pelanggan hanya dapat dilayani di rentang waktu yang ada

- e. VRP *with pick-up and Delivery*, dimana kendaraan tidak hanya mengirimkan barang, tetapi juga mengambil barang dalam satu rute yang ditempuh
- f. VRP *with backhauls*, dimana pengambilan barang di suatu pelanggan hanya dapat dilakukan setelah semua pengiriman selesai di satu rute yang ditempuh
- g. Kombinasi dari variasi VRP yang ada, misalnya *heterogeneous VRP with pick-up and delivery*

Menurut Toth dan Vigo (2002), VRP merupakan suatu graf  $G = (V, E)$  dengan himpunan simpul  $V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, N\}$  dengan  $v_0$  adalah depot dan himpunan sisi  $E$ . Pada simpul  $v_0$  terdapat himpunan kendaraan  $K = \{k_1, k_2, \dots, K\}$  yang memiliki kapasitas yang sama, yaitu sebesar  $a$ . Setiap rute yang terbentuk akan dibatasi oleh kapasitas kendaraan. Setiap pelanggan ( $v_1, v_2, \dots, N$ ) memiliki banyaknya permintaan yang sudah diketahui sebelumnya dan harus dipenuhi sebanyak  $q$ . Setiap simpul dari  $i$  ke  $j$  memiliki jarak tempuh sebesar  $c_{ij}$  yang diasumsikan simetrik, artinya  $c_{ij} = c_{ji}$  dan  $c_{ii} = 0$ . Permasalahan VRP ini dapat diformulasikan ke dalam bentuk model matematika dengan tujuan meminimumkan total jarak tempuh dari kendaraan. Misalnya didefinisikan variabel keputusan sebagai berikut

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{jika konsumen } i \text{ dilayani setelah konsumen } j \text{ dengan kendaraan } k \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

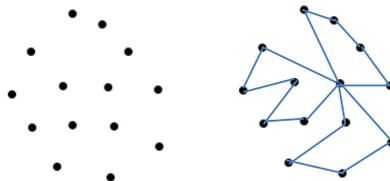
dengan fungsi tujuan adalah meminimumkan total jarak tempuh kendaraan, dan dapat diformulasikan sebagai berikut.

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K d_{ij} x_{ijk}$$

dan fungsi objektif

1.  $\sum_{j=2}^N x_{1jk} = 1, \forall k = 1, 2, 3, \dots, K$
2.  $\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K x_{ijk} = 1, \forall j = 2, 3, \dots, N$   
 $\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K x_{ijk} = 1, \forall i = 2, 3, 4, \dots, N$
3.  $\sum_{i=1}^N x_{ipk} - \sum_{j=1}^N x_{pjk} = 0, \forall k = 1, 2, 3, \dots, K; \forall p = 2, 3, \dots, N$
4.  $\sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^N q_i x_{ijk} \leq a_k, \forall k = 1, 2, 3, \dots, K$
5.  $u_{ik} - u_{jk} + N x_{ijk} \leq N - 1 (i \neq j = 2, 3, \dots, N)$

Kendala (1) memastikan bahwa setiap kendaraan akan memulai perjalanannya dari depot. Kendala (2) memastikan bahwa hanya akan ada satu kendaraan akan mendatangi setiap konsumen satu kali dan meninggalkan konsumen tersebut satu kali. Kendala (3) memastikan bahwa adanya kekontinuan rute, artinya kendaraan yang mendatangi suatu pelanggan akan meninggalkan pelanggan tersebut. Kendala (4) menunjukkan bahwa jumlah total permintaan untuk setiap rute yang dibentuk tidak melebihi kapasitas dari kendaraan yang digunakan. Kendala (5) menunjukkan tidak terjadinya *subtour* (rute yang melibatkan hanya sebagian kota). Gambaran input dan output dari VRP dengan 3 rute diberikan pada Gambar 1.



### Gambar 1. Input dan Output dari VRP dengan 3 rute

#### Metode Branch and Bound

Prinsip dasar dari metode *Branch and Bound* adalah proses pembuatan *subproblem-subproblem* dengan membagi daerah feasible dari suatu masalah LP-relaksasi. Konsep dasar dalam algoritme *branch and bound*, yaitu:

##### 1. Branching

*Branching* adalah proses membagi permasalahan program linear menjadi beberapa *subproblem* yang mungkin akan mengarah ke solusi.

##### 2. Bounding

*Bounding* adalah proses untuk mencari batas atas (kasus minimisasi) dan batas bawah (kasus maksimisasi) dari suatu solusi optimal pada *subproblem* yang mungkin mengarah ke solusi.

Metode ini dimulai dengan menentukan solusi optimal dari suatu Program Linier Relaksasi. PL-relaksasi merupakan masalah program linier yang diperoleh dari suatu program linier bilangan bulat dengan cara menghilangkan kendala bilangan bulat atau kendala 0-1 pada setiap variabelnya. Apabila semua nilai variabel keputusan dari suatu solusi optimal sudah berupa bilangan bulat, maka solusi tersebut merupakan solusi optimal dari program linear bilangan bulat. Jika tidak, maka akan dilakukan pencabangan dan penambahan batasan pada PL-relaksasi dan kemudian diselesaikan sehingga diperoleh solusi optimal berupa semua variabel keputusan bilangan bulat (Winston 2004).

Menurut Taha (2007), tahapan penyelesaian suatu masalah maksimisasi dengan metode *branch and bound* adalah sebagai berikut.

##### 1. Tahap inisiasi

Misalkan  $z$  merupakan batas bawah dari suatu solusi PL-bilangan bulat yang optimal. Awalnya, tetapkan  $z = -\infty$  dan  $i = 0$ .

##### 2. Tahap 1

*Subproblem*  $PL_{(i)}$  yang dipilih sebagai masalah berikutnya untuk dipecahkan. *Subproblem*  $PL_{(i)}$  diselesaikan dan diukur dengan kondisi yang sesuai.

a). Jika  $PL_{(i)}$  terukur dan solusi PL yang ditemukan lebih baik maka batas bawah  $z$  diperbarui. Jika tidak, bagian masalah (*subproblem*) baru  $i$  dipilih dan langkah 1 diulangi. Jika semua *subproblem* telah dipecahkan, maka proses dihentikan.

b). Jika  $PL_{(i)}$  tidak terukur, proses dilanjutkan ke langkah 2 untuk melakukan pencabangan  $PL_{(i)}$ .

##### 3. Tahap 2

Dipilih salah satu variabel  $x_j$  yang nilai optimumnya adalah  $x_j^*$  yang tidak memenuhi batasan bilangan bulat dalam solusi  $PL_{(i)}$ . Bidang  $[x_j^*] \leq x_j \leq [x_j^*] + 1$  dihilangkan dengan membuat dua *subproblem* PL baru, yaitu  $x_j \leq [x_j^*]$  dan  $x_j \geq [x_j^*] + 1$ , sehingga diperoleh kendala *subproblem* baru sebagai berikut:

- *Subproblem* 1 baru: kendala *subproblem* lama + kendala  $x_j \leq [x_j^*]$
- *Subproblem* 2 baru: kendala *subproblem* lama + kendala  $x_j \geq [x_j^*] + 1$

dengan  $[x_j^*]$  didefinisikan sebagai bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan  $x_j^*$ , kemudian iterasi kembali dilanjutkan ke Tahap 1.

### 3. Hasil Penelitian

#### Data

Pada penelitian ini data yang digunakan merupakan data yang diperoleh dari salah satu UMKM yang memproduksi makanan ringan yang terletak di Kota Bogor. Lokasi UMKM ini dijadikan sebagai depot atau awal dan akhir perjalanan dari kendaraan yang digunakan, dan diberi indeks 1. Konsumen berupa toko-toko yang menjual produk dari UMKM merupakan tujuan pengiriman produk dan terdapat sebanyak 31 toko, diberi indeks 2-32. Data jarak antar konsumen diperoleh dengan menggunakan bantuan google maps. UMKM memiliki kendaraan sebanyak 7 kendaraan. Pada penelitian ini kendaraan yang digunakan akan dipilih sehingga tidak semua kendaraan akan digunakan dalam mengirimkan produk ke konsumen. Kapasitas dari masing-masing kendaraan sebanyak 200 produk. Jarak dari konsumen  $i$  ke konsumen  $j$  diasumsikan sama dengan jarak dari toko  $j$  ke toko  $i$  ( $d_{ij} = d_{ji}$ ) sehingga akan menghasilkan tabel jarak berupa matriks simetrik. Selain itu, kecepatan dari kendaraan yang

tersedia diasumsikan sama, yaitu 30 km/jam atau 500 meter/menit. Waktu tempuh kendaraan diperoleh dengan menggunakan rumus  $t_{i,j} = \frac{d_{ij}}{500}$ . Pada penelitian ini setiap konsumen memiliki banyaknya permintaan yang sudah diketahui sebelumnya dan harus terpenuhi. Selain itu, konsumen juga memiliki batasan waktu dalam melakukan pelayanan. Hal ini mengartikan bahwa setiap konsumen hanya dapat dilayani pada selang waktu tertentu. Data banyaknya permintaan ( $q_i$ ), waktu pelayanan ( $c_i$ ), waktu tercepat ( $l_i$ ) dan waktu terlama ( $y_i$ ) konsumen dapat dilayani dapat dilihat pada Tabel 1.

**Tabel 1.** Data banyaknya permintaan, waktu pelayanan, waktu tercepat dan terlama konsumen

Konsumen ke-	$q(i)$	$c(i)$	$l(i)$	$y(i)$	Konsumen ke-	$q(i)$	$c(i)$	$l(i)$	$y(i)$
1	0	0	0	0	17	23	90	300	5
2	27	0	300	5	18	23	90	300	5
3	24	0	300	5	19	22	90	540	5
4	29	0	300	5	20	21	90	540	5
5	15	60	300	5	21	21	90	540	5
6	28	60	300	5	22	14	120	540	5
7	12	60	300	5	23	23	120	540	5
8	18	60	300	5	24	21	120	540	5
9	13	60	300	5	25	16	120	540	5
10	22	60	300	5	26	29	120	540	5
11	20	60	300	5	27	14	120	540	5
12	27	90	300	5	28	26	120	540	5
13	19	90	300	5	29	13	120	540	5
14	11	90	300	5	30	13	120	540	5
15	16	90	300	5	31	15	120	540	5
16	16	90	300	5	32	19	120	540	5

### Formulasi Matematika

#### Parameter

$d_{ij}$  = jarak dari konsumen  $i$  ke konsumen  $j$

$t_{ij}$  = waktu tempuh dari konsumen  $i$  ke konsumen  $j$

$q_i$  = banyaknya permintaan konsumen  $i$

$a_k$  = kapasitas kendaraan  $k$

$b_i$  = waktu konsumen  $i$  dilayani

$y_i$  = lama pelayanan di konsumen  $i$

$c_i$  = waktu tercepat konsumen  $i$  dilayani

$l_i$  = waktu terlama konsumen  $i$  dilayani

$M$  = konstanta riil yang bernilai relatif besar

#### Variabel Keputusan

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{jika konsumen } i \text{ dilayani setelah konsumen } j \text{ dengan kendaraan } k \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

$$z_k = \begin{cases} 1, & \text{jika kendaraan } k \text{ digunakan} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

**Fungsi Tujuan**, yaitu meminimumkan jarak tempuh kendaraan

$$\min \sum_{i=1}^{32} \sum_{j=1}^{32} \sum_{k=1}^7 d_{ij} x_{ijk}$$

### Fungsi Objektif

1. Tidak semua kendaraan akan keluar dari depot

$$\begin{aligned} x_{ijk} &\leq z_k, \\ \forall i, j &= 1, 2, 3, \dots, 32 \\ \forall k &= 1, 2, 3, \dots, 7 \end{aligned}$$

$$\sum_{j=2}^{32} x_{1jk} \leq 1, \forall k = 1, 2, 3, \dots, 7$$

2. Setiap konsumen dikunjungi satu kali

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{32} \sum_{k=1}^7 x_{ijk} = 1, \forall j = 2, 3, 4, \dots, 32$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{32} \sum_{k=1}^7 x_{ijk} = 1, \forall i = 2, 3, 4, \dots, 32$$

3. Kekontinuan Rute

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq p}}^{32} x_{ipk} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq p}}^{32} x_{pjk} &= 0 \\ \forall k &= 1, 2, 3, \dots, 7 \\ p &= 2, 3, 4, \dots, 32 \end{aligned}$$

4. Kendala kapasitas kendaraan

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{i=2 \\ i \neq j}}^{32} \sum_{j=1}^{32} q_i x_{ijk} &\leq a_k \\ \forall k &= 1, 2, 3, \dots, 7 \end{aligned}$$

5. Waktu konsumen mulai dilayani

$$\begin{aligned} b_{ik} + y_i + t_{ijk} - M(1 - x_{ijk}) &\leq b_{jk} \\ \forall i &= 1, 2, 3, \dots, 32 \\ \forall j &= 2, 3, 4, \dots, 32; i \neq j; \\ \forall k &= 1, 2, 3, \dots, 7 \end{aligned}$$

6. Memastikan konsumen akan dilayani pada waktu yang telah ditentukan

$$\begin{aligned} c_i &\leq b_{ik} \\ b_{ik} + y_i &\leq l_i \\ \forall i &= 2, 3, \dots, 32 \\ \forall j &= 1, 2, 3, \dots, 32; i \neq j; \\ \forall k &= 1, 2, 3, \dots, 7 \end{aligned}$$

### Hasil

Dalam proses penyelesaiannya, formulasi matematika yang telah dibentuk diselesaikan dengan bantuan program LINGO 11.0. Adapun banyaknya kendaraan yang digunakan adalah 4 kendaraan. Jarak minimum yang diperoleh adalah sebesar 23766 meter atau 23,766 kilometer, dengan rincian kendaraan 1 memulai pendistribusian dari depot-konsumen 14-konsumen 20-konsumen 21-konsumen 32-konsumen 3-konsumen 30-konsumen 9-konsumen 4-konsumen 29-konsumen 18-konsumen 7-depot. Kendaraan 2 mengirimkan barang dari depot-konsumen 17-konsumen 2-konsumen 11-konsumen 22-

konsumen 27-konsumen 23-konsumen 31-konsumen 24-konsumen 13-konsumen 19-depot. Kendaraan 3 mendistribusikan barang dari depot-konsumen 10-depot. Untuk kendaraan 4, barang dikirim dari depot-konsumen 12-konsumen 28-konsumen 16-konsumen 8-konsumen 25-konsumen 26-konsumen 6-konsumen 5-konsumen 15-depot. Hasil rute yang diperoleh dengan menggunakan metode *branch and bound* dapat dilihat pada Tabel 2. Pada Tabel 2 tersebut dapat dilihat bahwa kendaraan 1, menempuh jarak 9447 meter dengan membawa produk sebanyak 199. Kendaraan 2 dengan total jarak 7028 meter mengirimkan produk sebanyak 198. Untuk kendaraan 3 hanya mengunjungi 1 konsumen, yaitu konsumen 10 sehingga jarak yang ditempuh sebesar 1560 dengan produk yang dikirimkan sebanyak 22. Kendaraan 4, mengirimkan produk sebanyak 191 dengan jarak tempuh total sebesar 5731. Dari keempat kendaraan ini, dapat dilihat bahwa semua kendaraan yang digunakan untuk mengirimkan produk ke konsumen tidak melebihi kapasitas dari masing-masing kendaraan.

**Tabel 2.** Hasil Rute yang diperoleh dengan menggunakan Metode *Branch and Bound*

Kendaraan ke-	Dilayani Ke-	Konsumen ke-	Total Jarak	Total Kapasitas	Kendaraan ke-	Dilayani Ke-	Konsumen ke-	Total Jarak	Total Kapasitas
1	1	1	0	0	2	1	1	0	0
	2	14	930	11		2	17	592	23
	3	20	1730	32		3	2	1299	50
	4	21	2287	53		4	11	2081	70
	5	32	3075	72		5	22	2612	84
	6	3	3686	96		6	27	3368	98
	7	30	4702	109		7	23	4192	121
	8	9	5385	122		8	31	4701	136
	9	4	5984	151		9	24	5455	157
	10	29	6699	164		10	13	6019	176
	11	18	7506	187		11	19	6527	198
	12	7	8211	199		12	1	7028	
	13	1	9447						
3	1	1	0	0	4	1	1	0	0
	2	10	780	22		2	12	609	27
	3	1	1560			3	28	965	53
						4	16	1498	69
						5	8	2116	87
						6	25	2660	103
						7	26	3204	132
						8	6	3794	160
						9	5	4418	175
						10	15	5056	191
						11	1	5731	
Total Jarak Tempuh								23766	

Rute tanpa menggunakan metode *Branch and Bound* dapat dilihat pada Tabel 3 dan perbandingan antara rute yang menggunakan dan tidak menggunakan metode *Branch and Bound* dapat dilihat pada Tabel 4.

Pada Tabel 3 dapat dilihat bahwa total jarak tempuh sebesar 27610 dengan menggunakan 4 kendaraan. Untuk kendaraan 1, menempuh jarak 6732 meter dengan barang yang dikirim sebanyak 179. Kendaraan 2, mengirimkan sebanyak 118 barang dengan jarak tempuh 4663 meter. Kendaraan 3 melakukan perjalanan sebesar 7132 meter dengan 146 barang yang dikirimkan, sedangkan untuk kendaraan 4 mengirimkan 178 barang dengan jarak tempuh 9083. Hasil dengan menggunakan metode *Branch and Bound* menghasilkan jarak tempuh yang lebih baik. Hal ini dapat dilihat dari Tabel 4 bahwa terdapat penghematan jarak sebesar 16,2% atau 3844 meter jika menggunakan metode *Branch and Bound* dalam proses pendistribusian barang.

**Tabel 3** Rute yang diperoleh tanpa menggunakan Metode *Branch and Bound*

Kendaraan ke-	Dilayani Ke-	Konsumen ke-	Total Jarak	Total Kapasitas	Kendaraan ke-	Dilayani Ke-	Konsumen	Total Jarak	Total Kapasitas
1	1	1	0	0	2	1	1	0	0
	2	19	501	22		2	17	592	23
	3	13	1009	41		3	16	1158	39
	4	20	1534	62		4	22	1740	53
	5	21	2091	83		5	11	2271	73
	6	32	2879	102		6	2	3053	100
	7	3	3490	126		7	8	3894	118
	8	30	4506	150		8	1	4663	
	9	4	5164	179					
	10	1	6732						
3	1	1	0	0	4	1	1	0	0
	2	12	609	27		2	15	675	16
	3	28	965	53		3	5	1313	31
	4	18	1465	76		4	6	1937	59
	5	7	2170	88		5	26	2527	88
	6	24	2845	109		6	25	3071	104
	7	29	3448	122		7	27	4207	118
	8	9	4340	135		8	23	5031	141
	9	14	6202	146		9	31	5540	156
	10	1	7132			10	10	8303	178
						11	1	9083	
Total Jarak Tempuh								27610	

**Tabel 4.** Perbandingan Rute Dengan dan Tanpa menggunakan Metode *Branch and Bound*

Jarak dengan Metode <i>Branch and Bound</i>	Jarak tanpa Metode <i>Branch and Bound</i>	Selisih Jarak	Persentase
23766 meter	27610 meter	3844 meter	16,2%

### Kesimpulan

Model *Vehicle Routing Problem with time windows* dapat diselesaikan dengan menggunakan metode *Branch and Bound*. Terdapat sebanyak 4 kendaraan digunakan untuk mendistribusikan barang. Jarak

minimum yang diperoleh sebesar 23766 meter, dengan rincian kendaraan 1 memulai pendistribusian dari depot-konsumen 14-konsumen 20-konsumen 21-konsumen 32-konsumen 3-konsumen 30-konsumen 9-konsumen 4-konsumen 29-konsumen 18-konsumen 7-depot. Kendaraan 2 mengirimkan barang dari depot-konsumen 17-konsumen 2-konsumen 11-konsumen 22-konsumen 27-konsumen 23-konsumen 31-konsumen 24-konsumen 13-konsumen 19-depot. Kendaraan 3 mendistribusikan barang dari depot-konsumen 10-depot. Untuk kendaraan 4, barang dikirim dari depot-konsumen 12-konsumen 28-konsumen 16-konsumen 8-konsumen 25-konsumen 26-konsumen 6-konsumen 5-konsumen 15-depot. Rute yang menggunakan metode Branch and Bound menghasilkan total jarak tempuh yang lebih pendek jika dibandingkan dengan rute yang tidak menggunakan metode Branch and Bound, dengan selisih jarak sebesar 3844 meter atau 16,2%.

#### **Daftar Pustaka**

- [1] Kamus Besar Bahasa Indonesia Online 2016 <https://kbbi.web.id/distribusi.html> [diakses: 14 November 2022]
- [2] Kristina S, Sianturi RD, Husnadi R 2020 *Penerapan Model Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) Menggunakan Google OR-Tools untuk Penentuan Rute Pengantaran Obat pada Perusahaan Pedagang Besar Farmasi (PBF)* vol 15 (Indonesia: Jurnal Telematika)
- [3] Singhtau C, Piyapornthana H 2022 A Mathematical Model and Solution Approach for a Heterogeneous Fleet Open Vehicle Routing Problem vol 22 (Japan: International Journal of GEOMATE)
- [4] Nagarajan V, Rafi R 2012 *Approximation algorithm for Distance Constrained Vehicle Routing Problem* vol 59 (Networks) p 209-214
- [5] Li H, Lim A 2003 *Local Search with Annealing-like Restart to Solve the VRPTW* vol 150 (European Journal of Operational Research) p 115-127
- [6] Zhang H, Wang Z, Tang M, Lv X, Luo H, Liu Y 2020 *Dynamic Memory Memetic Algorithm for VRPPD with Multiple Arrival Time and Traffic Congestion Constraints* vol 8 (IEEE Access) p 167537-167554
- [7] Brandao J 2006 *A New Tabu Search Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Backhauls* vol 173 (European Journal of Operation Research) p 540-555
- [8] Zhong Y, Cole MH 2005 *A Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows: a guided Local Search Solution* vol 41 (Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review) p 131-144
- [9] Ulyawati I 2016 *Penyelesaian Capacitated Vehicle Routing Problem dengan Algoritma Harmony Search dan Algoritma Tabu Search* SKRIPSI (Indonesia: Universitas Jember)
- [10] Sutapa IN, Widyadana IG, Cristine 2004 *Studi tentang Traveling Salesman Problem dan Vehicle Routing Problem dengan Time Windows* vol 5 (Universitas Kristen Petra: Jurnal Teknik Industri)
- [11] Toth P, Vigo D 2002 *The Vehicle Routing Problem* (Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics)
- [12] Winston WL 2004 *Operations Research Applications and Algorithms Ed ke-4* (New York: Duxbury)
- [13] Taha HA 2007 *Operation Research an Introduction Eighth Edition* (New Jersey: Pearson Education Inc.)

#### **Ucapan terima kasih**

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Yayasan Pakuan Siliwangi atas pendanaan hibah internal yang diberikan kepada penulis. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada UMKM Khalifah Sejahtera Mandiri atas kesempatan dalam pengambilan data penelitian ini.