

Konferensi Nasional MATEMATIKA 20 21



PROSIDING

Konferensi Nasional Matematika XX
Tahun 2021

Dipublikasikan Online Pada :
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology
e-ISSN : 2829-3770

Powered by
IndoMS



Organized by
Universitas Pattimura

PROSIDING

KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XX

“Peranan Ilmu Matematika dalam Menjawab Tantangan Bangsa yang Semakin Kompleks dan Dinamis di Era Revolusi Industri 4.0”

Diterbitkan oleh Universitas Pattimura

@Hak Cipta dilindungi Undang-undang

e-ISSN: 2829-3770

DOI issue: <https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX>

Dipublikasikan online pada:

Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology

Terindeks Oleh:



Mei 2022

Editor:

Dr. Harmanus Batkunde, S.Si, M.Si, Berny P. Tomasouw, S.Si, M.Si,
Taufan Talib, S.Pd., M.Si, M. I. Tilukay, S.Si, M.Si, Monalisa E. Rijoly, S.Si, M.Sc.
Z.A. Leleury, S.Si, M.Si, M. B. Mananggal, S.Pd., M.Pd., L. J. Sinay, S.Si, M.Sc.,
Y. A. Lesnussa, S.Si, M.Si. Vicardy Kempa, S.Si, M.Si. M. Yahya Matdoan, S.Si, M.Si.
Novalin C. Huwaa, S.Pd., M.Sc., D. L. Rahakbauw, S.Si, M.Si.

Design cover:

L. J. Sinay, S.Si, M.Sc

Ukuran: 29,7 x 21 cm

Tim *Reviewer*

1. Prof. Dr. Budi Nurani Ruchjana, M.S. (Universitas Padjajaran)
2. Prof. Dr. T. G. Ratumanan, M.Pd. (Universitas Pattimura)
3. Prof. Dr. W. Mataheru (Universitas Pattimura)
4. Dr. Eka Kurnia Lestari.(Universitas Singapebangsa)
5. Dr. Yundari. (Universitas Tanjungpura)
6. Dr. Delsi Kariman (STKIP PGRI Sumatera Barat)
7. Dr. Ch. Laamena. (Universitas Pattimura)
8. Dr. Moch Idris. (Universitas Lambung Mangkurat)
9. Dr. Daniel Salim. (Universitas Parahyangan)
10. Dr. Al Azhary Masta.(Universitas Pendidikan Indonesia)
11. Dr. Risnawita. (IAIN Bukittinggi)
12. Dr. Nicky K. Tumulun.(Universitas Negeri Manado)
13. Dr. Susilawati. (Politeknik Bengkalis Riau)
14. Dr. Debi Oktia Haryeni (Universitas Pertahanan)
15. Dr. Anderson Palinussa (Universitas Pattimura)
16. Dr. Harmanus Batkunde. (Universitas Pattimura)

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Tim Reviewer	ii
Kata Pengantar	iii
Susunan Panitia KNM XX	iv
Daftar Isi	vii

ALJABAR

KLASIFIKASI TITIK KRITIS POLINOMIAL DUA VARIABEL BERDERAJAT TIGA	1 – 8
Afif Humam	
KAJIAN KEKUATAN \mathbb{Z} - MODUL \mathbb{Q} SEBAGAI INSPIRASI MUNCULNYA KONSEP DAN SIFAT DALAM TEORI MODUL	9 – 14
Sri Wahyuni, Yunita Septriana Anwar, I Putu Yudi Prabhadika	
GRAF PEMBAGI NOL DARI RING KOMUTATIF	15 – 20
Maria Vianney Any Herawati	
IDEAL TAK TEREDUKSI KUAT ATAS SEMIRING KOMUTATIF	21 – 26
Fitriana Hasnani, Nikken Prima Puspita	
BATAS ATAS PADA NORM – TAK HINGGA DARI INVERS MATRIKS NEKRASOV	27 – 32
Eddy Djauhari	
KOREPRESENTASI KOALJABAR $F[G]$	33 – 40
Na'imah Hijriati, Indah Emilia Wijayanti	
HUBUNGAN SIFAT BERSIH PADA RING, MODUL, KOMODUL DAN KOALJABAR	41 – 50
Nikken Prima Puspita, Indah Emilia Wijayanti, Budi Surodjo	
KONTRAKSI PERTINGKATAN PADA PERTINGKATAN PAULI $\mathfrak{S}\mathfrak{L}(N, \mathbb{C})$	51 – 60
Reynald Saputra, Gantina Rachmaputri	

ANALISIS

BUKTI ALTERNATIF INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG LEBESGUE DENGAN EKSPONEN PEUBAH	61 – 66
Dina Nur Amalina dan Denny Ivanal Hakim	
SEGITIGA TITIK CIRCUMCENTER PADA MODIFIKASI TEOREMA NAPOLEON	67 – 76
Yunisa Fadhilah Hartati, Mashadi	
FUNGSI SIMETRI TERHADAP TITIK (a, b) DAN BEBERAPA SIFATNYA	77 – 82
Firdaus Ubaidillah	
INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG MORREY-ADAMS DAN OPERATOR MAKSIMAL FRAKSIONAL	83 – 90
Daniel Salim, Moch. Taufik Hakiki, Denny Ivanal Hakim	
PENDEKATAN KALKULUS HIDA UNTUK PROSES HERMITE	91 – 98
Herry Pribawanto Suryawan	
KETAKSAMAAN HARDY DI RUANG HERZ HOMOGEN	99 – 106
Pebrudal Zanu, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi1	
OPERATOR KANTOROVICH PADA RUANG MORREY DIPERUMUM	107 – 114
Mu'afa Purwa Arsana, Denny Ivanal Hakim	
PERLUASAN DEFINISI RATA-RATA VIA TEOREMA NILAI RATA-RATA	115 – 124
Mochammad Idris	
SISTEM EIGEN OPERATOR LAPLACE BERBASIS RUAS PADA SUATU POHON KUANTUM	125 – 134
Moh. Januar I. Burhan, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi	

SUKU BANYAK BERNSTEIN DAN OPERATOR KANTOROVICH UNTUK BEBERAPA FUNGSI YANG TIDAK KONTINU	135 – 142
Reinhart Gunadi, Denny I. Hakim	
KETERBATASAN OPERATOR TIPE VOLTERRA PADA RUANG MORREY ANALITIK $L_{p,\lambda}$	585 - 590
Moch Taufik Hakiki, Wono Setya Budhi, dan Denny Ivanal Hakim	
KOMBINATORIK	
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF SIPUT DAN GRAF UBUR-UBUR	143 – 148
Kevin Akbar, Kiki Ariyanti Sugeng	
DIMENSI METRIK LOKAL PADA GRAF FLOWER DAN GRAF GEAR KORONA GRAF LINTASAN	149 – 154
Salma Fauziyah Ashim, Tri Atmojo Kusmayadi, Titin Sri Martini	
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF LILIN	155 – 160
Rizqi Rachmadhani, Kiki Ariyanti Sugeng	
PELABELAN HARMONIS PADA GRAF SEGITIGA BELAH KETUPAT VARIASI LM_n	161 – 164
Evi Maharani, Kurniawan Atmadja	
PEWARNAAN SIMPUL r – DINAMIS PADA GRAF TERATAI T_n	165 – 170
Audi Fierera, Kiki A. Sugeng	
SIFAT-SIFAT GRAF CAYLEY GRUP S_n	171-176
Afifan Hadi, Kiki Ariyanti Sugeng	
PENDIDIKAN MATEMATIKA	
LKPD BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING BERBANTUAN ALAT PERAGA PADA MATERI LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME PRISMA DAN LIMAS	177 – 182
Fithroh Nafa Dzillah, Latifah Mustofa Lestyanto	
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA DARING BERBASIS MODEL PENEMUAN TERBIMBING MENGGUNAKAN LIVEWORKSHEETS PADA MATERI PRISMA DAN LIMAS	183 – 188
Sania Sururul Khususna, Latifah Mustofa Lestyanto, Eddy Budiono	
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA BERBASIS MASALAH BERBANTUAN GOOGLE FORM UNTUK PEMAHAMAN KONSEP SISWA KELAS VII SMP PADA MATERI SEGITIGA DAN SEGIEMPAT	189 – 194
Herlin Oktavita, Latifah Mustofa Lestyanto2	
EKSPLORASI ETNOMATEMATIKA PADA GELANG MANIK-MANIK KHAS DAYAK KALIMANTAN SEBAGAI SUMBER PENYUSUNAN LKPD	195 – 206
Silvia	
ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA DENGAN PEMBELAJARAN MODEL BRAIN BASED LEARNING BERBASIS LEARNING MANANGEMENT SYSTEM	207 – 214
N. R. Mumtaz, M. Asikin	
PENGEMBANGAN ASESMEN ALTERNATIF DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA KONTEKS LINGKUNGAN LAHAN BASAH UNTUK SISWA TINGKAT SMP/MTS	215 – 222
Muhammad Rizal, Noor Fajriah, Agni Danaryanti	
MATERI PENGAYAAN TEORI BILANGAN DASAR DI SEKOLAH DASAR	223-228
Awanga Dijayangrana, Hilda Assiyatun	
KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS TULIS MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH VOLUME BENDA PUTAR MELALUI MODEL PERKULIAHAN KOLABORATIF	229 – 236
Fadhila Kartika Sari, Anies Fuady	
PERAN PENULISAN JURNAL DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SECARA DARING DI MASA PANDEMI COVID-19	237 – 244

Gusti Firda Khairunnisa, Frida Siswiyanti	
ANALISIS KRUSKAL WALLIS UNTUK MENGETAHUI TINGKAT KOSENTRASI BELAJAR MAHASISWA BERDASARKAN PROGRAM STUDI	245 – 250
Venessa Y. A. Brabar, Grace A. V. Hikoyabi, Agustinus Langowuyo	
ANALISIS PENGARUH PEMANFAATAN INTERNET TERHADAP MINAT BELAJAR MAHASISWA PRODI STATISTIKA	251 – 258
Mariana Tanawani, Meilani Yarangga, dan Agustinus Langowuy	
PENGARUH PROSES BELAJAR MENGAJAR LURING DAN DARING TERHADAP HASIL BELAJAR MAHASISWA JURUSAN MATEMATIKA ANGAKATAN 2018 FMIPA UNIVERSITAS CENDERAWASIH	259 – 264
Dewi Rahmawati, Tiara A. Nadapdap, Agustinus Langowuyo	
PENILAIAN ESAI MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN MESIN	265 – 270
Farah Qotrunnada, Marcus Wono Setya Budhi, Hilda Assiyatun	
PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS ETNOMATEMATIKA BUDAYA MASYARAKAT NEGERI TULEHU PADA MATERI SEGIEMPAT DAN SEGITIGA UNTUK SISWA DI KELAS VII MTS NEGERI I MALUKU TENGAH.	271 – 276
Heni Rahim, W. Mataheru, J. Takaria	
PENERAPAN FUZZY LINEAR PROGRAMMING UNTUK OPTIMASI PRODUKSI TAHU (STUDI KASUS DI DESA TANJUNGREJO KABUPATEN JEMBER)	277 – 284
Anisa Wahyu Illahi, Agustina Pradjaningsih, Abduh Riski	
PENENTUAN SOLUSI FISIBEL AWAL MASALAH TRANSPORTASI DENGAN MINIMUM DEMAND METHOD	285 – 292
Ulniyatul Ula, Siti Khabibah, Robertus Heri S.U	
OPTIMALISASI RUTE DAN PENJADWALAN PENGANGKUTAN SAMPAH DENGAN METODE INSERTION HEURISTIC DAN INTRA- ROUTE IMPROVEMENT (STUDI KASUS: UNIVERSITAS BRAWIJAYA MALANG)	293 – 298
Fara El Nandhita Pratiwi	
MODEL MATEMATIS RUTE WISATA DI RIAU DENGAN MENGGUNAKAN PEMROGRAMAN GOL	299 – 312
Ihda Hasbiyati, Hasriati, T. P. Nababan	

MATEMATIKA TERAPAN

MODEL SUSCEPTIBLE INFECTED RECOVERED (SIR) PADA DEMAM BERDARAH DENGUE (DBD)	313 – 320
Oscar Andhry Barata, Rahmat, Rengga Nanda Pramudya	
ANALISA PERSAMAAN DIFERENSIAL ORDE FRAKSIONAL NUMERIK MENGGUNAKAN METODE EULER DAN APLIKASINYA	321 – 326
Leli Deswita, Syamsudhuha, Asral. M	
TERAPAN FUNGSI SIGMOID UNTUK MENENTUKAN NILAI MAKSIMAL KOEFISIEN GAYA ANGKAT DAN SUDUT STALL PADA KURVA LINEAR C_L TERHADAP α	327 – 334
Angga Septiyana, Singgih Satrio W, Fuad Surastyo P, Try Kusuma Wardana, Ardian Rizaldi, Novita Atmasari, Eries Bagita Jayanti, Prasetyo Ardi P	
IMPLEMENTASI DEEP LEARNING UNTUK KLASIFIKASI GAMBAR MENGGUNAKAN CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK (CNN) PADA BATIK SASAMBO	335 – 340
Muna Malika, Edy Widodo	

STATISTIKA

PENERAPAN MODEL SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (STARI(1,1,1)) PADA DATA NTP TANAMAN PANGAN DARI TIGA PROVINSI DI PULAU JAWA	341 - 350
Fajriatus Sholihah, Kartika Sari, Budi Nurani Ruchjana, Toni Toharudin	
ANALISIS KORESPONDENSI BERGANDA UNTUK MENGETAHUI INDIKATOR-INDIKATOR YANG MEMPENGARUHI KEJADIAN LOW BACK PAIN PADA KUSIR	351 - 358

KUDA/DELMAN DI KOTA CIMAH I TAHUN 2019	
Dhita Diana Dewi, Fajriatus Sholihah, Rosa Rosmanah, Lucy Fitria Dewi, Mochamad Yudhi Afrizal, Irlandia Ginanjar	
PROSES POISSON NON HOMOGEN DAN PENERAPANNYA PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	359 – 362
Viona Prisyella Balqis, Muhammad Herlambang Prakasa Yudha, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN DISTRIBUSI STASIONER RANTAI MARKOV PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	363 – 370
Tubagus Robbi Megantara, Ayun Sri Rahmani, Budi Nurani Ruchjana	
SPATIAL CLUSTER ING DENGAN METODE SKATER (K'LUSTER ANALYSIS BY TREE EDGE REMOVAL) UNTUK PENGELOMPOKAN SEBARAN COVID-19 DI KABUPATEN TULUNGAGUNG	371 – 380
Danang Ariyanto, Henny Pramodyo, Novi Nur Aini	
ANALISIS KLAS TER KABUPATEN/KOTA INDONESIA BERDASARKAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DENGAN MODEL MIXTURE SKEW-T	381 – 388
Kristoforus Exelsis Pratama, Irwan Susanto, Yuliana Susanti	
ANALISIS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN BURU SELATAN DENGAN MENGGUNAKAN REGRESI LINIER BERGANDA	389 – 396
Muhidin Jariyah, Inayah. P. F. Solong, Juan C. S. Jamco	
TINJAUAN KEPUTUSAN HIPOTESA FUZZY BERBASIS P-VALUE FUZZY (STUDI KASUS DATA COVID-19 DI NUSA TENGGARA BARAT)	397 – 404
Wahidaturrahmi	
PENERAPAN METODE AUTO SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS PADA PERAMALAN DATA INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA	405 – 410
Andreas Reza Chrisantama*, Winita Sulandari, Sugiyanto	
PERAMALAN JUMLAH PRODUKSI PERIKANAN DI KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL	411 – 418
Asrul Irfanullah, Claudia Sumanik, Romy Makatita	
ANALISIS PENGARUH STRUKTUR KONSUMSI AKHIR RUMAH TANGGA BERDASARKAN KOMPONEN PENGELUARAN KABUPATEN BURU SELATAN PERIODE 2015 – 2019 DENGAN RAKL	419 – 424
Nikita A. Putiray, Dea M. Tuhumury, Angel M.P. Manuputty	
EKSPLORASI SISA USIA BEARING MENGGUNAKAN DISTRIBUSI WEIBULL	425 – 430
Sutawanir Darwis, Nusar Hajarisman, Suliadi, Achmad Widodo	
PENERAPAN MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE (VARIMA) UNTUK PRAKIRAAN INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DAN KURS RUPIAH TERHADAP USD	431 – 442
Ani Pertiwi, Lucy Fitria Dewi, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENGELOMPOKKAN JUMLAH PENDUDUK KABUPATEN BURU SELATAN BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA TAHUN 2018 DENGAN ALGORITMA K- MEANS	443 – 450
Samin Radjid, Nadia Istifarin, Meylani Tuasella	
PENERAPAN METODE ARIMAX PADA PERAMALAN PRODUKSI DAGING SAPI DI SUKOHARJO	451 – 458
Fitrian Nur Ardyansyah, Winita Sulandari, Sugiyanto	
ANALISIS KEPUASAN DAN POSITIONING SELLER E-MARKETPLACE DENGAN MENGGUNAKAN IMPORTANCE PERFORMANCE ANALYSIS DAN BILOT	459 – 464
Farah Dibah, Dwi Endah Kusri ni	
KLASTERISASI LOKASI PASAR KABUPATEN BANYUMAS GUNA MEMPERMUDAH UPTD DALAM MENGELOLA KELAS PASAR	465 – 470
Pradini Nurul Safitri, Abdullah Ahmad Dzikrullah	

PENGARUH MOTIVASI INTRINSIK DAN KEPUASAN KERJA TERHADAP ORGANIZATIONAL CITIZENSHIP BEHAVIOR	471 – 476
Diya Kasih Puspitasari, Dwi Endah Kusrini	
KLASTERING JUMLAH PENDUDUK BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA KECAMATAN LEKSULA TAHUN 2018 DENGAN MENGGUNAKAN METODE ALGORITMA K-MEANS	477 – 484
Morensi T. Risakotta, Rensya Siwalette, Rola E. Leasa	
PERAMALAN DENGAN METODE SIMPLE MOVING AVERAGE DAN DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING BROWN (STUDI KASUS: JUMLAH CURAH HUJAN DAN JUMLAH HARI HUJAN KABUPATEN BURU SELATAN)	485 – 494
Apriano R. Narahawarin, Ravensky Silangen, Rahania Patiekon	
PERAMALAN GARIS KEMISKINAN KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING DARI HOLT	495 – 502
Ade Irma La Murdani, Intan Gainau, Unique Resiloy	
ANALISIS PERBEDAAN PENDAPATAN TOKO WALET MAS SEBELUM DAN SESUDAH PANDEMI COVID-19 DENGAN METODE MANN-WHITNEY	503 – 508
Marselina Ema Koten, Yunida Kurniasih, Agustinus Langowuyo	
ANALISIS PENGARUH BELANJA DAERAH, JUMLAH PENDUDUK, DAN PDRB TERHADAP PENDAPATAN DAERAH DI KABUPATEN BURU SELATAN TAHUN 2013-2020	509 – 516
Dephie Latumahina, Martje Riry, Olfen Sabono	
UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI RAYLEIGH BIVARIAT MENGGUNAKAN UJI KOLMOGOROV-SMIRNOV BIVARIAT PADA DATA HASIL PERTANDINGAN PERSIB BANDUNG	517 – 522
Wulan Jati Nuraya, Aceng Komarudin Mutaqin	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) UNTUK PERAMALAN BANYAKNYA KASUS TERKONFIRMASI DAN KASUS SEMBUH COVID-19 DI INDONESIA	523 – 532
Sri Indra Maiyanti, Mahrudinda, Al Fataa W. Haq, Budi Nurani Ruchjana	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) DAN PENERAPANNYA PADA DATA PERKEMBANGAN HARGA ECERAN BERAS DI TIGA IBU KOTA PROVINSI WILAYAH PULAU JAWA	533 – 544
Zulfa Hidayah Satria Putri, Asri Yuniar, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN METODE REGRESI LINEAR BERGANDA UNTUK MELIHAT PENGARUH JUMLAH PENDUDUK DAN LUAS WILAYAH TERHADAP JUMLAH PENGGUNA LISTRIK DI KECAMATAN AMBALAU KABUPATEN BURU SELATAN	545 – 552
Fadly Ode, Nur Statib J, Elsy Malwewar	
ANALISIS TINGKAT KEGEMARAN AYAM GEPUK PAK GEMBUS DARI BERBAGAI JENIS PAKET MELALUI PENDEKATAN UJI STATISTIK	553 – 558
Maharani Tiara Pramuditya, Evan Claude Boudewijn Kainama, Agustinus Langowuyo	
SIMULASI PERGERAKAN HARGA SAHAM MENGGUNAKAN MODEL GERAK BROWN GEOMETRIK DENGAN R STUDIO	559 – 564
Ahmad Fawaid Ridwan, Rizki Apriva Hidayana, Budi Nurani Ruchjana	
PENAKSIRAN RATA-RATA <i>EXCESS CLAIM</i> PESERTA DARI PERUSAHAAN PEMBERI LAYANAN KESEHATAN PT. X	565 – 572
Wildan*, Indah Permatasari, and Aceng Komarudin Mutaqin	
PENGARUH SELF EFFICACY DAN MOTIVASI BELAJAR TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA KELAS VII SMP NEGERI 3 GANTUNG	573 – 584
Alperu, Nerru Pranuta Murnaka*, Indra Bayu M, Andy Wahyu H	

ANALISIS KLASTER KABUPATEN/KOTA INDONESIA BERDASARKAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DENGAN MODEL MIXTURE SKEW-T

Kristoforus Exelsis Pratama^{1,*}, Irwan Susanto², Yuliana Susanti²

¹ Program Studi Statistika, Fakultas MIPA, Universitas Sebelas Maret, Indonesia

² Program Studi Statistika, Fakultas MIPA, Universitas Sebelas Maret, Indonesia

*e-mail: kristoforuspratama10@student.uns.ac.id

Abstrak. Indonesia merupakan salah satu negara dengan jumlah penduduk yang besar. Penduduk Indonesia yang besar dapat menjadi modal kemajuan bangsa. Indeks pembangunan manusia (IPM) merupakan ukuran yang dapat digunakan untuk mengetahui kualitas manusia di suatu wilayah. Capaian IPM Indonesia dinilai cukup rendah jika dibandingkan negara lainnya. Hal itu terjadi karena adanya disparitas pembangunan manusia antarwilayah. Diperlukan pengelompokan wilayah sehingga terjadi peningkatan dan pemerataan dalam pembangunan manusia di Indonesia. Penelitian ini akan menggunakan data indeks pembangunan manusia kabupaten/kota di Indonesia pada tahun 2019. Model finite mixture dengan distribusi skew-t tepat digunakan karena dapat mengatasi karakteristik multimodal, kemencengan, heavy-tailed, serta outlier yang sering ditemukan pada data. Estimasi parameter model dilakukan dengan metode maksimum likelihood menggunakan algoritma Expectation-Maximization. Ukuran berbasis Akaike Information Criterion digunakan untuk memilih jumlah komponen mixture. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh jumlah komponen optimal model finite mixture distribusi skew-t sebanyak tiga komponen mixture. Hal itu menunjukkan kabupaten/kota di Indonesia berdasarkan indeks pembangunan manusia dapat dibagi menjadi tiga kluster. Kluster pertama berisi 80 kabupaten/kota dengan rata-rata IPM sebesar 78,317, kluster kedua berisi 415 kabupaten/kota dengan rata-rata IPM sebesar 70,856, dan kluster ketiga berisi 19 kabupaten/kota dengan rata-rata IPM sebesar 56,247.

Kata Kunci: *finite mixture*, indeks pembangunan manusia, *skew-t*.

1 PENDAHULUAN

Indonesia merupakan negara dengan jumlah penduduk terbesar keempat di dunia. Jumlah penduduk yang besar harus dibarengi kualitasnya yang baik sebagai penentu kemajuan bangsa. Melihat potensi tersebut, pemerintah Indonesia memiliki target Indonesia emas tahun 2045 dengan berfokus pada peningkatan kualitas manusia Indonesia dalam bidang pendidikan dan kesehatan melalui pembangunan manusia[1].

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) merupakan ukuran capaian pembangunan manusia berbasis sejumlah komponen dasar kualitas hidup. Terdapat tiga dimensi yang digunakan dalam mengukur pembangunan manusia yaitu umur panjang dan sehat, pengetahuan, dan standar hidup layak[2]. IPM dapat dijadikan tolak ukur kualitas manusia di suatu wilayah.

Status IPM terbagi menjadi empat kategori yaitu <60 “rendah”, 60-70 “sedang”, 70-80 “tinggi”, dan >80 “sangat tinggi”. IPM Indonesia secara global dinilai cukup rendah dengan berada di urutan 111 dari 189 negara. Hal ini disebabkan adanya disparitas pembangunan manusia di Indonesia. Diperlukan suatu pengelompokan untuk mengetahui wilayah yang membutuhkan perhatian khusus sehingga terjadi peningkatan dan pemerataan pembangunan manusia.

Model *finite mixture* merupakan salah satu teknik analisis untuk mengelompokkan data. Analisis kluster dengan distribusi *finite mixture* populer digunakan untuk pemodelan data populasi heterogen. Model *finite mixture* menggunakan distribusi probabilitas statistik dalam pendefinisian kluster. Estimasi parameter model diperoleh dengan metode maksimum *likelihood* (ML) menggunakan algoritma *Expectation-Maximization* (EM). Algoritma EM berlangsung secara iteratif hingga diperoleh estimator yang konvergen.

Pemodelan *finite mixture* umumnya menggunakan distribusi simetris, namun pada kasus nyata sangat sulit menemukan data dengan karakteristik tersebut. Pemodelan *mixture* dengan distribusi simetris akan menyebabkan kesalahan hasil jika paling tidak terdapat satu komponen memiliki karakteristik menceng ataupun *heavy-tailed*. Penelitian dilakukan Lin et.al [3] mengenai pendekatan *robust* untuk model *finite mixture* dengan distribusi *skew-t*. Model *finite mixture* dengan distribusi *skew-t* mampu mengatasi karakteristik *heavy-tailed*, kemencengan dan *outlier* pada data.

Berdasarkan penjelasan sebelumnya, tujuan dalam penelitian ini akan dilakukan pemodelan *finite mixture* dengan distribusi *skew-t* menggunakan data indeks pembangunan manusia kabupaten/kota di Indonesia tahun 2019. Pemodelan tersebut akan menghasilkan jumlah kluster dengan masing-masing anggotanya yang dapat menjadi gambaran kualitas pembangunan manusia di Indonesia.

2 METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian yang dilakukan berupa studi analisis kluster kabupaten/kota di Indonesia berdasarkan IPM pada tahun 2019. Data yang digunakan adalah data sekunder berjumlah 514, yang diambil dari publikasi Badan Pusat Statistik[4]. Analisis data dilakukan dengan aplikasi program *R* serta *package* yang digunakan yaitu *mixsmsn*. Tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini diantaranya identifikasi pola data, uji *Goodness of fit*, uji signifikansi model, estimasi parameter model *finite mixture*, dan pemilihan model terbaik.

2.1 Distribusi Skew-t

Variabel random univariat X berdistribusi $ST(\mu, \omega^2, \alpha, \nu)$ memiliki fungsi densitas probabilitas seperti berikut[5]:

$$f(x; \mu, \omega^2, \alpha, \nu) = \frac{2}{\omega} t(\eta; \nu) T\left(\alpha \eta \sqrt{\frac{\nu+1}{\nu+\eta}}\right), x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

dengan $\eta = (x - \mu)/\omega$, dimana parameter lokasi $\mu \in \mathbb{R}$, parameter skala $\omega > 0$, parameter bentuk $\alpha \in \mathbb{R}$, dan ν menunjukkan derajat kebebasan. $t(\eta; \nu)$ menunjukkan fungsi densitas probabilitas dan $T(\cdot)$ menunjukkan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi *student-t*.

2.2 Estimasi Maksimum Likelihood Untuk Finite Mixture

Variabel random berukuran n , $x_i = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ akan berdistribusi *finite mixture* memiliki fungsi densitas probabilitas yang didefinisikan sebagai berikut:

$$h(x_i|\Phi) = \pi_1 f_1(x_i|\theta_1) + \pi_2 f_2(x_i|\theta_2) + \dots + \pi_g f_g(x_i|\theta_g) \quad (2)$$

dengan $f_g(\cdot)$ merupakan fungsi densitas probabilitas komponen ke- g dan $\boldsymbol{\phi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{g-1}, \boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, \dots, \boldsymbol{\theta}_g)'$ merupakan vektor parameter. Parameter bobot π_g merupakan proporsi dari observasi yang masuk ke dalam komponen *mixture*, bernilai nonnegatif, serta berjumlah satu.

Proses estimasi parameter model *finite mixture* dilakukan dengan pendekatan metode estimasi maksimum *likelihood*. Estimator maksimum *likelihood* $\hat{\boldsymbol{\phi}}$ akan diperoleh dengan memaksimalkan fungsi *log-likelihood* [6]. Fungsi *log-likelihood* observasi dari model *finite mixture* dapat ditulis sebagai

$$\ell(\boldsymbol{\phi}) = \log L(\boldsymbol{\phi}) = \sum_{i=1}^n \log \left[\sum_{g=1}^G \pi_g f_g(x_i | \boldsymbol{\theta}_g) \right] \quad (3)$$

Proses untuk memperoleh estimasi parameter dengan metode maksimum *likelihood* tidak mudah dilakukan karena fungsi *likelihood* tidak dalam bentuk *closed-form*. Diperlukan sebuah algoritma untuk dapat mengatasi permasalahan tersebut dan salah satunya yaitu algoritma *Expectation-Maximization* (EM).

Algoritma EM merupakan teknik komputasi iteratif untuk estimasi maksimum *likelihood* dimana observasi x_i dianggap sebagai data tidak lengkap [7]. Terdapat data yang dianggap hilang yaitu $z_i = (z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{ig})$, sehingga (x_i, z_i) dapat disebut data lengkap. Suatu observasi akan dianggap masuk dalam komponen *mixture* ke- g jika nilai $z_{ig} = 1$ dan lainnya jika nilai $z_{ig} = 0$. Fungsi *log-likelihood* $\boldsymbol{\phi}$ dari data lengkap dapat ditulis sebagai berikut:

$$\ell_c(\boldsymbol{\phi}; x_i, z_i) = \log L(\boldsymbol{\phi}; x_i, z_i) = \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G \gamma(z_{ig}) \log [\pi_g f_g(x_i | \boldsymbol{\theta}_g)] \quad (4)$$

dengan $\gamma(z_{ig})$ merupakan probabilitas observasi masuk dalam komponen *mixture* ke- g . Prosedur algoritma EM berlangsung dalam dua tahap yaitu *Expectation* (E) dan *Maximization* (M). Nilai awal $\boldsymbol{\phi}^{(0)}$ diberikan pada algoritma EM untuk mengestimasi model *finite mixture*, dengan tahapan sebagai berikut:

- Tahap E : Menghitung nilai harapan fungsi *log-likelihood* untuk data lengkap pada saat iterasi ke- k dimana $k = 0, 1, 2, \dots$ yang didefinisikan sebagai berikut

$$Q(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\phi}^{(k)}) = E(\ell_c(\boldsymbol{\phi}) | x_i, \boldsymbol{\phi}^{(k)}) = \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G \gamma(\hat{z}_{ig})^{(k)} \ln [\pi_g^{(k)} f_g(x_i | \boldsymbol{\theta}_g^{(k)})] \quad (5)$$

Estimator $\gamma(\hat{z}_{ig})^{(k)}$ yang merupakan probabilitas observasi x_i untuk masuk ke dalam komponen *mixture* g dimana $g = 1, 2, \dots, G$ dapat diperoleh melalui persamaan berikut

$$\gamma(\hat{z}_{ig}) = \frac{\pi_g^{(k)} f_g(x_i | \boldsymbol{\theta}_g^{(k)})}{\sum_{j=1}^G \pi_j^{(k)} f_j(x_i | \boldsymbol{\theta}_j^{(k)})} \quad (6)$$

Estimator pada persamaan (6) akan masuk ke tahap M pada saat iterasi ke- $(k+1)$.

- Tahap M : Parameter bobot π_g diestimasi pada iterasi ke- $(k+1)$ melalui persamaan (7) berikut

$$\hat{\pi}_g^{(k+1)} = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma(\hat{z}_{ig})^{(k)}}{n} \quad (7)$$

lalu estimasi parameter $\boldsymbol{\theta}_g$ ke- $(k+1)$ diperoleh melalui penyelesaian.

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G \gamma(z_{ig})^{(k)} \log [f_g(y_i | \boldsymbol{\theta}_g^{(k)})] \right] = 0 \quad (8)$$

Proses tahapan E dan M akan berlangsung secara iteratif hingga tercapai kriteria konvergen dimana fungsi *likelihood* bernilai tidak turun setelah iterasi ke- $(k+1)$ dan berlaku $L(\hat{\Phi}^{(k+1)}) \geq L(\hat{\Phi}^{(k)})$.

2.3 Uji Goodness of Fit

Uji *Goodness of Fit* digunakan untuk identifikasi data berdistribusi univariat multimodal. Identifikasi distribusi data dilakukan menggunakan metode Anderson-Darling. Metode tersebut untuk menguji apakah sampel data berasal dari suatu populasi dengan distribusi tertentu. Hipotesis yang digunakan untuk pengujian data sebagai berikut:

H_0 : Data terdistribusi sesuai dengan distribusi yang diuji

H_1 : Data tidak terdistribusi dengan distribusi yang diuji

Statistik uji:

$$AD = -n - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2i-1}{n} \right) [\ln(F(U_i)) + \ln(1 - F(U_{n+1-i}))] \quad (9)$$

dengan $F(U_i)$ merupakan nilai fungsi distribusi kumulatif normal baku di U_i . Modifikasi dari metode Anderson-Darling menggunakan rumus berikut:

$$AD^* = AD \left(1 + \frac{0.75}{n} + \frac{2.25}{n^2} \right) \quad (10)$$

$$c_\alpha = a_\alpha \left(1 - \frac{b_\alpha}{n} + \frac{d_\alpha}{n^2} \right) \quad (11)$$

dimana c_α merupakan nilai kritis dan nilai $a_\alpha, b_\alpha, d_\alpha$ ditunjukkan dalam tabel kritis Anderson-Darling [8]. Hipotesis null akan ditolak jika $AD^* > c_\alpha$ atau $p\text{-value} < \alpha$.

2.4 Uji Signikansi Model

Uji signifikansi model dilakukan menggunakan uji *bootstrap likelihood ratio test statistics* (BLRT). Uji berbasis BLRT digunakan untuk menentukan jumlah komponen *mixture* yang sesuai untuk memodelkan data[9]. Hipotesis untuk menentukan banyaknya jumlah komponen *mixture* sebagai berikut [10]:

H_0 : $K = K_0$ (model *finite mixture* memiliki K_0 komponen)

H_1 : $K = K_1 = K_0 + 1$ (model *finite mixture* memiliki K_1 komponen)

Statistik uji:

$$p\text{-value} = 1/B \sum_{b=1}^B I(lrs_1^{(b)} > lrs_0) \quad (12)$$

dengan I merupakan fungsi indikator, $lrs_1^{(b)}$ merupakan *likelihood ratio statistics* yang dibangkitkan dari data sampel baru dan diproses sebanyak B kali, serta lrs_0 yang merupakan *likelihood ratio statistics* dari observasi untuk estimator parameter pada hipotesis null dan hipotesis alternatif. Hipotesis null akan ditolak jika $p\text{-value} < \alpha$, dengan tingkat signifikansi (α) sebesar 0,05.

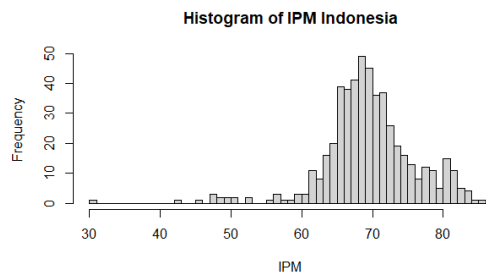
2.5 Pemilihan Model

Pemilihan model terbaik pada *finite mixture* dilakukan untuk penentuan jumlah komponen *mixture* yang tepat untuk mewakili pola pengelompokan distribusi data. *Akaike Information Criterion* (AIC) [11] merupakan salah satu ukuran berbasis kriteria yang sering digunakan. Adapun ukuran AIC didefinisikan sebagai berikut:

$$AIC = -2\ln L(\hat{\phi}) + 2p \tag{13}$$

,dengan $L(\hat{\phi})$ merupakan fungsi *likelihood* dari estimator maksimum *likelihood* ϕ dan p merupakan banyak parameter model *finite mixture*.

3 HASIL DAN PEMBAHASAN



Gambar 1: Histogram Data IPM

Grafik distribusi data IPM pada Gambar 1 memperlihatkan adanya puncak distribusi yang lebih dari satu sehingga dapat diduga data mengikuti pola multimodal. Terdapat juga kemencengan yang ditemukan serta distribusi data dengan karakteristik *heavy-tailed*. Uji *Goodness of Fit* pada pembahasan selanjutnya akan memastikan adanya pola multimodal pada data.

Tabel 1. Goodness of Fit

Distribusi	Nilai AD*	<i>p-value</i>
Normal	7,211	<0,005

Uji *Goodness of Fit* dilakukan berdasarkan distribusi tertentu. Distribusi model umum yang digunakan adalah normal. Tabel 1 memperlihatkan nilai Anderson-Darling dan *p-value* untuk distribusi yang diujikan. Diperoleh hasil *p-value* yang kurang dari tingkat signifikansi (α) sebesar 0,05. Kesimpulannya data IPM tidak mengikuti unimodal distribusi tertentu.

Tabel 2. Bootstrap Likelihood Ratio Test Statistics

Hipotesis	LRTS	<i>p-value</i>
H0:1 vs H1: 2	82,977	0,001
H0:2 vs H1: 3	52,881	0,001

Uji signifikansi model dengan BLRT dilakukan untuk mengetahui model yang sesuai untuk data IPM. Berdasarkan hasil pada Tabel 2 untuk H0: satu komponen vs H1: dua komponen dan H0: dua komponen vs H1: tiga komponen diperoleh *p-value* yang kurang dari tingkat signifikansi (α) sebesar 0.05. Disimpulkan bahwa model *finite mixture* sesuai digunakan un-

tuk memodelkan data IPM dengan jumlah komponen maksimum sebanyak tiga komponen *mixture*.

Tabel 3. Ukuran Kriteria

Komponen	K=2	K=3	K=4	K=5
AIC	3292,22	3279,30	3284,15	3291,69

Pemilihan model *finite mixture* terbaik dilakukan untuk penentuan jumlah komponen optimal. Model dengan ukuran AIC terkecil merupakan hasil pemodelan terbaik. Tabel 3 memperlihatkan hasil ukuran AIC untuk masing-masing model dengan jumlah komponen dua hingga lima. Diperoleh hasil ukuran AIC terkecil sebesar 3279,298 untuk model dengan tiga komponen, sehingga model *finite mixture* tersebut merupakan pemodelan terbaik. Model *finite mixture* terbaik dapat dilihat pada persamaan (14) di bawah ini

$$h(x_i|\Phi) = \hat{\pi}_1 f_1(\hat{\mu}_1, \hat{\omega}_1^2, \hat{\alpha}_1, \hat{\nu}_1) + \hat{\pi}_2 f_2(\hat{\mu}_2, \hat{\omega}_2^2, \hat{\alpha}_2, \hat{\nu}_2) + \hat{\pi}_3 f_3(\hat{\mu}_3, \hat{\omega}_3^2, \hat{\alpha}_3, \hat{\nu}_3) \quad (14)$$

dengan estimasi parameter bobot $\hat{\pi}_1 = 0,15619$, $\hat{\pi}_2 = 0,80675$, dan $\hat{\pi}_3 = 0,03705$. Hasil estimasi parameter distribusi *skew-t* untuk komponen pertama yaitu $\hat{\mu}_1 = 78,314$, $\hat{\omega}_1^2 = 9,056$, $\hat{\alpha}_1 = 0,403$, komponen kedua yaitu $\hat{\mu}_2 = 70,856$, $\hat{\omega}_2^2 = 17,897$, $\hat{\alpha}_2 = -0,931$, sedangkan komponen ketiga yaitu $\hat{\mu}_3 = 56,247$, $\hat{\omega}_3^2 = 78,268$, $\hat{\alpha}_3 = -1,853$ serta $\hat{\nu}_1 = \hat{\nu}_2 = \hat{\nu}_3 = \hat{\nu} = 100$. Berdasarkan hasil tersebut dapat disimpulkan klaster pertama berisi 15,62% populasi atau 80 kabupaten/kota dengan nilai rata-rata IPM sebesar 78,317, klaster kedua berisi 80,67% populasi atau 415 kabupaten/kota dengan nilai rata-rata IPM sebesar 70,856, dan klaster ketiga berisi 3,705% populasi atau 19 kabupaten/kota dengan nilai rata-rata IPM sebesar 56,247.

Secara keseluruhan klaster pertama didominasi wilayah dengan status IPM tinggi hingga sangat tinggi seperti kota Jakarta Pusat, kota Bandung, dan kota Surabaya. Klaster kedua didominasi wilayah dengan status IPM sedang hingga tinggi seperti Belitung, Klaten, dan Kutai, sedangkan klaster ketiga didominasi wilayah dengan status IPM rendah seperti Pegunungan Arfak, Asmat, dan Intan Jaya.

4 KESIMPULAN

Data indeks pembangunan manusia kabupaten/kota di Indonesia yang dimodelkan dengan *finite mixture skew-t* menghasilkan jumlah komponen terbaik sebanyak tiga komponen *mixture*. Ketiga komponen menggambarkan jumlah klaster yang terbentuk berdasarkan besaran IPM kabupaten/kota di Indonesia. Klaster pertama dengan rata-rata IPM 78,317 didominasi oleh wilayah dengan status IPM tinggi hingga sangat tinggi, klaster kedua dengan rata-rata IPM 70,856 didominasi wilayah dengan status IPM sedang hingga tinggi, sedangkan klaster ketiga dengan rata-rata IPM 56,247 didominasi oleh wilayah dengan status IPM rendah.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Badan Perencanaan Pembangunan Nasional (Bappenas). *Visi Indonesia 2045*. Jakarta, (2019).
- [2] Badan Pusat Statistik Jakarta. *Indeks Pembangunan Manusia 2018*. Jakarta Pusat : Badan Pusat Statistik, (2019).
- [3] Lin TI, Lee JC, Hsieh WJ. Robust mixture modeling using the skew t distribution. *Stat Comput* .17: 81–92, (2007).

- [4] Badan Pusat Statistik Jakarta. *Indeks Pembangunan Manusia 2019*. Jakarta Pusat : Badan Pusat Statistik, (2020).
- [5] Azzalini A, Capitanio A. Distribution generated by perturbation of symmetry with emphasis on a multivariate skew t distribution. *J Royal Stat Soc: B Met.* 65(2), 367-389, (2003).
- [6] McLachlan, G.J. dan Peel, D. *Finite mixture models*. New York: Wiley, (2000).
- [7] Dempster, A.P., Laird, N.M. dan Rubin, D.B. Maximum Likelihood from Incomplete Data Via the EM Algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*. 39(1), page 1-22, (1977).
- [8] Zaiants, C. 2017. One Sample Anderson Darling Test. <http://www.realstatistics.com/non-parametric-tests/goodness-of-fit/tests/anderson-darlingtest/>. Diakses pada 15 Maret 2021.
- [9] Feng, Z.D. dan McCulloch, C.E. Using Bootstrap Likelihood Ratios in Finite Mixture Models. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*. 58(3), hal.609–617, (1996).
- [10] Susanto, I., dan Handajani, S. S. “Pengelompokan Rumah Tangga di Indonesia Berdasarkan Pendapatan per Kapita dengan Model Finite Mixture”. *MEDIA STATISTIKA*, Volume 13(1), 13-24, (2020).
- [11] Akaike H. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. *Proceeding of the Second International Symposium on Information Theory*, B.N Petrov and F. Caski, eds, 267-281, (1973).

ISSN 2829-3770



9

772829

377007