PARAMETER
JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN TERAPANNYA

e-ISSN. 2829-6303
Vol 02 No 01, April 2023
Page 67-78

MODEL BLACK-SCHOLES PUT-CALL PARITY HARGA OPSI TIPE EROPA DENGAN PEMBAGIAN DIVIDEN PADA PENUTUPAN HARGA SAHAM MEDIA NUSANTARA CITRA Tbk

Black-Scholes Model Put-Call Parity European Option Price with Dividend Payment at The Closing Share Price of Media Nusantara Citra Tbk

Nur Asmita Purnamasari
Program Studi Statistika, FMIPA Universitas Mataram

e-mail: asmitapurnamasari@unram.ac.id

Abstrak
Investasi saham merupakan salah satu pilihan menarik bagi para investor. Selain memiliki saham secara langsung, investor juga dapat memiliki turunan dari saham, salah satunya adalah opsi. Model Black Scholes merupakan sebuah model yang berguna untuk menentukan harga opsi. Asumsi model ini adalah saham tidak memberikan pembayaran dividen, tidak ada biaya transaksi, suku bunga bebas risiko, serta perubahan harga saham mengikuti pola random. Tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan model Black-Scholes harga opsi jual tipe Eropa dengan pembagian dividen dan *put-call parity* harga opsi tipe Eropa dengan pembagian dividen pada penutupan harga saham Media Nusantara Citra Tbk. Sehingga diperoleh Model Black-Scholes untuk harga opsi jual tipe Eropa dengan pembagian dividen pada keadaan *constant market* dan *continous market* masing-masing adalah $\bar{P}$(S,t) = $Ke^{-r(T-t)}$N(-d_2) – (S-q$e^{-r(T-t)}$N(-d_1), sehingga diperoleh $\bar{P}$(S,t) = Rp. 29,40 dan $\bar{P}$(S,t) = $e^{-\alpha c T}[KN(-d_2) - Se^{\alpha s T}N(-d_1)]$, sehingga diperoleh $\bar{P}$(S,t) = Rp. 38,02. Sedangkan Model Black-Scholes untuk *put-call parity* harga opsi tipe Eropa dengan pembagian dividen pada keadaan *constant market* dan *continous market* masing-masing adalah $\bar{C}$(S,t) + $Ke^{-r(T-t)}$ = $\bar{P}$(S,t) + (S $- qe^{-r(T-t)}$), sehingga diperoleh $\bar{C}$(S,t) = Rp. 202,43 dan $\bar{C}(S,t) + ke^{-\int_t^T r(t)dt} = \bar{P}(S,t) + Se^{-\int_t^T q(t)dt}$, sehingga diperoleh $\bar{C}$(S,t) = Rp. 202,02.

Kata Kunci: *model Black-Scholes, put-call parity, dividen.*

Abstract
Stock investment is an attractive option for investors. Apart from owning shares directly, investors can also own derivatives from shares, one of which is options. The Black Scholes model is a useful model for pricing options. The assumptions of this model are that stocks do not pay dividends, there are no transaction costs, risk-free interest rates, and stock price changes follow a random pattern. The purpose of this study was to determine the Black-Scholes model of the European type put option price with dividend distribution and the put-call parity European type option price with dividend distribution at the closing stock price of Media Nusantara Citra Tbk. In order to obtain the Black-Scholes Model for the price of the European type put option with dividend distribution in constant market and continuous market conditions, respectively adalah $\bar{P}$(S,t) = $Ke^{-r(T-t)}$N(-d_2) – (S-q$e^{-r(T-t)}$N(-d_1), to obtain $\bar{P}$(S,t) = Rp. 29,40 and $\bar{P}$(S,t) = $e^{-\alpha c T}[KN(-d_2) - Se^{\alpha s T}N(-d_1)]$, to obtain $\bar{P}$(S,t) = Rp. 38,02. Menwhile, the Black-Scholes model for put-call parity of European type option prices with dividend distribution in constant market and continuous market conditions is $\bar{C}$(S,t) +

Research Ariticle • Open Acces
Email: jurnalparameter@gmail.com
Homepage: https://ojs3.unpatti.ac.id/index.php/parameter
Submitted: Januari 2023
Accepted: Maret 2023

$Ke^{-r(T-t)} = \bar{P}$(S,t) + (S $- qe^{-r(T-t)}$), to obtain $\bar{C}$(S,t) = Rp. 202,43 and $\bar{C}(S,t) + ke^{-\int_t^T r(t)dt} = \bar{P}(S,t) + Se^{-\int_t^T q(t)dt}$, to obtain $\bar{C}$(S,t) = Rp. 202,02.
Keywords: *Black-Scholes model, put-call parity, dividend.*

: https://doi.org/10.30598/parameterv2i01pp67-78

1. PENDAHULUAN

Perkembangan ilmu matematika telah memungkinkan aplikasinya pada bidang ilmu lain. Salah satunya yaitu di bidang investasi. Umumnya investasi dibedakan menjadi dua yaitu: investasi pada aset-aset finansial (deposito, saham, atau obligasi) dan investasi pada aset-aset riil (tanah, emas, mesin, bangunan, dan sebagainya). Investasi dalam bentuk saham merupakan salah satu pilihan invetasi yang menarik. Selain berinvestasi dengan membeli saham, investor juga dapat berinvestasi dengan cara membeli turunan dari nilai saham (*financial derivative)*. Salah satunya adalah opsi**[3]**.

Opsi saham merupakan suatu kontrak pemberian hak, bukan kewajiban. Hak pembeli opsi saham dibagi menjadi dua, yaitu opsi beli dan opsi jual, sedangkan berdasarkan aturan waktu pelaksanaannya dibedakan menjadi opsi saham tipe Amerika dan opsi saham tipe Eropa**[5]**.

Penetapan harga opsi saham bertujuan untuk menentukan harga yang seimbang antara pembeli opsi dan penjual opsi sehingga tidak ada pihak yang terlalu diuntungkan atau dirugikan. Pada opsi beli, nilai intrinsik akan positif apabila harga aset yang berlaku lebih besar daripada harga pelaksanaan. Namun, apabila harga pelaksanaan lebih besar atau sama dengan harga aset yang berlaku, maka nilai instrinsik opsi saham tersebut akan bernilai nol**[1]**. Untuk menetapkan harga opsi saham dapat digunakan berbagai model, salah satu diantaranya penetapan harga opsi saham dengan menggunakan model *Black-Scholes*.

Model *Black-Scholes* merupakan model penilaian harga opsi yang telah banyak digunakan di dunia finansial. Namun, model ini penggunannya terbatas karena hanya dapat digunakan pada penetapan opsi saham tipe Eropa dimana opsi hanya dilaksanakan pada saat jatuh tempo. Selain itu, harga opsi saham yang diturunkan dengan menggunakan model ini cukup mendekati harga opsi saham di pasar saham**[4]**.

Dalam model *Black-Scholes*, harga saham yang berisiko diasumsikan bergerak secara acak mengikuti gerak *Brown* dengan *drift* dan volatilitas, hal ini berarti keuntungan mengikuti pola distribusi normal, kemudian harga yang mendasari merupakan distribusi log-normal yang menjamin bahwa harga saham selalu bernilai positif dan mengikuti proses Wiener. Selain itu, model ini mempunyai beberapa asumsi lain yang harus dipenuhi, yaitu jenis opsi saham yang digunakan adalah opsi saham tipe Eropa, variansi harga saham diketahui dan konstan sepanjang usia opsi (volatilitasnya konstan), tidak ada biaya transaksi, dan suku bunga bebas risiko (hal ini berarti suku bunga harga saham yang mendasari opsi tetap konstan selama periode analisis)**[2]**.

2. METODE PENELITIAN

2.1 Tipe Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif. Adapun data yang diperoleh dalam penelitian ini, berasal dari data sekunder yaitu data yang diperoleh langsung dari data yang telah ada.

2.2 Tempat dan Sumber Data

Penelitian ini dilakukan di Program Studi Statistika FMIPA Universitas Mataram. Data bersumber dari http://www.finance.yahoo.com/ pada penutupan harga saham Media Nusantara Citra Tbk.

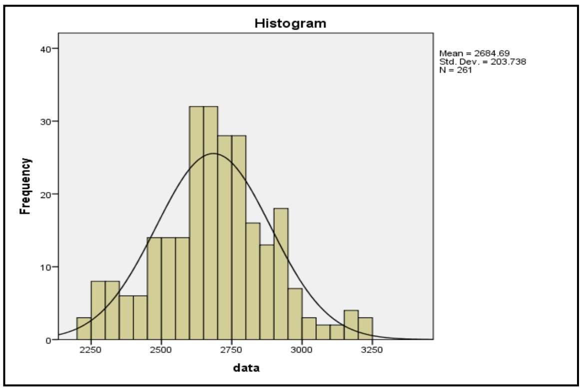
3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model *Black-Scholes* pada awalnya digunakan untuk saham yang tidak memberikan dividen. Namun, hal tersebut dapat diabaikan apabila opsinya *put-call parity*. Artinya, saham memberikan dividen jika opsi dilaksanakan, dividen akan diterima sebelum waktu jatuh tempo opsi.

a. Uji Normalitas

Model *Black-Scholes* didasarkan pada distribusi normal dari data penutupan saham. Sehingga perlu dilakukan uji normalitas untuk mengetahui apakah data dari harga penutupan saham berdistribusi normal atau tidak.

Kenormalan data penutupan harga saham Media Nusantara Citra Tbk dapat dilihat dari histogram (**Gambar 1**)



Gambar 1. Histogram dan Kurva Normal Data Penutupan Harga Saham Media Nusantara Citra Tbk

Dari **Gambar 1**, terlihat bahwa data cenderung berdistribusi normal. Hal ini terlihat dari sebaran data yang ditunjukkan oleh bentuk histogram yang sudah teratur dengan mengikuti bentuk kurva normal (berada di dalam kurva normal).

3.2 Volatilitas

Volatilitas diukur menggunakan standar deviasi dari *ln return* saham tahunan di masa lalu. Langkah-langkah untuk mengestimasi volatilitas historis dari harga saham sebagai berikut:

a. Harga penutupan saham Media Nusantara Citra Tbk selama 1 tahun adalah n+1 secara berurutan yang dinyatakan dengan $S_1, S_2, ..., S_{n+1}$

b. Dari harga penutupan saham dapat dihitung harga relatif dengan rumus:

$$\text{Harga relatif} = \frac{S_t}{S_{t-1}} \tag{1}$$

c. Menghitung nilai *return* harian dengan rumus:

$$R_t = ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) \tag{2}$$

d. Menghitung estimasi mean dengan rumus:

$$\mu = \bar{R}_t = \frac{\sum_{t=1}^{261} R_t}{261} = \frac{0{,}00971+0{,}01923+...+0{,}018256}{261} = \frac{0{,}027012}{261} = 1{,}03 \times 10^{-4} \tag{3}$$

e. Menghitung estimasi variansi

$$s^2 = \frac{\sum_{t=1}^{261}(R_t-\bar{R}_t)^2}{260} = \frac{0{,}000942+0{,}000368+...+0{,}0003311}{260} = \frac{0{,}10586689}{260} = 4{,}071 \times 10^{-4} \tag{4}$$

f. Menghitung estimasi variansi

$$\sigma^2 = jumlah\ hari\ perdagangan \times \frac{\sum_{t=1}^{261}(R_t - \bar{R}_t)^2}{n-1}$$
$$= 261 \times 4{,}071 \times 10^{-4}$$
$$= 0{,}106$$

g. Volatilitas diestimasi dengan standar deviasi

$$\sigma = \sqrt{0{,}106} = 0{,}326$$

h. sehingga diperoleh volatilitas sebesar 32,6%.

3.3 Analisis *Constant Market*

Berdasarkan data harga penutupan saham Media Nusantara Citra Tbk diperoleh harga saham sekarang (S) = Rp. 2.510, *strike price* = Rp. 2.320, waktu sampai jatuh tempo opsi (T) = 13 bulan = 1,08 tahun, waktu sampai jatuh tempo dividen (t) = 12 bulan = 1 tahun, volatilitas (σ) = 0,326, tingkat suku bunga bebas risiko (r) = 0,0775, dividen (q) = 31,5 dan *present value* dividen PV(q) = $qe^{[-r(T-t)]} = 31{,}5e^{[-0{,}0775(1{,}08-1)]}$ = Rp. 31, 3053**,** harga tersebut digunakan untuk mengetahui harga opsi jual dan *put-call parity* pada keadaan *constant market* agar pada saat jatuh tempo mendapatkan hak untuk menjual opsi saham Media Nusantara Citra Tbk dengan harga yang telah ditetapkan.

1. Harga Opsi Jual pada Keadaan *Constant Market*

$$(d_1) = \frac{ln\left(\frac{S-PV(q)}{K}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)(\mathrm{T}-t)}{\sigma\sqrt{\mathrm{T}-t}}$$

$$= \frac{ln\left(\frac{2510-31{,}3053}{2320}\right)+\left(0{,}0775+\frac{0{,}326^2}{2}\right)(1{,}08-1)}{0{,}326\sqrt{1{,}08-1}}$$

$= 0{,}723$ sehingga nilai distribusi normal N(-d_1) = 0,23 dan

$(d_2) = d_1 - \sigma\sqrt{\mathrm{T}-t}$

$= 0{,}723 - 0{,}092$

$= 0{,}631$ sehingga nilai distribusi normal N(-d_2) = 0,26. Sehingga harga opsi jual pada keadaan *contsant market* diperoleh

$\bar{P}$ (S,t) = K$e^{-r(T-t)}$N(-d_2) – (S-q$e^{-r(T-t)}$)N(-d_1)

$= 2320e^{-0{,}0775(1{,}08-1)}0{,}26$ – (2510–31,5$e^{-0{,}0775(1{,}08-1)}$)0,23

= Rp. 29,4

2. *Put-Call Parity* pada Keadaan *Constant Market*

put-call parity pada keadaan *constant market* diperoleh

$\bar{C}$(S,t) + K$e^{-r(T-t)}$ = $\bar{P}$(S,t) + (S $- qe^{-r(T-t)}$)

$\bar{C}$(S,t) = $\bar{P}$(S,t) + (S $- qe^{-r(T-t)}$) $-$ K$e^{-r(T-t)}$

$= 29{,}4 + (2510 - 31{,}5e^{-0{,}0775(1{,}08-1)}) - 2320e^{-0{,}0775(1{,}08-1)}$

= Rp. 202,43 yang dapat dibagi ke dalam dua strategi, yang dapat ditentukan sebagai berikut:

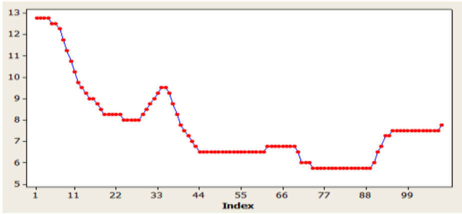
Tabel 1. *Put-Call Parity* pada Keadaan *Constant Market*

Strategi	Biaya Awal	Nilai pada Jatuh Tempo	
Beli opsi jual Beli saham PV(q)	$\bar{P}$(S,t)+(S$-$ $qe^{-r(T-t)}$) = Rp.29,4+ Rp.2.479 = Rp.2508,4	S < K Jalankan opsi jual, mendapat Rp.2.320	S > K Abaikan opsi jual, saham bernilai Rp.2.479
Beli opsi beli Berinvestasi PV(K) pada aset bebas risiko	$\bar{C}$(S,t) + K$e^{-r(T-t)}$ = Rp.202,43+ Rp.2.306 = Rp. 2508,4	Abaikan opsi beli, mendapat Rp.2.320 dari aset bebas risiko	Jalankan opsi beli, mendapat saham bernilai Rp.2.479

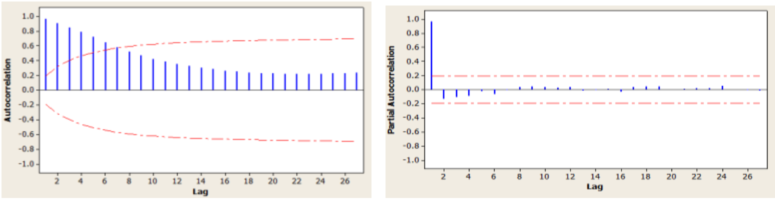
3.4 *Analisis Continous Market*

Tingkat suku bunga bebas risiko dan dividen harus diketahui terlebih dahulu sebelum dilakunan analisis lebih lanjut.

1. Tingkat Suku Bunga Bebas Risiko
    a. Identifikasi Model



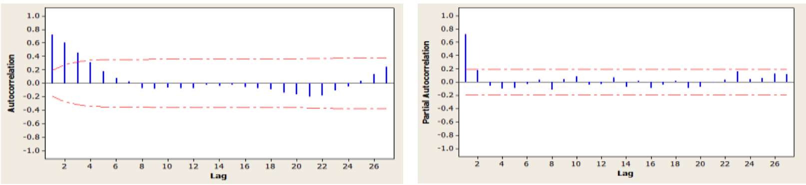
Gambar 2. Plot *Time Series* Suku Bunga (*r*)



(a) (b)

Gambar 3. (a) dan (b) Plot ACF dan PACF Suku Bunga (r)

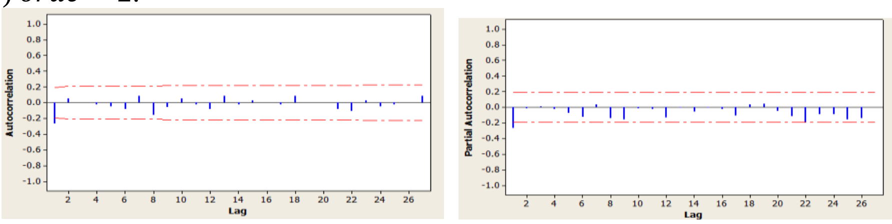
Dari **Gambar 3**, dapat dilihat datanya tidak stasioner karena fluktuasi data tidak berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, sehingga perlu dilakukan pembedaan (*differencing*) $orde - 1$.



(a) (b)

Gambar 4. (a) dan (b) Plot ACF dan PACF Residu Suku Bunga (r) Setelah *Differencing* Orde-1

Pada **Gambar 4,** dapat dilihat data masih tidak stationer, karena data menyebar membentuk pola dengan lebar yang tidak merata, sehingga dapat dilakukan pembedaan (*differencing*) $orde - 2$.



(a) (b)

Gambar 5. (a) dan (b) Plot ACF dan PACF Residu Suku Bunga (r) Setelah *Differencing* Orde-2

Dari **Gambar 5**, dapat dilihat plot autokorelasi residu suku bunga cenderung sudah stasioner dan diduga model yang sesuai untuk suku bunga adalah ARIMA (0,2,1), karena telah dilakukan *Differencing* Orde-2 dan *Cut-Off* setelah lag 1. Secara umum modelnya dapat ditulis sebagai berikut:

$$r(t) = a_t + (1-\theta)\, a_{t-1} + (1-\theta)\, a_{t-2} \qquad (5)$$

dimana

a_t = *Error*

θ = Parameter *moving average*

b. Uji Kecocokan Model

Pada **Gambar 4** dan **Gambar 5** dapat dilihat bahwa data suku bunga tidak stasioner, sehingga perlu dilakukan *differencing* orde-2 dan didapat model yang sesuai untuk suku bunga adalah ARIMA (0,2,1).

Dari output *final estimates of parameters* (hasil Minitab) diperoleh model suku bunga pada periode mendatang:

$$r(t) = a_t + (1-\theta)\, a_{t-1} + (1-\theta)\, a_{t-2}$$
$$= a_t + (1-0{,}2725)\, a_{t-1} + (1-0.2725)\, a_{t-2}$$
$$= a_t + 0{,}7275a_{t-1} + 0{,}7275a_{t-2} \quad (6)$$

Model ARIMA (0,2,1) sudah tepat karena dapat dilihat bahwa p-valuenya < α, dimana α = 0,05 sehingga dapat disimpulkan koefisiennya signifikan.

Selain itu, diperlukan uji independensi residual yang digunakan untuk mendeteksi ada tidaknya korelasi residual antar *time lag*.

Langkah-langkah dalam melakukan uji independensi residual adalah:

1. Rumusan hipotesis
   $H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_K = 0$ (residual independen)
   $H_1 : minimal\ ada\ satu\ \rho_i \neq 0$ untuk $i = 1,2, \ldots, K$(residual dependen)
2. Menentukan taraf signifikansi
   Taraf signifikansi (α) 5%.
3. Menentukan statistik uji
   Statistik uji yang digunakan yaitu statistik uji *Ljung-Box*. Rumus statistik uji *Ljung-Box* adalah [7] :
   $$Q^* = n(n+2)\sum_{k=1}^{k} \frac{{r_k}^2}{n-k} \quad (7)$$
   dimana r_k adalah taksiran autokorelasi residual lag *k*.
   Uji *Ljung-Box* mengikuti distribusi χ^2. H_0 diterima jika, $P\ value > \frac{\alpha}{2}$ atau $Q^* < {\chi^2}_{(\frac{\alpha}{2}, K-p-q)}$, artinya nilai autokorelasi residual sama dengan nol sehingga residual independen.
   Perhitungan menggunakan uji *Ljung-Box* sebagai berikut :
   $$Q^* = 108(108+2)\sum_{k=1}^{27} \frac{{r_k}^2}{(108-k)}$$
   $= 11880 \left(\frac{{r_1}^2}{108-1} + \frac{{r_2}^2}{108-2} + \frac{{r_3}^2}{108-3} + \cdots + \frac{{r_{27}}^2}{108-27}\right)$
   $= 11880 \left(\frac{-0{,}270342^2}{107} + \frac{0{,}054063^2}{106} + \frac{-0{,}000262^2}{105} + \cdots + \frac{0{,}081292^2}{81}\right)$
   $= 11880\ (0{,}001788)$
   $= 21{,}24144$

   Kemudian nilai Q* tersebut dibandingkan dengan nilai ${\chi^2}_{(\frac{\alpha}{2}, K-p-q)}$, diperoleh:

$Q^* < {\chi^2}_{(0{,}025,(26))}$ atau $21{,}24144 < 41{,}923$. Sehingga H_0 diterima, artinya nilai autokorelasi residual independent, sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak ada autokorelasi antara residual pada lag k dengan residual pada lag 12 karena statistik *Ljung-Box* tidak lebih dari ${\chi^2}_{(0{,}025,11)}$ yaitu 24,92. Begitupula untuk lag 24, nilai statistik *Ljung-Box* tidak lebih dari ${\chi^2}_{(0{,}025,23)}$ yaitu 38,07, Artinya residual sampai lag k_{24}, tidak ada yang saling berkorelasi, sehingga dapat disimpulkan bahwa residualnya telah memenuhi asumsi independensi.

c. Peramalan

Model ARIMA (0,2,1) pada persamaan (3.7) dari suku bunga layak digunakan untuk meramalkan suku bunga periode mendatang karena tidak ada autokorelasi nilai residu dari suku bunga.

d. Validasi Model

Setelah mendapatkan nilai ramalan yang telah diprediksi sebelumnya. Selanjutnya dilihat nilai MAPE (*mean absolute percentage error*) terkecil dari setiap suku bunga, dengan rumusan MAPE sebagai berikut :

$$MAPE = \sum_{k=1}^{n} \frac{|PE_k|}{n} \quad (8)$$

Dimana

$$PE_k = \left(\frac{x_k - F_k}{x_k}\right) \times 100\% \quad (9)$$

dengan

PE_k = *Percentage* error periode ke-*k*
x_k = Data aktual pada periode ke-*k*
F_k = Data ramalan pada periode ke-*k*

Suku bunga pada bulan Januari dan Februari 2022 sebagai data aktual akan dibandingkan dengan data peramalan.
Diketahui data aktual dan data ramalan suku bunga sebagai berikut:
Bulan Januari 2022

$$x_k = 7{,}75$$
$$F_k = 7{,}93$$
$$PE_k = \left(\frac{x_k - F_k}{x_k}\right) \times 100\%$$
$$PE_k = \left(\frac{7{,}75 - 7{,}93}{7{,}75}\right) \times 100\%$$
$$= -2{,}32$$
$$|PE_k| = |2{,}32|$$

Bulan Februari 2022

$$x_k = 7{,}75$$
$$F_k = 8{,}11$$
$$PE_k = \left(\frac{x_k - F_k}{x_k}\right) \times 100\%$$
$$PE_k = \left(\frac{7{,}75 - 8{,}11}{7{,}75}\right) \times 100\%$$
$$= -4{,}64$$
$$|PE_k| = |4{,}64|$$

$$MAPE = \frac{(2{,}32 + 4{,}64)\%}{2}$$

$$MAPE = 3{,}48\%$$

Dengan MAPE sebesar 3,48% maka ketepatan peramalan ditentukan sebagai berikut:
Ketepatan peramalan = 100% − 3,48% = 96,52%

2. Dividen

Berdasarkan data dividen yang dikeluarkan Media Nusantara Citra Tbk dapat diterapkan Metode *Markov Chain* untuk memprediksi dividen yang diperoleh 5 periode mendatang.

Langkah-langkah menerapkan *Markov Chain*:

1. Mengambil data dividen pada Media Nusantara Citra Tbk
2. Menentukan *Moving Average* dengan interval 1
   Moving Average dihitung dari data dividen setahun sebelumnya
3. Menentukan *Difference of Price* dari setiap data
   Difference of Price merupakan selisih antara data dividen dengan *Moving Average*
   Difference of Price = Dividen - *Moving Average*
4. Inisialisasi *State*
   Untuk mengelompokkan *Difference of Price* menjadi 3 *state* yaitu:
   - Naik jika 0 < *Difference of Price* < 20
   - Tetap jika *Difference of Price* = 0
   - Turun jika -20 < *Difference of Price* < 0
5. Setelah Tahap 1 sampai Tahap 4 selesai akan diperoleh **Tabel 3** sebagai berikut:

Tabel 3. Peramalan Dividen dengan Menggunakan Metode *Markov Chain*

Dividen	*Moving Average*	*Difference of Price*	*State*
31,5	21,25	10,25	Naik
21,25	46,75	-25,50	Turun
46,75	46,75	0	Tetap
46,75	29,75	17	Naik
29,75	12,75	17	Naik
12,75	5,95	6,80	Naik
5,95	5	0,95	Naik

6. Menentukan Matrik Transisi Berdasarkan *State* pada **Tabel 4** didapat:

Tabel 4. Matrik Transisi

Matrik Transisi	Naik	Tetap	Turun	Jumlah
Naik	3	0	1	4
Tetap	1	0	0	1
Turun	0	1	0	1

1. Menentukan Matrik Peluang Transisi Berdasarkan Matrik Transisi **Tabel 5**.

Tabel 5. Matrik Peluang Transisi P^1

Matrik Peluang Transisi/ P^1	Naik	Tetap	Turun
Naik	0,75	0	0,25
Tetap	1	0	0
Turun	0	1	0

Tabel 6. Matrik Peluang Transisi P^2

Matrik Peluang Transisi/ P^2	Naik	Tetap	Turun
Naik	0,56	0,25	0,19
Tetap	0,75	0	0,25
Turun	1	0	0

$P^2 = P^1.P^1$

Tabel 7. Matrik Peluang Transisi P^3

Matrik Peluang Transisi/ P^3	Naik	Tetap	Turun
Naik	0,67	0,19	0,14
Tetap	0,56	0,25	0,19
Turun	0,75	0	0,25

$P^3 = P^1.P^2$

Tabel 8. Matrik Peluang Transisi P^4

Matrik Peluang Transisi/ P^4	Naik	Tetap	Turun
Naik	0,70	0,14	0,16
Tetap	0,67	0,19	0,14
Turun	0,56	0,25	0,19

$P^4 = P^1.P^3$

Tabel 9. Matrik Peluang Transisi P^5

Matrik Peluang Transisi/ P^5	Naik	Tetap	Turun
Naik	0,66	0,17	0,17
Tetap	0,70	0,14	0,16
Turun	0,67	0,19	0,14

$P^5 = P^1.P^4$

1. Menentukan Akurasi Dividen dari Periode ke 1 sampai Periode ke 5
   Π0 didapat dari matriks peluang transisi yang nilai kolom dan barisnya sama, sehingga diperoleh:
   $\Pi 0 = [0{,}56 \quad 0{,}25 \quad 0{,}19]$

   Akurasi Prediksi Dividen pada Periode 1
   Distribusi stasioner = $\Pi 0 \,.\, P^1$
   Diperoleh:

Tabel 10. Akurasi Prediksi Dividen pada Periode 1

Naik	Tetap	Turun
67%	19%	14%

Akurasi Prediksi Dividen pada Periode 2
Distribusi stasioner = $\Pi 0 \,.\, P^2$
Diperoleh

Tabel 11. Akurasi Prediksi Dividen pada Periode 2

Naik	Tetap	Turun
70%	14%	16%

Akurasi Prediksi Dividen pada Periode 3
Distribusi stasioner = $\Pi 0 \,.\, P^3$
Diperoleh

Tabel 12. Akurasi Prediksi Dividen pada Periode 3

Naik	Tetap	Turun
66%	17%	17%

Akurasi Prediksi Dividen pada Periode 4
Distribusi stasioner = $\Pi 0 \,.\, P^4$
Diperoleh

Tabel 13. Akurasi Prediksi Dividen pada Periode 4

Naik	Tetap	Turun
67%	**17%**	**16%**

Akurasi Prediksi Dividen pada Periode 5
Distribusi stasioner = $\Pi 0 \,.\, P^5$
Diperoleh

Tabel 14. Akurasi Prediksi Dividen pada Periode 5

Naik	Tetap	Turun
67%	16%	17%

Dalam memprediksi akurasi dividen dengan menggunakan *Metode Markov Chain* Π0 dapat dikali dengan matriks C^T = [1,0,-1], karena *state* dikelompokkan menjadi 3 bagian, yaitu *state* naik, tetap dan turun, maka matriks yang akan terbentuk sebagai berikut:

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Sehingga prediksi Akurasi Dividen yang mewakili kelima periode diatas pada Media Nusantara Citra Tbk dengan menggunakan Metode Markov Chain adalah:

$$[0{,}56 \quad 0{,}25 \quad 0{,}19] \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = 0{,}37$$

Harga opsi jual dan *put-call parity* tipe Eropa dengan pembagian dividen pada keadaan *continous market* Media Nusantara Citra Tbk pada tanggal 25 November 2021 adalah:

Harga saham sekarang (S)	: Rp. 2.510,
Strike price (K)	: Rp. 2.320,
Waktu sampai jatuh tempo opsi (T)	: 13 bulan = 1,08 tahun,
Waktu sampai jatuh tempo dividen(t)	: 12 bulan = 1 tahun,
Volatalitas (σ)	: 0,326,
Tingkat suku bunga bebas risiko *r*(t)	: $a_t + 0{,}7275a_{t-1} + 0{,}7275a_{t-2}$
Dividen *q*(t)	: 0,37

$$\bar{d}_1 = \frac{ln\left(\frac{S}{K}\right) + \int_t^T \left[r(t) - q(t) + \frac{\sigma^2}{2}\right]}{\sqrt{\int_t^T \sigma^2 dt}}$$

$$= \frac{ln\left(\frac{2510}{2320}\right) + \int_1^{1,08} \left[t + 0{,}7275(t-1) - 0{,}37 + \frac{0{,}326^2}{2}\right]}{\sqrt{\int_1^{1,08} 0{,}326^2 dt}}$$

= 0,9, sehingga nilai distribusi normal N($-\bar{d}_1$) = 0,18

$$\bar{d}_2 = \bar{d}_1 - \sqrt{\int_t^T \sigma^2 \, dt}$$

$$= 0{,}9 - \sqrt{\int_1^{1,08} 0{,}326^2 \, dt}$$

= 0,8, sehingga nilai distribusi normal N($-\bar{d}_2$) = 0,21

1. Harga opsi jual tipe Eropa dengan dividen pada keadaan *continous market*

$$\bar{P}(S,t) = Ke^{-\int_t^T r(t)dt} N\left(-\bar{d}_2\right) - Se^{-\int_t^T q(t)dt} N\left(-\bar{d}_1\right)$$

$= 2320e^{-\int_1^{1,08} t + 0,7275(t-1) + 0,7275(t-2)dt}$ N(-0,8) $- 2510e^{-\int_1^{1,08} 0,48dt}$ N(-0,9)

$= 2320e^{-0,03}0{,}21 - 2510e^{-0,0384}0{,}18$

= Rp. 38,02

Nilai $\bar{P}(S,t)$menunjukkan bahwa pembeli opsi jual mempunyai kewajiban membayar premi opsi sebesar Rp. 38,02 kepada pemilik opsi jual. Jika harga saham mengalami penurunan maka pembeli opsi jual akan mengalami keuntungan.

2. *Put-call parity* pada keadaan *continous market*

Berdasarkan persamaan *put-call parity* pada keadaan *continous market* diperoleh

$$\bar{C}(S,t) = \bar{P}(S,t) + Se^{-\int_t^T q(t)dt} - Ke^{-\int_t^T r(t)dt}$$

$= 38{,}02 + 2510e^{-0,0384} - 2320e^{-0,03}$

= Rp.202,02 yang dapat dibagi ke dalam dua strategi, yang dapat dijelaskan sebagai berikut.

Tabel 15. ***Put-Call Parity* pada Keadaan *Continous Market***

Strategi	Biaya Awal	Nilai pada Jatuh Tempo	
Beli opsi jual Beli saham PV(q)	$\bar{P}$(S,t)+ $Se^{-\int_t^T q(t)dt}$ = Rp.38,02+ Rp.2.415 = Rp.2.453,02	S < K Jalankan opsi jual, mendapat Rp.2.320	S > K Abaikan opsi jual, saham bernilai Rp.2.415
Beli opsi beli Berinvestasi PV(K) pada aset bebas risiko	$\bar{C}$(S,t) + $Ke^{-\int_t^T r(t)dt}$ = Rp.202,02+ Rp.2251 = Rp. 2.453,02	Abaikan opsi beli, mendapat Rp.2.320 dari aset bebas resiko	Jalankan opsi beli, mendapat saham bernilai Rp.2.415

4. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan maka kesimpulan penelitian ini sebagai berikut**:**

1. Model *Black-Scholes* untuk harga opsi jual tipe Eropa dengan pembagian dividen pada keadaan *constant market* dan *continous market* masing-masing dirumuskan dengan:
   $\bar{P}$ (S,t) = $Ke^{-r(T-t)}$N(-d_2) – (S-q$e^{-r(T-t)}$N(-d_1), sehingga diperoleh $\bar{P}$ (S,t) = Rp. 29,40
   dan $\bar{P}$(S,t) = $e^{-\alpha c T}[KN(-d_2) - Se^{\alpha s T}N(-d_1)]$, sehingga diperoleh $\bar{P}$ (S,t) = Rp. 38,02.
2. Model Black-Scholes untuk *put-call parity* harga opsi tipe Eropa dengan pembagian dividen pada keadaan *constant market* dan *continous market* masing-masing dirumuskan dengan
   $\bar{C}$(S,t) + $Ke^{-r(T-t)}$ = $\bar{P}$(S,t) + (S $- qe^{-r(T-t)}$), sehingga diperoleh $\bar{C}$(S,t) = Rp. 202,43
   $\bar{C}(S,t) + ke^{-\int_t^T r(t)dt} = \bar{P}(S,t) + Se^{-\int_t^T q(t)dt}$, sehingga diperoleh $\bar{C}$(S,t) = Rp. 202,02.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Andriyanto, 2009, *Model Investasi Harga Saham Tipe Eropa dengan Menggunakan Model Black-Scholes*, Skripsi (tidak dipublikasi) Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam UNY, Yogyakarta,120h.

[2] Charitas, R., 2012, Penentuan Harga Opsi untuk *Model Black-Scholes* Menggunakan Metode Beda Hingga *Crank-Nicolson*, *e-Jurnal Matematika*, **1(1) : 20-24**.

[3] Halim, A., 2005, Analisis Investasi, Edisi Kedua, Jakarta, Salemba Empat,240h.

[4] Irwan, 2013, Penentuan Nilai Eksak dari Harga Opsi Tipe Eropa dengan Menggunakan *Model Black-Scholes*, *Jurnal Teknosains*, **7(1): 20-32.**

[5] Luenberger, D,G., 1998, *Investment Science*, New York, Oxford University,510p.

[6] Salamah, M., 2003, *Analisis Time Series*, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam ITS, Surabaya, 158h.