Konferensi Nasional MATEMATIKA KNM 2021

PROSIDING

Konferensi Nasional Matematika XX Tahun 2021

Dipublikasikan Online Pada :
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology
e-ISSN : 2829-3770

Powered by IndoMS

Organized by Universitas Pattimura

PROSIDING

KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XX

"Peranan Ilmu Matematika dalam Menjawab Tantangan Bangsa yang Semakin Kompleks dan Dinamis di Era Revolusi Industri 4.0"

Diterbitkan oleh Universitas Pattimura

e-ISSN: 2829-3770
DOI issue: https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX

Dipublikasikan online pada:
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology

Terindeks Oleh:

Mei 2022

Editor:
Dr. Harmanus Batkunde, S.Si., M.Si., Berny P. Tomasouw, S.Si., M.Si.,
Taufan Talib, S.Pd., M.Si., M. I. Tilukay, S.Si., M.Si., Monalisa E. Rijoly, S.Si., M.Sc.
Z.A. Leleury, S.Si., M.Si, M. B. Mananggel, S.Pd., M.Pd., L. J. Sinay, S.Si., M.Sc.,
Y. A. Lesnussa, S.Si., M.Si. Vicardy Kempa, S.Si., M.Si. M. Yahya Matdoan, S.Si., M.Si.
Novalin C. Huwaa, S.Pd., M.Sc., D. L. Rahakbauw, S.Si., M.Si.

Design cover:

L. J. Sinay, S.Si., M.Sc

Ukuran: 29,7 x 21 cm

Tim *Reviewer*

1. Prof. Dr. Budi Nurani Ruchjana, M.S. (Universitas Padjajaran)
2. Prof. Dr. T. G. Ratumanan, M.Pd. (Universitas Pattimura)
3. Prof. Dr. W. Mataheru (Universitas Pattimura)
4. Dr. Eka Kurnia Lestari.(Universitas Singapebangsa)
5. Dr. Yundari. (Universitas Tanjungpura)
6. Dr. Delsi Kariman (STKIP PGRI Sumatera Barat)
7. Dr. Ch. Laamena. (Universitas Pattimura)
8. Dr. Moch Idris. (Universitas Lambung Mangkurat)
9. Dr. Daniel Salim. (Universitas Parahyangan)
10. Dr. Al Azhary Masta.(Universitas Pendidikan Indonesia)
11. Dr. Risnawita. (IAIN Bukittinggi)
12. Dr. Nicky K. Tumalun.(Universitas Negeri Manado)
13. Dr. Susilawati. (Politeknik Bengkalis Riau)
14. Dr. Debi Oktia Haryeni (Universitas Pertahanan)
15. Dr. Anderson Palinussa (Universitas Pattimura)
16. Dr. Harmanus Batkunde. (Universitas Pattimura)

DAFTAR ISI

KOMBINATORIK

PENDIDIKAN MATEMATIKA

MATEMATIKA TERAPAN

STATISTIKA

https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX.285-292

PENENTUAN SOLUSI FISIBEL AWAL MASALAH TRANSPORTASI DENGAN MINIMUM DEMAND METHOD

Ulniyatul Ula*, Siti Khabibah, Robertus Heri S.U
Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro, Indonesia
*e-mail : ulniyatulula19@gmail.com

Abstrak. *Masalah transportasi merupakan masalah pendistribusian suatu barang dari beberapa sumber ke beberapa tujuan untuk mendapatkan total biaya transportasi yang minimum. Masalah transportasi umumnya diselesaikan dengan dua tahap yaitu menggunakan metode solusi fisibel awal dan metode solusi optimal. Penelitian terkait metode untuk menentukan solusi fisibel awal sangat beragam dan sampai sekarang masih terus dikembangkan. Dibutuhkan suatu metode untuk menentukan solusi fisibel awal yang efisien dan akurat sehingga memudahkan dalam proses penyelesaiaan masalah transportasi. Pada tulisan ini, dibahas metode baru untuk menemukan solusi fisibel awal masalah transportasi, yaitu metode Minimum Demand Method. Metode ini membantu untuk menyelesaikan masalah transportasi dengan iterasi yang lebih sedikit dan mendapatkan hasil solusi fisibel awal yang mendekati solusi optimal. Dalam Minimum Demand Method untuk menentukan solusi fisibel awal berfokus pada baris permintaan yang nilainya paling kecil atau paling sedikit. Formulasi matematika untuk meminimumkan biaya transportasi menggunakan metode MDM juga disajikan. Prosedur dalam mendapatkan solusi fisibel awal dijelaskan dalam simulasi numerik. Minimum Demand Method diaplikasikan untuk menyelesaikan permasalahan transportasi pada studi kasus UD Indah Mandiri. Pada studi kasus didapatkan solusi fisibel awal yang sama dengan solusi optimal. Dengan pembuktian menggunakan Teorema didapatkan solusi fisibel awal yang sudah optimal sehingga tidak perlu dicari solusi optimalnya menggunakan metode MODI. Penggunaan Minimum Demand Method untuk mencari solusi fisibel awal pada UD Indah Mandiri diperoleh total biaya transportasi minimum dan mengalami penurunan sebesar 45,3%.*

Kata Kunci: Masalah Transportasi, Solusi Fisibel Awal, Solusi Optimal, *Minimum Demand Method* (MDM), MODI.

1 PENDAHULUAN

Permasalah terkait pengambilan keputusan dan study biaya menjadi perhatian yang sangat penting, butuh penanganan serta perencanaan yang efisien dengan tujuan akhir yang optimal. Semua bidang pekerjaan membutuhkan perencanaan dan Pengambilan keputusan yang tepat, contohnya dalam hal pendistribusian. Pada proses pendistribusian suatu komoditi pelaku usaha seringkali mengalami kesulitan memilih jasa pengiriman yang tepat serta mendapatkan biaya minimal untuk mendistribusikan produk usahanya.

Metode untuk pengambilan keputusan dan study biaya menggunakan metode pada riset operasi, riset operasi dapat digambarkan sebagai suatu pendekatan ilmiah dalam pengambilan keputusan yang melibatkan operasi-operasi dalam sistem organisasi. Metode transportasi merupakan suatu metode yang digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber-sumber yang menyediakan produk yang sama ke tempat-tempat yang membutuhkan secara optimal dengan biaya termurah [1].

Seorang matematikawan Perancis, Monge, meresmikan transportasi pada tahun 1781[2]. Hitchcock pada tahun 1941 [3] adalah orang pertama yang mempresentasikan asal muasal masalah transportasi dalam studi yang dipresentasikan olehnya tentang distribusi komoditas dari berbagai sumber ke banyak tujuan. Metodenya meliputi NWCM, LCM dan VAM [4]. Kemudian pada tahun 2015 Soomro et al [5] mengembangkan modifikasi VAM dengan mengambil penalti di setiap baris dan penalti untuk setiap kolom. .

Berbeda dengan peneliti sebelumnya yang telah diurikan, Dalam tugas akhir ini membahas mengenai metode solusi fisibel awal baru, yang disebut sebagai *Minimum Demand Method* (MDM) atau metode permintaan minimum [6]. Model yang dikembangkan berfokus untuk mendapatkan solusi fisibel awal yang layak dan akurat dengan mengacu pada metode optimal dengan langkah-langkah dan iterasi yang lebih mudah dan singkat.

2 MINIMUM DEMAND METHOD

Minimum Demand Method merupakan metode untuk menemukan solusi masalah transportasi. Dalam metode ini untuk menentukan solusi fisibel awal fokus pada baris permintaan yang nilainya paling kecil atau paling sedikit.

Langkah penting untuk menentukan solusi fisibel awal pada masalah transportasi dengan *Minimum Demand Method* dijelaskan dengan algoritma sebagai berikut :

1. Memformulasikan permasalahan ke dalam model masalah transportasi, kemudian mengkonstruksikan masalah transportasi tersebut ke dalam tabel transportasi
2. Memastikan tabel masalah transportasi seimbang (persediaan dan permintaan berjumlah sama) yaitu $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$. jika tabel belum seimbang maka diseimbangkan terlebih dahulu.
3. pada baris permintaan, diidentifikasi kuantitas permintaan barang b_j, $j = 1,2, \dots, n$ yang minimum, jika terdapat kuantitas permintaan barang minimum yang sama , maka dipilih b_j dengan biaya pengiriman perunit C_{ij} paling rendah.
4. mengalokasikan kuantitas permintaan barang b_j ke sel x_{ij} dengan biaya pengiriman per unit paling rendah.
5. kolom supply a_i yang satu baris dengan x_{ij} penerima alokasi kuantitas permintaan barang pada langkah 4 dikurangi dengan banyaknya kuantitas barang yang dialokasikan. Dapat ditulis dengan persamaan :
$$a_i - x_{ij} \tag{1}$$
Jika kuantitas permintaan barang sudah habis dialokasikan ke sel x_{ij}, dicari b_j terendah seperti langkah 3, kemudian dihapus baris atau kolom yang sudah tidak memiliki persediaan atau permintaan.
6. Mengulangi langkah (3), (4), dan (5) sampai sudah tidak ada lagi *supply* dan *demand* yang tersisa. Jika solusi fisibel awal telah diperoleh maka iterasi berhenti.
7. Menghitung biaya transportasi yang mana merupakan jumlah dari biaya pengiriman produk dan nilai alokasinya. Berikut diberikan persamaan untuk menghitung total biaya transportasi :
$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \, x_{ij}$$

Teorema 1 *Solusi yang diperoleh dengan Minimum Demand Method untuk sebarang masalah transportasi merupakan solusi fisibel.*

Bukti: Diberikan masalah transportasi misal masalah transportasi tak seimbang (kasus minimun dengan $\sum_{i=1}^{m} a_i \geq \sum_{j=1}^{n} b_j$). Karena masalah transportasinya tak seimbang dan supaya masalah transportasi yang ada dapat ditemukan solusinya, maka sesuai Teorema 2.1 dengan ini tabel transportasi akan ditambah kolom *dummy* sebesar $\sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$, sehingga diperoleh masalah transportasi seimbang. Setelah di dapat tabel transportasi seimbang selanjutnya akan ditemukan solusi masalah transportasi yang ada dengan *Minimum Demand Method*.

Misalkan diberikan himpunan masalah transportasi yang sudah diseimbangkan $X_{ij} \geq 0, i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n$. Kemudian untuk masing-masing $X_{ij} \geq 0, i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n$ yang bersesuaian akan diidentifikasi kuantitas permintaan barang paling kecil, setelah itu alokasi (*supply* atau *demand*) pada sel yang memiliki biaya distribusi terkecil, dengan mengulangi langkah-langkahnya sampai *supply* dan *demand* habis. Sehingga diperoleh solusi $X = \{X_{ij} \geq 0 \mid, i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n\}$ yang memenuhi kendala awal dari masalah transportasi yang ada.

$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i, i = 1, 2, \ldots, m\ ; \sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j, j = 1, 2, \ldots, n$

Karena solusi $X = \{X_{ij} \geq 0 \mid, i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,2,\ldots,n\}$ memenuhi kendala awal dari masalah transportasi yang ada maka menurut Definisi 2.1, Solusi yang diperoleh dengan *Minimum Demand Method* untuk sebarang masalah transportasi merupakan solusi fisibel. ■

Mengacu pada Metode untuk mencari solusi optimal dari permasalahan transportasi yaitu *Modified Distribution Method* (MODI), solusi fisibel dikatakan solusi optimal jika dan hanya jika nilai $(IP_{ij} = C_{ij} - R_i - K_j) \geq 0$, ditunjukan dengan teorema sebagai berikut :

Teorema 2. *Jika* $\{x_{ij}{}^{0} \geq 0 \mid i = 1,2,\ldots,m\ ; j = 1,2,\ldots,n\}$ *solusi fisibel dari masalah transportasi* (P) *dan* $(IP_{ij} = C_{ij} - R_i - K_j) \geq 0$, *untuk semua* i *dan* j, *dimana* R_i *dan* K_j *adalah bilangan rill sedemikian sehingga minimum dari masalah transportasi* (P_1) *bernilai* 0 , *maka* $\{x_{ij}{}^{0} \geq 0 \mid i = 1,2,\ldots,m\ ; j = 1,2,\ldots,n\}$ *adalah solusi optimal dari masalah transportasi* (P).

Bukti : Diambil sebarang $\{x_{ij}{}^{0} \geq 0 \mid i = 1,2,\ldots,m\ ; j = 1,2,\ldots,n\}$ solusi fisibel dari (P), maka

$\sum_{j=1}^{n} X_{ij}{}^{0} = a_i, untuk\ j = 1, 2, \ldots n$

$\sum_{i=1}^{m} X_{ij}{}^{0} = b_j, untuk\ i = 1, 2, \ldots, m$

Karena $(C_{ij} - R_i - K_j) \geq 0, \forall i, j$ dan min $Z^* = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (C_{ij} - R_i - K_j) X_{ij} = 0$, maka min $\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (C_{ij} - R_i - K_j) X_{ij} = 0 \Leftrightarrow$ min $Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} = \sum_{i=1}^{m} a_i R_i + \sum_{j=1}^{n} b_j K_j$ dan memenuhi :

$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i, untuk\ j = 1, 2, \dots n$
$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j, untuk\ i = 1, 2, \dots, m$
Di mana $X_{ij} \geq 0, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots n$
Karena $Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} {X_{ij}}^0 = \sum_{i=1}^{m} a_i R_i + \sum_{j=1}^{n} b_j K_j$ dan memenuhi
$\sum_{j=1}^{n} {X_{ij}}^0 = a_i, untuk\ j = 1, 2, \dots n$
$\sum_{i=1}^{m} {X_{ij}}^0 = b_j, untuk\ i = 1, 2, \dots, m$
Di mana $X_{ij} \geq 0, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots n$

Maka ini berarti $\{{x_{ij}}^0 \geq 0 \mid i = 1,2, \dots, m ; j = 1,2, \dots, n\}$ solusi optimal dari (P_1). maka $\{{x_{ij}}^0 \geq 0 \mid i = 1,2, \dots, m ; j = 1,2, \dots, n\}$ solusi optimal dari (P). ■

Solusi fisibel awal dengan menggunakan *Minimum Demand Method* (MDM) dapat dianggap sebagai solusi optimal jika dan hanya jika nilai indeks perbaikan $IP_{ij} = C_{ij} - R_i - K_j) \geq 0$. Jika hasil pengecekan untuk indeks perbaikan $IP_{ij} = C_{ij} - R_i - K_j) \geq 0$ maka tidak perlu dilanjutkan dengan menggunakan metode pengoptimalan MODI, artinya solusi fisibel awal dengan *Minimum Demand Method* MDM sudah optimal. Akan tetapi jika nilai indeks perbaikan tidak memenuhi $IP_{ij} = C_{ij} - R_i - K_j) \geq 0$ maka solusi belum optimal dan harus dioptimalkan dengan menggunaan metode MODI.

3 STUDI KASUS UD INDAH MANDIRI

UD Indah Mandiri adalah supplier ikan laut beku yang menjual ikan layang beku ke beberapa tempat produksi. UD Indah Mandiri mempunyai 3 gudang tempat penyimpanan ikan yang berbeda. Produk ikan beku disimpan dalam 3 gudang yang terpisah, kemudian Produk tersebut akan didistribusikan setiap hari ke 4 daerah tujuan yang berbeda. Jumlah permintaan tiap daerah dalam satuan kilogram diberikan dalam tabel 1 dibawah ini.

Tabel 1. Tabel Biaya Transportasi Pendistribusian Produk UD Indah Mandiri (Rp/kg)

Sumber	Tujuan			
	Blado	Limpung	Bandar	Reban
Gudang 1	110	40	20	150
Gudang 2	160	10	140	90
Gudang 3	140	40	160	80
Permintaan	400	200	600	300

Masalah transportasi pada UD Indah Mandiri dapat dicari solusi fisibel awalnya menggunakan metode MDM dengan langkah –langkah sebagai berikut :

1. Formulasi Model dari masalah transportasi diatas dapat dituliskan sebagai berikut :

Meminimumkan $Z = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} c_{ij}\, x_{ij}$

$$= 110x_{11} + 40x_{12} + 20x_{13} + 150x_{14} + 160x_{21} + 10x_{22}$$
$$+140x_{23} + 90x_{24} + 140x_{31} + 40x_{32} + 160x_{33} + 80x_{34}$$

Tabel 2. Tabel Transportasi Awal UD Indah Mandiri (dalam Rp per kg)

	Blado	Limpung	Bandar	Reban	*Supply*
Gudang 1	110	40	20	150	1000
Gudang 2	160	10	140	90	300
Gudang 3	140	40	160	80	700
Demand	400	200	600	300	2000 / 1500

2. Tabel diseimbangkan terlebih dahulu dengan menambah variabel *dummy* pada bagian permintaan. Biaya pada variabel *dummy* diisi dengan biaya sebesar Rp 0.
3. Kuantitas permintaan barang (b_j) yang paling kecil yaitu $b_2 = 200$, maka dipilih b_2 sebagai *minimum demand* .
4. Mengalokasikan *minimum demand* ke sel x_{ij} dengan biaya pengiriman paling kecil.
5. Berdasarkan persamaan (1) maka didapatkan :

$$a_2 - x_{22}$$
$$300 - 200 = 100$$

Tabel 3. Tabel akhir pada studi kasus iterasi 1

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_{dummy}	*Supply*
P_1	110	40	20	150	0	1000
	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	
P_2	160	10	140	90	0	100
	x_{21}	200	x_{23}	x_{24}	x_{25}	
P_3	140	40	160	80	0	700
	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	
Deman	400	0	600	300	500	2000

6. Mengulangi Langkah (3), (4), dan (5) sampai sudah tidak ada lagi *supply* dan *demand* yang tersisa. Sehingga pada iterasi terakhir diperoleh solusi fisibel awal masalah transportasi dengan MDM yang disajikan pada Tabel :

Tabel 4. Tabel solusi fisibel awal dengan MDM pada studi kasus

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_{dummy}	*Supply*
P_1	110	40	20	150	0	1000
	400		600			
P_2	160	10	140	90	0	300
		200			100	
P_3	140	40	160	80	0	700
				300	400	
Demand	400	200	600	300	500	2000

7. Menghitung total biaya transportasi dari tabel solusi fisibel awal pada Tabel 8. Diperoleh total biaya transportasi sebesar :

$$Z = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} c_{ij}\, x_{ij}$$
$$= 82.000$$

Tahapan selanjutnya adalah Pengecekan solusi optimal masalah transportasi UD Indah Mandiri:

Variabel basis : $x_{11}, x_{13}, x_{15}, x_{22}, x_{25}, x_{34}, x_{35}$

Variabel *non* basis : $x_{12}, x_{14}, x_{21}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, x_{32}, x_{33}$

Karena $IP_{1j} \geq 0$ (tidak ada yang bernilai negatif) , maka berdasarkan teorema 2 solusi fisibel awal pada tabel 7 sudah optimal, artinya tidak perlu dilakukan perbaikan indeks.

4 KESIMPULAN

Minimum Demand Method (MDM) merupakan metode Pengalokasian barang dari sejumlah sumber ke beberapa tujuan berdasarkan nilai permintaan terkecil. Permintaan terkecil yang dipilih dialokasikan ke sel dengan biaya transportasi paling rendah. Penyelesaian Studi Kasus UD Indah Mandiri menghasilkan solusi fisibel awal yang Optimal. Solusi optimal yang diperoleh dari masalah transportasi pada UD Indah Mandiri sebesar Rp $82.000{,}00$. Biaya ini lebih kecil dibandingkan dengan biaya yang dikeluarkan oleh UD Indah Mandiri yaitu sebesar Rp $150.000{,}00$. Sehingga total biaya yang dikeluarkan oleh UD indah Mandiri mengalami penurunan sebesar $45{,}3\ \%$.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Rahmat, Abdullah Basuki, *Bahan Kuliah Riset Operasional*, Madura: Fakultas Teknik Univeristas Trunojoyo Madura, (2009).

[2] Monge, G. M´emoire sur la th´eorie des d´eblais et de remblais. Histoire de l'Acad´emie Royale des Sciences de Paris, avec les M´emoires de Math´ematique et de Physique pour la mˆeme ann´ee, 666–704. 1781.

[3] Hitchcock, Frank L. 'The distribution of a Product from Several Sources to Numerous Localities', *J. Math. Phys*. 224-230. (1941).

[4] Taha, H. A. *Operations research: an introduction* (Vol. 790). Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson/Prentice Hall. (2011).

[5] Soomro, Abdul Sattar, Gurudeo Anand Tularam & Ghulam Murtaza Bhayo, A comparative study of Initial basic feasible solution method for transportation problems, Mathematical Theory and Modeling ISSN 2225-0522 (Online) 4(1), 1-8. (2014).

[6] S. Jamali, A. S. Soomro, and M. M. Shaikh, “The Minimum Demand Method-A New And Efficient Initial Basic Feasible Solution Method For Transportation Problems,” *Journal Of Mechanics Of continua And Mathematical Science*, 15(10). ISSN : 2454 – 7190, (2020).

ISSN 2829-3770
9 772829 377007