PROSIDING

Konferensi Nasional Matematika XX Tahun 2021

Dipublikasikan Online Pada :
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology
e-ISSN : 2829-3770

Powered by IndoMS

Organized by Universitas Pattimura

PROSIDING

KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XX

"Peranan Ilmu Matematika dalam Menjawab Tantangan Bangsa yang Semakin Kompleks dan Dinamis di Era Revolusi Industri 4.0"

Diterbitkan oleh Universitas Pattimura

e-ISSN: 2829-3770
DOI issue: https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX

Dipublikasikan online pada:
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology

Terindeks Oleh:

Mei 2022

Editor:

Dr. Harmanus Batkunde, S.Si., M.Si., Berny P. Tomasouw, S.Si., M.Si.,
Taufan Talib, S.Pd., M.Si., M. I. Tilukay, S.Si., M.Si., Monalisa E. Rijoly, S.Si., M.Sc.
Z.A. Leleury, S.Si., M.Si, M. B. Mananggel, S.Pd., M.Pd., L. J. Sinay, S.Si., M.Sc.,
Y. A. Lesnussa, S.Si., M.Si. Vicardy Kempa, S.Si., M.Si. M. Yahya Matdoan, S.Si., M.Si.
Novalin C. Huwaa, S.Pd., M.Sc., D. L. Rahakbauw, S.Si., M.Si.

Design cover:

L. J. Sinay, S.Si., M.Sc

Ukuran: 29,7 x 21 cm

Tim *Reviewer*

1. Prof. Dr. Budi Nurani Ruchjana, M.S. (Universitas Padjajaran)
2. Prof. Dr. T. G. Ratumanan, M.Pd. (Universitas Pattimura)
3. Prof. Dr. W. Mataheru (Universitas Pattimura)
4. Dr. Eka Kurnia Lestari.(Universitas Singapebangsa)
5. Dr. Yundari. (Universitas Tanjungpura)
6. Dr. Delsi Kariman (STKIP PGRI Sumatera Barat)
7. Dr. Ch. Laamena. (Universitas Pattimura)
8. Dr. Moch Idris. (Universitas Lambung Mangkurat)
9. Dr. Daniel Salim. (Universitas Parahyangan)
10. Dr. Al Azhary Masta.(Universitas Pendidikan Indonesia)
11. Dr. Risnawita. (IAIN Bukittinggi)
12. Dr. Nicky K. Tumalun.(Universitas Negeri Manado)
13. Dr. Susilawati. (Politeknik Bengkalis Riau)
14. Dr. Debi Oktia Haryeni (Universitas Pertahanan)
15. Dr. Anderson Palinussa (Universitas Pattimura)
16. Dr. Harmanus Batkunde. (Universitas Pattimura)

DAFTAR ISI

KOMBINATORIK

PENDIDIKAN MATEMATIKA

MATEMATIKA TERAPAN

STATISTIKA

https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX.299-312

MODEL MATEMATIS RUTE WISATA DI RIAU DENGAN MENGGUNAKAN PEMROGRAMAN GOL

Ihda Hasbiyati[1,*], **Hasriati**[2], **T. P. Nababan**[2]

[1] Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau, Indonesia
[2] Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Riau, Indonesia
[*]e-mail: ihdahasbiyati@gmail.com

Abstrak. *Salah satu pengelolaan wisata yang penting adalah pengelolaan rute perjalanan wisata. Pengelolaan rute perjalanan wisata yang dilakukan adalah dengan meminimumkan total waktu perjalanan sehingga bisa meminimumkan total biaya perjalanan. Biaya perjalanan yang murah akan menarik minat wisatawan untuk berkunjung ke Riau. Peneliti tertarik mengkonstruksi model matematis rute perjalanan wisata di Riau sehingga diperoleh total waktu perjalanan dan total biaya perjalanan yang optimal. Meminimumkan rute perjalanan kendaraan tidak hanya meminimumkan jarak perjalanan, tetapi juga terdapat beberapa tujuan yang lain, seperti meminimumkan total waktu perjalanan, meminimumkan total biaya, memaksimalkan jumlah pelanggan yang dilayani, meminimumkan waktu distribusi, dan memaksimalkan kapasitas angkut kendaraan. Pengelolaan rute perjalanan wisata pada penelitian ini difokuskan untuk perjalanan darat. Wisatawan akan mengetahui berapa total waktu perjalanan dan total biaya perjalanan yang mereka perlukan ketika mengunjungi daerah-daerah wisata di Riau daratan. Model matematis dibuat dengan menggunakan pemrograman gol. Pemrograman gol dipilih karena pemrograman gol dinilai paling efektif untuk menyelesaikan masalah fungsi tujuan yang mempunyai lebih dari satu tujuan. Sehingga hal ini sesuai dengan tujuan penelitian ini yaitu meminimumkan total waktu perjalanan dan meminimumkan total biaya perjalanan.*

Kata kunci: biaya perjalanan wisata, jarak perjalanan wisata, LINGO, Pemrograman gol, rute banyak tujuan,

1 PENDAHULUAN

Salah satu destinasi wisata di Indonesia ada di Riau. Meskipun destinasi wisata di Riau belum terkenal seperti Bali, tapi keindahan alam dan budaya Riau dapat menarik minat wisatawan untuk mengunjungi Riau. Untuk itu diperlukan pengelolaan yang baik agar destinasi wisata di Riau dapat menarik wisatawan untuk berkunjung ke Riau, dan destinasi wisata di Riau bisa terkenal tidak hanya oleh wisatwan Indonesia saja tapi juga mancanegara. Banyak tempat wisata yang menarik untuk dikunjungi di Riau, dari keindahan alam, keindahan budaya seperti seni tari, dan juga peninggalan bersejarah/cagar budaya seperti candi muara takus.

Salah satu pengelolaan yang sangat penting untuk destinasi wisata di Riau adalah pengelolaan rute perjalanan wisata. Karena adanya keterbatasan waktu wisatawan dalam mengunjungi Riau, maka pada umumnya para wisatawan ingin memaksimalkan kunjungan ke beberapa tempat wisata dengan mengefisienkan waktu kunjung yang ada dan rute kunjungan ke tempat wisata. Selain itu, biro perjalanan wisata sebagai penyedia jasa yang mengantar para wisatawan berwisata juga ingin mengoptimalkan rute perjalanan agar diperoleh keuntungan optimal. Penentuan rute perjalanan wisata dengan tujuan meminimumkan total waktu perjalanan dan jarak perjalanan yang memenuhi kendala-kendala yang diberikan. Penentuan rute perjalanan kendaraan pada kenyataannya tidak hanya sebatas meminimumkan jarak, melainkan terdapat beberapa tujuan yang lain, seperti meminimumkan biaya, memaksimalkan pelanggan yang dilayani, meminimumkan waktu distribusi, dan memaksimalkan kapasitas angkut kendaraan.

Masalah rute destinasi wisata, menjadi bagian dari masalah transportasi. Transportasi yang memiliki data random dapat dilihat pada [1].

Dalam penelitian ini, penulis memfokuskan pada 6 dari 12 kota/kabupaten di Riau yaitu, Kampar (Bangkinang), Pelelawan (Pangkalan Kerinci), Rokan Hulu (Pasir pengaraian), Siak (Siak Sri Indrapura), Pekanbaru dan Dumai. Pemilihan 6 kota/kabupaten ini berdasarkan ketersediaan akses jalan dan akomodasi yang memadai. Kota-kota yang dipilih memiliki akses jalan raya yang terhubung satu sama lainnya dan memiliki lebih dari satu akses jalan raya. Kota yang dipilih juga merupakan kota wisata yang jumlah destinasi wisatanya minimal 3, serta destinasi wisatanya dapat diakses dengan menggunakan mobil.

Model pemrograman gol dipilih karena penulis memiliki lebih dari satu tujuan optimisasi yaitu, meminimumkan biaya, meminimumkan jarak dan meminimumkan waktu.

Mengingat begitu pentingnya pengelolaan rute perjalanan wisata, dalam penelitian ini khusus untuk destinasi wisata di riau, maka peneliti tertarik meneliti masalah model matematis untuk optimisasi rute perjalanan wisata di Riau dengan menggunakan pemrograman gol.

2 TUJUAN PENELITIAN

Tujuan yang akan dicapai dalam penelitian ini adalah;

1. Membentuk model matematika dengan menggunakan pemrograman gol untuk menyelesaikan masalah optimisasi rute perjalanan wisata di Riau.
2. Mencari solusi optimal rute perjalanan wisata di Riau, yaitu mencari total waktu minimum dan total biaya minimum dengan bantuan software LINGO

3 METODOLOGI

Berikut diberikan teori yang relevan yang akan digunakan dalam penelitian ini, yaitu mengenai *Traveling Salesman Problem* (TSP), pemrograman gol, data objek wisata dan data hotel yang ada di sepuluh kota destinasi wisata di Riau.

3.1 Traveling Salesman Problem

TSP merupakan suatu masalah optimisasi dalam mencari rute terpendek seorang salesman yang mendistribusikan produknya dengan melakukan perjalanan yang dimulai dari kota awal menuju ke sejumlah n kota dan kemudian kembali ke kota awal untuk meminimalkan jarak perjalanan dan setiap kota hanya dikunjungi satu kali. Misalkan c_{ij} adalah biaya perjalanan dari kota i ke kota j dan

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{jika ada perjalanan dari } i \text{ ke } j \\ 0, \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

Fungsi tujuannya,

$$\min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \qquad (1)$$

dengan kendala sebagai berikut:

(i) Setiap kota didatangi hanya satu kali, sehingga
$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}$, dengan $i \neq j$, $i = 1,2,\dots,n$

(ii) Setiap kota ditinggalkan hanya satu kali, sehingga

$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$, dengan $i \neq j, j = 1,2, \dots, n$

(iii) Adanya subrute

Subrute menyebabkan tidak semua kota tujuan bisa dikunjungi. Untuk mencegah subrute, Miller et al. [2] memformulasikan sebuah kendala yaitu, Jika u_j adalah urutan posisi kota j pada rute, maka

$u_j \geq u_i + 1 - \left(1 - x_{ij}\right)n$, untuk $i \neq j, i = 1,2, \dots, n, j = 1,2, \dots, n$

Rute kendaraan pada masalah TSP merupakan cycle Hamilton yaitu *path* tertutup yang memuat semua node pada graf yang merepresentasikan jaringan jalan yang menghubungkan tiap kota. Tujuannya adalah menentukan rute perjalanan yang fisibel sedemikian hingga jarak tempuh yang melalui rute tersebut minimum. Menurut Garfinkel dan Nemhauser [3] secara matematis TSP dapat dinyatakan sebagai suatu graf berarah $G = (V, A)$ dengan $V = 0,1, \dots, n$ menyatakan himpunan node yang menunjukkan lokasi kota dan $A = \{(i, j) | i, j \epsilon V, i \neq j\}$ merupakan himpunan sisi berarah yang menyatakan jalan penghubung tiap kota. Node 0 menyatakan kota asal yang merupakan tempat.

Penyelesaian terhadap permasalahan TSP adalah untuk memperoleh jalur terpendek. Penyelesaian eksak terhadap masalah TSP mengharuskan untuk melakukan perhitungan terhadap semua kemungkinan rute yang dapat diperoleh, kemudian akan dipilih salah satu rute yang terpendek. Untuk itu jika terdapat k kota yang harus dikunjungi, maka terdapat $k!$ kombinasi kota yang akan dibandingkan jaraknya masing-masing. Dengan cara ini waktu komputasi yang dibutuhkan akan jauh meningkat seiring dengan bertambahnya jumlah kota yang harus dikunjungi.

3.2 Pemrograman Gol

Pemrograman gol merupakan bagian dari pemrograman matematis yang mirip sekali dengan pemrograman linier. Pada pemrograman linier hanya mempunyai satu fungsi tujuan, namun kenyataannya banyak persoalan yang melibatkan lebih dari satu fungsi tujuan. Selain itu, pemrograman linier tidak selalu tepat dan layak bagi suatu permasalahan tertentu. Misalnya;

1. Pertentangan tujuan. Manajemen mungkin menghadapi pertentangan tujuan antara meminimumkan biaya atau memaksimumkan pelayanan kepada pelanggan. Padahal tingginya tingkat pelayanan akan menjadikan biaya pelayanan semakin tinggi.
2. Perbedaan fungsi tujuan. Misalnya, tujuannya adalah menentukan jumlah unit produksi yang akan memaksimumkan keuntungan atau memaksimumkan market share.
3. Kesulitan mengukur tujuan. Misalnya, tujuannya adalah memaksimumkan tingkat pelayanan pada pelanggan. Hal tersebut tentunya sulit diukur. Dalam kasus-kasus di atas, kadang tidak ada titik yang fisibel (solusi layak) yang bisa mengoptimalkan semua tujuan.

Untuk mengatasi ini, teknik pemrograman gol digunakan. Pemrograman gol adalah kelanjutan dari pemrograman linier yang digunakan untuk menyelesaikan masalah program linier dengan fungsi obyektif majemuk atau fungsi tujuan yang lebih dari satu. Adapun tiap fungsi tujuan dinyatakan sebagai gol.

Tujuan dari pemrograman gol adalah untuk meminimumkan penyimpangan dalam mencapai tujuan suatu masalah. Oleh karena itu, setiap gol merupakan bagian dari fungsi tujuan. Jadi, pendekatan dasar yang digunakan dalam pemrograman gol adalah meminimalkan deviasi antara sasaran yang ditetapkan dan usaha yang akan dilakukan dalam suatu himpunan kendala sistem. Dengan demikian, model program sasaran hanya melibatkan masalah meminimalkan. Berbeda dengan pemrograman linier yang hanya mempunyai satu fungsi tujuan, banyak persoalan yang melibatkan lebih dari satu fungsi tujuan. Dalam kasus seperti ini kadang tidak ada titik yang feasibel yang bisa mengoptimalkan semua tujuan.

Untuk mengatasi ini, teknik pemrograman gol bisa digunakan. Setiap model pemrograman gol paling sedikit terdiri dari tiga komponen, yaitu:

1. Fungsi Tujuan. Ada tiga jenis fungsi tujuan dalam goal programming, yaitu:
   a. Minimumkan $Z = \sum_{i=1}^{m} d_i^- + d_i^+$, digunakan jika variabel simpangan dalam suatu masalah tidak dibedakan menurut prioritas atau bobot.
   b. Minimumkan $Z = \sum_{i=1}^{m} P_k(d_i^- + d_i^+)$, untuk $k = 1,2,\dots,K$, digunakan dalam suatu masalah dimana urutan tujuan-tujuan diperlukan, tetapi variabel simpangan di dalam setiap tingkat prioritas memiliki kepentingan yang sama.
   c. Minimumkan $Z = \sum_{i=1}^{m} W_{ki}P_k(d_i^- + d_i^+)$ untuk $k = 1,2,\dots,K$, tujuan-tujuan diurutkan dan variabel simpangan pada setiap tingkat prioritas dibedakan dengan menggunakan bobot yang berlainan.
2. Kendala Tujuan. Ada enam jenis kendala tujuan yang berlainan. Maksud setiap jenis kendala itu ditentukan oleh hubungannya dengan fungsi tujuan.

Tabel 1. Jenis-jenis Kendala Tujuan

Kendala tujuan	Variabel simpangan dalam fungsi tujuan	Kemungkinan simpangan	Penggunaan nilai RHS yang diinginkan
$a_{ij}x_j + d_i^- = b_i$	d_i^-	negatif	$= b_i$
$a_{ij}x_j - d_i^+ = b_i$	d_i^+	positif	$= b_i$
$a_{ij}x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^-	negatif dan positif	b_i atau lebih
$a_{ij}x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^-	negatif dan positif	b_i atau kurang
$a_{ij}x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^- dan d_i^+	negatif dan positif	$= b_i$
$a_{ij}x_j - d_i^+ = b_i$	d_i^+ (artf.)	tidak ada	pas $= b_i$

Pada Tabel 1, terlihat bahwa setiap jenis kendala tujuan harus punya satu atau dua variabel simpangan yang ditempatkan pada fungsi tujuan. Dimungkinkan adanya kendala-kendala yang tidak memiliki variabel simpangan. Kendala-kendala ini sama seperti kendala-kendala persamaan linier.

3. Kendala Non-negatif. Seperti dalam pemrograman linier, variabel-variabel model pemrograman gol biasanya bernilai lebih besar atau sama dengan nol. Semua model pemrograman gol terdiri dari variabel simpangan dan variabel keputusan, sehingga pernyataan non negatif dilambangkan sebagai: $x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0$
4. Kendala Struktural. Disamping ketiga komponen yang telah disebutkan itu, dalam model pemrograman gol kadang-kadang terdapat komponen yang lain, yaitu, kendala struktural artinya kendala-kendala lingkungan yang tidak berhubungan langsung dengan tujuan-tujuan masalah yang dipelajari. Variabel simpangan tidak dimasukkan dalam kendala ini, karena itu, kendala ini tidak diikutsertakan dalam fungsi tujuan.

Model pemograman gol sudah sering digunakan untuk pemodelan masalah multi sasaran. Pemograman gol merupakan salah satu model matematis yang dapat djadikan sebagai dasar dalam pengambilan keputusan untuk menganalisis dan membuat solusi persoalan yang melibatkan banyak sasaran sehingga diperoleh slusi yang optimal. Model pemograman gol berusaha untuk meminimumkan penyimpangan diantara berbagai tujuan atau sasaran yang telah ditentukan sebagai targetnya, artinya nilai ruas kiri persamaan kendala sebisa mungkin dapat mendekati nilai ruas kanannya.

Model pemograman gol pertama kali diperkenalkan oleh Charnes dan Cooper [4] pada tahun 1955, yang merupakan perluasan dari program linear sehingga seluruh asumsi, notasi, formulasi matematika, prosedur perumusan model dan metode penyelesaian tidak banyak berbeda dengan program linear. Perbedaan pemograman gol dengan program linear adalah terdapat sepasang variabel penyimpangan pada fungsi tujuan dan fungsi kendala. Sama halnya dengan program liner, model ini juga memiliki tiga unsur utama, yaitu fungsi tujuan, fungsi kendala dan kendala non negatif.Ad a beberapa istilah yang dipergunakan dalam pemograman gol, yaitu

(i) Variabel Keputusan
Variabel keputusan adalah variabel yang mempengaruhi nilai tujuan yang hendak dicapai atau menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang akan dibuat. Variabel keputusan berada di bawah kontrol pengam- bilan keputusan, yang memiliki pengaruh terhadap solusi permasalahan dan keputusan yang akan diambil. Pada proses pembentukan suatu mo- del, menentukan variabel keputusan merupakan langkah pertama sebelum menentukan fungsi tujuan dan fungsi kendala.

(ii) Fungsi Tujuan
Fungsi matematis dari variabel-variabel keputusan yang menunjukkan hubungan dengan nilai sisi kanannya. Pada pemograman gol fungsi tu- juannya adalah untuk meminimumkan penyimpangan.

(iii) Nilai Sisi Kanan
Nilai-nilai yang menunjukkan ketersediaan sumber daya yang akan diten- tukan kekurangan atau penggunaannya.

(iv) Koefisien Teknologi
Nilai-nilai numerik yang akan dikombinasikan dengan variabel keputusan. Koefisien teknologi menunjukkan penggunaan terhadap pemenuhan nilai kanan.

(v) Variabel Penyimpangan
Variabel penyimpangan merupakan variabel yang menunjukkan ke- mungkinan penyimpangan-penyimpangan negatif dan positif dari nilai sisi kanan fungsi tujuan. Variabel penyimpangan negatif berfungsi un- tuk penyimpangan yang berada di bawah nilai sasaran yang dikehendaki, sedangkan variabel penyimpangan positif berfungsi untuk penyimpangan yang berada di atas nilai sasaran.

(vi) Kendala Tujuan
Tujuan yang diekspresikan dalam persamaan matematis yang memuat variabel penyimpangan.

(vii) Fungsi Tujuan Mutlak (Non negatif)
Tujuan yang tidak boleh dilanggar yang mempunyai penyimpangan posi- tif atau negatif bernilai besar sama dengan nol. Prioritas pencapaian dari fungsi tujuan ini berada pada urutan pertama dan solusi yang dapat dihasilkan adalah terpenuhi atau tidak terpenuhi.

(viii) Prioritas
Prioritas merupakan suatu sistem urutan dari banyaknya tujuan pada model yang memungkinkan tujuan-tujuan tersebut disusun secara ordinal dalam pemograman gol.

(ix) Pembobotan
Timbangan matematis yang dinyatakan dengan angka ordinal yang digu- nakan untuk membedakan variabel penyimpangan i dalam suatu tingkat prioritas k.

Pemograman gol dapat dibagi menjadi dua, yaitu pemograman gol pem- bobotan (*non-preemptive*) dan pemograman gol prioritas (*preemptive*). Pemro-graman gol pem-bobotan digunakan untuk permasalahan dengan banyak tujuan dengan semua tujuannya memiliki prioritas yang sama.

Model prioritas digunakan untuk permasalahan yang mengurutkan tujuan ber-dasarkan tingkat prioritas. Perbedaan model pembobotan dan prioritas adalah di fungsi tujuannya, sementara kendalanya sama.

Pada pemograman gol, sepasang variabel penyimpangan dan berfungsi untuk me-nam-pung penyimpangan yang akan terjadi pada nilai ruas kiri suatu persamaan kendala ter-hadap nilai ruas kanannya. Agar penyimpangan minimum, dimana nilai ruas kiri suatu persamaan kendala mendekati nilai ruas kanannya, maka variabel penyimpangan harus diminimumkan di dalam fungsi tujuan. Variabel penyimpangan pemograman gol dapat dibedakan menjadi dua yaitu d^+ dan d^-. Variabel penyimpangan d^+ untuk menampung penyimpangan di atas nilai sasaran (penyimpangan positif), sedangkan d^- untuk men-ampung penyimpangan di bawah nilai sasaran (penyimpangan negatif).

Pencapaian tujuan atau gol pada pemograman gol dapat dilakukan dengan cara meminimumkan variabel-variabel penyimpangan pada setiap fungsi tujuan. Artinya setiap nilai sasaran yang telah ditetapkan akan tercapai jika variabel penyimpangan bernilai nol. Berdasarkan penggunaan variabel penyimpangan dalam memenuhi nilai sasaran, kendala tujuan dibedakan menjadi tiga, yaitu

(i) Kendala tujuan untuk mewujudkan sasaran dengan nilai tertentu, Penyimpan-gan positif dan negatif harus diminimumkan untuk mendapatkan sasaran dengan nilai tertentu, sehingga kendala tujuan menjadi

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + d^- - d^+ = b_i, i = 1,2,\dots,n$$

dan fungsi tujuan menjadi

$$\min z = \sum_{i=1}^{n} (d_i^+ + d_i^-)$$

jika $d_i^+ > 0$, maka $d_i^- = 0$, begitu juga sebaliknya jika $d_i^- > 0$, maka $d_i^+ = 0$.

(ii) Kendala tujuan untuk mewujudkan sasaran di bawah nilai tertentu, Penyimpangan positif harus diminimumkan untuk memperoleh sasaran di bawah nilai tertentu, sehingga kendala tujuan menjadi

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - d^+ = b_i, i = 1,2,\dots,n$$

dan fungsi tujuan menjadi

$$\min z = \sum_{i=1}^{n} (d_i^+)$$

jika $d_i^+ = 0$, maka sasaran telah tercapai dan jika $d_i^+ > 0$, maka sasaran tidak tercapai

(iii) Kendala tujuan untuk mewujudkan suatu sasaran di atas nilai tertentu, Penyimpangan negatif harus diminimumkan untuk mendapatkan sasaran di atas nilai tertentu, sehingga kendala tujuan menjadi

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - d^- = b_i, i = 1,2, \dots, n$$

dan fungsi tujuan menjadi

$$\min z = \sum_{i=1}^{n} (d_i^+)$$

jika $d_i^- = 0$, maka sasaran telah tercapai dan jika $d_i^- > 0$, maka sasaran tidak tercapai.

3.3 Perumusan Pemrograman Gol

Perumusan masalah pemrograman gol hampir sama dengan perumusan masalah dalam pemrograman linier. Adapun langkah-langkah dalam perumusan pemrograman gol adalah:

a. Menentukan variabel keputusan, yaitu dengan menyatakan dengan jelas variabel keputusan yang tak diketahui. Makin tepat definisi akan makin mudah pekerjaan permodelan yang lain.
b. Menyatakan sistem kendala, yaitu menentukan nilai-nilai sisi kanan dan kemudian menentukan koefisien teknologi yang cocok dan variabel keputusan yang diikut sertakan dalam kendala. Juga perhatikan jenis penyimpangan yang diperbolehkan dari nilai kuantitas. Jika penyimpangan diperbolehkan dalam dua arah, tempatkan kedua variabel simpangan pada kendala itu. Jika penyimpangan hanya diperbolehkan pada satu arah, tempatkan hanya satu variabel simpangan yang tepat pada kendala yang bersangkutan.
c. Menentukan prioritas, yaitu dengan membuat urutan-urutan pada masing-masing tujuan. Jika persoalannya tidak memiliki urutan tujuan maka langkah ini dapat dilewati.
d. Menentukan bobot, yaitu dengan membuat penilaian terhadap deviasi pada masing-masing tujuan. Jika persoalannya tidak memiliki urutan tujuan maka langkah ini dapat dilewati.
e. Menyatakan fungsi tujuan, yaitu dengan memilih variabel simpangan yang akan dimasukkan kedalam fungsi tujuan.
f. Menyatakan keperluan non negatif. Langkah ini merupakan bagian resmi dari perumusan masalah goal programming

Uraian langkah-langkah perumusan pemograman gol adalah sebagai berikut:

(i) Penentuan variabel keputusan merupakan dasar dalam pembuatan model keputusan dalam menentukan solusi pemograman gol.
(ii) Menentukan tujuan-tujuan yang ingin dicapai untuk memperoleh hasil yang optimum
(iii) Perumusan fungsi tujuan setiap tujuan pada sisi kirinya ditambahkan dengan variabel simpangan, baik simpangan positif maupun simpangan negatif. Bentuk dari fungsi tujuan menjadi

$$f(x) + d_i^- = b_i, i = 1,2, \dots, n$$

(iv) Menentukan prioritas utama
Pada langkah ini akan dibuat urutan dari sasaran-sasaran yang berdasarkan keinginan dari pengambil keputusan dan keterbatasan sumber- sumber yang ada.
(v) Menentukan bobot setiap tujuan, langkah ini merupakan kunci dalam menentukan urutan suatu tujuan.
(vi) Menentukan fungsi pencapaian

Langkah ini dilakukan dengan memilih variabel penyimpangan yang benar untuk dimasukkan dalam fungsi pencapaian. Formulasi fungsi pencapaian dengan menggabungkan setiap tujuan dengan minimimumkan variabel penyimpangan sesuai prioritasnya.

(vii) Penyelesaian model pemograman gol

3.4 Data Jarak, Biaya dan waktu antar Kota

Dalam menentukan rute yang optimal untuk mengunjungi setiap kota yang ada di Provinsi Riau daratan dipengaruhi oleh data jarak antar kota, data biaya antar kota dan data waktu antar kota. Data jarak dan waktu diperoleh dari Aplikasi Google Maps sedangkan data biaya diperoleh dari aplikasi Google, sebagaimana pada Tabel 2, 3 dan 4 berikut,

Tabel 2. Data Jarak (Km)

p_{ij}	Bangkinang	Pangkalan Kerinci	Pasir Pengaraian	Siak Sri Indrapura	Pekanbaru	Dumai
Bangkinang	0	127	124	154	76	197
Pangkalan Kerinci	127	0	231	66	51	230
Pasir Pengaraian	124	231	0	258	180	189
Siak Sri Indrapura	154	66	258	0	78	193
Pekanbaru	76	51	180	78	0	179
Dumai	197	230	189	193	179	0

Tabel 3. Data Biaya (Ratus Ribu Rupiah)

c_{ij}	Bangkinang	Pangkalan Kerinci	Pasir Pengaraian	Siak Sri Indrapura	Pekanbaru	Dumai
Bangkinang	0	132	145	196	75	259
Pangkalan Kerinci	132	0	263	94	67	300
Pasir Pengaraian	145	263	0	329	199	248
Siak Sri Indrapura	196	94	329	0	132	218
Pekanbaru	75	67	199	132	0	233
Dumai	259	300	248	218	233	0

Tabel 4. Data Waktu (Menit)

t_{ij}	Bangkinang	Pangkalan Kerinci	Pasir Pengaraian	Siak Sri Indrapura	Pekanbaru	Dumai
Bangkinang	0	172	182	218	109	270
Pangkalan Kerinci	172	0	329	76	74	329
Pasir Pengaraian	182	329	0	324	268	261
Siak Sri Indrapura	218	76	324	0	117	320
Pekanbaru	109	74	268	117	0	241
Dumai	270	329	261	320	241	0

4 HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Asumsi-asumsi yang Digunakan

Wisatawan akan berlibur selama 6 hari 6 malam di Provinsi Riau untuk mengunjungi 6 kota. Pemilihan destinasi wisata pada pemodelan untuk permasalahan wisatawan berdasarkan tingkat kepopuleran dan berdasarkan ulasan wisatawan yang sudah pernah berkunjung yang dapat dilihat di google dan website-website/blog-blog yang berhubungan dengan wisata Riau.

Untuk menempuh rute wisata ini, wisatawan menghadapi berbagai kendala di lapangan. Kendala pertama adalah waktu yang terbatas. Kendala berikutnya adalah setiap destinasi yang dikunjungi hanya boleh didatangi dan ditinggalkan satu kali. Kendala terakhir adalah tidak boleh adanya subrute, yaitu keadaan dimana tidak semua destinasi bisa dikunjungi oleh wisatawan. Berdasarkan asumsi, data dan kendala yang dihadapi oleh wisatawan ini, akan diformulasikan sebuah model pemograman gol pembobotan berdasarkan TSP untuk menentukan rute wisata yang meminimalkan jarak, waktu dan biaya perjalanan.

4.2 Formulasi Pemrograman Gol Untuk Rute Wisata

Model pemograman yang digunakan pada tulisan ini adalah model pemograman gol pembobotan dengan bobot yang sama berdasarkan TSP. Metode gol pembobotan adalah metode yang semua tujuannya memiliki prioritas yang sama pentingnya, tidak diharapkan semua tujuan tercapai secara simultan. Sementara model TSP merupakan model untuk menentukan rute terpendek. Aplikasi model pemograman gol pembobotan berdasarkan TSP pada permasalahan ini digunakan untuk menentukan rute antar kota terpendek yang meminimumkan tujuan-tujuan yang ingin dicapai oleh wisatawan.

Langkah-langkah yang diperlukan untuk membuat suatu model permasalahan wisatawan adalah sebagai berikut:

(i) Menentukan variabel keputusan

Permasalahan rute wisata antar kota ini merupakan permasalahan TSP sehingga variabel keputusan x_{ij} bernilai 1 ketika adanya perjalanan dari kota i ke kota j dan 0 jika tidak ada perjalanan.

(ii) Notasi yang digunakan

i = kota awal
j = kota tujuan akhir
n = banyak kota
d_{ij} = jarak perjalanan dari kota i ke kota j
c_{ij} = biaya perjalanan dari kota i ke kota j
t_{ij} = waktu perjalanan dari kota i ke kota j
d_1^+ = variable penyimpangan positif untuk tujuan 1
d_2^+ = variable penyimpangan positif untuk tujuan 2
d_3^+ = variable penyimpangan positif untuk tujuan 3

(iii) Formulasi kendala tujuan

Beberapa tujuan yang ingin dicapai oleh wisatawan untuk mengambil keputusan dalam menentukan rute wisata terpendek adalah

Tujuan 1: Meminimumkan jarak perjalanan

Jarak perjalanan antar kota yang ditempuh oleh wisatawan dengan $n = 6,$ dapat dirumuskan menjadi,

$$\begin{aligned} \text{Jarak perjalanan } &= p_{11}x_{11} + p_{12}x_{12} + \cdots + p_{16}x_{16} + \\ & px_{21} + p_{22}x_{22} + \cdots + p_{27}x_{27} + \\ & \vdots \\ & p_{61}x_{71} + p_{62}x_{62} + \cdots + p_{66}x_{66} \end{aligned} \quad (2)$$

Persamaan (2) dapat disederhanakan menjadi,

$$\text{Jarak perjalanan} = \sum_{i=1}^{6} \sum_{j=1}^{6} p_{ij}x_{ij} \quad (3)$$

Tujuan pertama yang ingin dicapai oleh wisatawan adalah meminimalkan jarak perjalanan, sehingga persamaan (3) menjadi,

$$\min z = \sum_{i=1}^{6} \sum_{j=1}^{6} p_{ij}x_{ij} \quad (4)$$

Nilai sasaran pada kendala tujuan pertama dianggap besar sama dengan nol, sehingga kendala pertama pada persamaan (4) dapat dinyatakan oleh

$$\sum_{i=1}^{6} \sum_{j=1}^{6} p_{ij}x_{ij} \geq 0 \quad (5)$$

Kemudian dengan menambahkan variabel penyimpangan positif pada persamaan (5) untuk memperoleh jarak perjalanan minimum berdasarkan pemograman gol, kendala tujuan pertama dapat ditulis menjadi,

$$\sum_{i=1}^{6} \sum_{j=1}^{6} p_{ij}x_{ij} - d_1^+ = 0 \quad (6)$$

Persamaan (6) menjamin bahwa rute antar kota yang akan dilalui oleh wisatawan mempunyai jarak paling minimum.

Tujuan 2: Meminimumkan waktu perjalanan

Waktu perjalanan untuk rute wisata antar kota dengan $n = 6$ dapat dirumuskan menjadi

$$\begin{aligned} \text{Waktu perjalanan } &= t_{11}x_{11} + t_{12}x_{12} + \cdots + t_{16}x_{16} + \\ & t_{21}x_{21} + t_{22}x_{22} + \cdots + t_{26}x_{26} + \\ & \vdots \\ & t_{61}x_{61} + t_{62}x_{62} + \cdots + t_{66}x_{66} \end{aligned} \quad (7)$$

Persamaan (7) dapat disederhanakan menjadi

$$\text{Waktu perjalanan} = \sum_{i=1}^{6} \sum_{j=1}^{6} t_{ij}x_{ij} \quad (8)$$

Tujuan kedua yang ingin dicapai oleh wisatawan adalah meminimalkan waktu perjalanan, sehingga persamaan (8) menjadi,

$$\min z = \sum_{i=1}^{6} \sum_{j=1}^{6} t_{ij}x_{ij} \quad (9)$$

Nilai sasaran pada kendala tujuan kedua juga tidak ditentukan sehingga dianggap besar sama dengan nol, sehingga persamaan (9) menjadi,

$$\sum_{i=1}^{6} \sum_{j=1}^{6} t_{ij}x_{ij} \geq 0 \quad (10)$$

Kemudian dengan menambahkan variabel penyimpangan positif pada persamaan (10) untuk memperoleh waktu perjalanan minimum berdasarkan pemrograman gol, kendala tujuan kedua pada persamaan (10) dapat ditulis menjadi,

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} t_{ij}x_{ij} - d_2^+ = 0 \tag{11}$$

Persamaan (11) menjamin bahwa rute antar kota yang akan dilalui oleh wisatawan mempunyai waktu perjalanan paling minimum.

Tujuan 3: Meminimumkan biaya perjalanan
Biaya perjalanan akan berbanding lurus dengan jarak yang ditempuh. Besar biaya perjalanan untuk tiap perjalanan diperoleh berdasarkan persamaan (1). Biaya perjalanan untuk rute wisata antar kota dengan $n = 6$ dapat dirumuskan menjadi,

$$\begin{aligned} \text{Biaya perjalanan } &= c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \cdots + c_{16}x_{16} + \\ &\quad c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + \cdots + c_{26}x_{26} + \\ &\quad \vdots \\ &\quad c_{61}x_{61} + c_{62}x_{62} + \cdots + c_{66}x_{66} \end{aligned} \tag{12}$$

Persamaan (12) dapat disederhanakan menjadi

$$\text{Biaya perjalanan} = \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} c_{ij}x_{ij} \tag{13}$$

Tujuan ketiga yang ingin dicapai oleh wisatawan adalah meminimalkan biaya perjalanan, sehingga persamaan (13) menjadi,

$$\min z = \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} c_{ij}x_{ij} \tag{14}$$

Nilai sasaran untuk kendala tujuan ketiga dianggap besar sama dengan nol, sehingga persamaan (14) menjadi,

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} c_{ij}x_{ij} \geq 0 \tag{15}$$

Kemudian dengan menambahkan variabel penyimpangan positif pada persamaan (15) untuk memperoleh jarak perjalanan minimum berdasarkan pemograman gol, kendala tujuan ketiga dapat ditulis menjadi

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} c_{ij}x_{ij} - d_3^+ = 0 \tag{16}$$

Persamaan (16) menjamin bahwa biaya perjalanan minimum untuk rute antar kota yang akan dilalui oleh wisatawan.

(iv) Menentukan kendala/batasan

Kendala pertama adalah setiap kota hanya boleh didatangi satu kali. Artinya hanya satu kemungkinan perjalanan untuk datang ke kota i yang bernilai 1, sementara yang lainnya bernilai nol. Sehingga untuk $n = 6$, kendala kedua dapat dijabarkan menjadi

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{16} &= 1 \\ x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{26} &= 1 \\ x_{31} + x_{32} + \cdots + x_{36} &= 1 \\ x_{41} + x_{42} + \cdots + x_{46} &= 1 \\ x_{51} + x_{52} + \cdots + x_{56} &= 1 \\ x_{61} + x_{62} + \cdots + x_{66} &= 1 \end{aligned} \tag{17}$$

atau dalam bentuk sederhananya, kendala kedua pada persamaan (17) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^{6} x_{ij} = 1, \text{untuk } i = 1,2,\ldots,6 \tag{18}$$

Persamaan (18) menjamin bahwa setiap hotel yang didatangi hanya satu kali pada rute antar kota.

Kendala ketiga pada permasalahan ini adalah setiap kota yang dikunjungi oleh wisatawan hanya boleh ditinggalkan satu kali. Artinya hanya satu kemungkinan perjalanan wisatawan untuk meninggalkan kota j yang bernilai 1, se- mentara kemungkinan lainnya bernilai nol. Untuk n $= 7$, kendala ketiga dapat dijabarkan menjadi se- bagai berikut:

$$
\begin{aligned}
x_{11} + x_{21} + \cdots + x_{61} &= 1 \\
x_{12} + x_{22} + \cdots + x_{62} &= 1 \\
x_{13} + x_{23} + \cdots + x_{63} &= 1 \\
x_{14} + x_{24} + \cdots + x_{64} &= 1 \\
x_{15} + x_{25} + \cdots + x_{65} &= 1 \\
x_{16} + x_{26} + \cdots + x_{66} &= 1
\end{aligned} \tag{19}
$$

atau dalam bentuk sederhananya, kendala kedua pada persamaan (19) dapat dinyatakan oleh

$$\sum_{i=1}^{6} x_{ij} = 1, \text{ untuk } j = 1,2, \dots, 6 \tag{20}$$

Persamaan (20) menjamin bahwa setiap kota yang didatangi hanya satu kali.

Kendala permasalahan wisatawan yang terakhir adalah adanya sub- rute. Subrute adalah keadaan dimana wisatawan tidak dapat mengun- jungi semua kota sehingga terbentuk beberapa rute yang tidak diinginkan oleh wisatawan. Hal ini menyebabkan wisatawan hanya bolak-balik pada beberapa kota dan tidak bisa mengujungi kota yang lainnya. Kendala subrute merupakan kendala permasalahan TSP. Untuk menghindari terjadinya subrute, diperlukan batasan sebagaimana batasan model TSP, yaitu

$$u_j \geq u_i + 1 - \left(1 - x_{ij}\right)n \tag{21}$$

dengan u_j merupakan urutan posisi kota j dalam rute perjalanan.

Kemudian dengan mensubstitusikan $n = 6$ pada persamaan (21) diperoleh,

$$
\begin{aligned}
u_j &\geq u_i + 1 - \left(1 - x_{ij}\right)7 \\
u_i - u_j + 6x_{ij} &\leq 5
\end{aligned} \tag{22}
$$

Persamaan (22) menjamin bahwa tidak ada subrute pada rute antar kota.

(v) Menentukan fungsi pencapaian

Di dalam praktek, wisatawan diharuskan membuat keputusan mengenai rute mana yang terbaik sebelum melakukan wisata. Wisatawan harus tetap memperhatikan kendala-kendala sumber daya yang dimilikinya. Wisatawan ingin meminimalkan jarak, waktu dan biaya, sehingga formulasi fungsi tujuan yang ingin dicapai dengan menetapkan sasaran teknis dan finansial yang berada di bawah sumber daya yang dimiliki oleh wisatawan untuk meminimumkan semua variabel penyimpangan yaitu d_1^+, d_2^+ dan d_3^+ sebagai berikut,

$$\min z = d_1^+ + d_2^+ + d_3^3$$

atau dapat ditulis,

$$\min z = \sum_{i=1}^{3} d_i^+$$

(vi) Formulasi model

Formulasi model pemograman gol pembobotan berdasarkan TSP untuk menentukan rute wisata di Riau berdasarkan langkah-langkah diatas adalah,

$$\min z = \sum_{i=1}^{3} d_i^+$$

dengan kendala tujuan

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} p_{ij}x_{ij} - d_1^+ = 0$$
$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} t_{ij}x_{ij} - d_2^+ = 0$$
$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} c_{ij}x_{ij} - d_3^+ = 0$$
$$\sum_{j=1}^{6} x_{ij} = 1, \text{untuk } i = 1,2,\dots,6$$
$$\sum_{i=1}^{6} x_{ij} = 1, \text{untuk } j = 1,2,\dots,6$$
$$u_i - u_j + 6x_{ij} \leq 5$$
$$d_1^+, d_2^+, d_3^3, x_{ij} \geq 0$$

4.3 Analisi Rute Wisata Antar Hotel dan Antar Destinasi Wisata

Analisis rute wisata antar kota menggunakan bantuan aplikasi LINGO dengan titik awal dimulai dari kota bangkinang, dan hasil yang diperoleh adalah total biaya yang diperlukan untuk berwisata selama 6 hari pada 6 kota adalah Rp398.000, jarak yang ditempuh 219km, waktu tempuh selama 416menit dan dengan rute sebagai berikut: Bangkinang – Pekanbaru – Pangkalan kerinci – Siak Sri Indrapura – Pasir pengaraian – Dumai.

Sebagai perbandingan, jika tidak menggunakan pemrograman gol, dengan rute yang sama, memerlukan biaya sebesar Rp. 813.000, jarak tempuh 639km, dan waktu tempuh selama 844menit, nilai ini diambil dari table 2, 3 dan 4 dengan menjumlahkan secara langsung yaitu untuk biaya 75+67+94+329+248=813, untuk jarak 75+51+66+258+189=639 dan untuk waktu tempuh 109+74+76+324+261.

5 KESIMPULAN

Pemrograman gol dapat meminimalkan permasalahan rute perjalanan wisata di Riau. Dengan menggunakan model pemrograman gol, biaya yang digunakan lebih sedikit dibandingkan dengan tanpa menggunakan model pemrograman gol, begitu juga dengan jarak dan waktu tempuh, hal ini terlihat dari biaya untuk perjalanan yang tanpa menggunakan model pemrograman gol sebesar Rp. 813.000 sedangkan dengan menggunakan model pemrograman gol menjadi Rp. 398.000, begitu juga untuk jarak tempuh, jika tanpa menggunakan model pemrograman gol jarak tempuh sebesar 639 km, sedangkan jika menggunakan model pemrograman gol menjadi 219 km, selanjutnya untuk waktu tempuh juga lebih optimal dengan menggunakan model pemrograman gol, yaitu dari 844 menit menjadi 416 menit.

DAFTAR PUSTAKA

[1] I. Hasbiyati, "Analysis of Multi-Stage Stochastic Optimization Model for Stochastic Transportation Problems", *Journal of Transportation Systems*, 4 (1), 21-25, (2019).

[2] C. E. Miller, A. W. Tucker, and R. A. Zemlin, "Integer Programming Formulations and Traveling Salesman Problems", *Journal of AMC.*, 7(1), 326-329, (1960).

[3] R. S. Garfinkel, and G. L. Nemhauser, *Integer Programming*, John Wiley & Sons,(1972).

[4] A. Charnes, W. Cooper, and R. Ferguson, “Optimal Estimasi of Executive Compensation by Linear Programming”, *Management Science.*, 1(1), 138-151, (1995).

ISSN 2829-3770