

Konferensi Nasional MATEMATIKA 20 21



PROSIDING

Konferensi Nasional Matematika XX
Tahun 2021

Dipublikasikan Online Pada :
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology
e-ISSN : 2829-3770

Powered by
IndoMS



Organized by
Universitas Pattimura

PROSIDING

KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XX

“Peranan Ilmu Matematika dalam Menjawab Tantangan Bangsa yang Semakin Kompleks dan Dinamis di Era Revolusi Industri 4.0”

Diterbitkan oleh Universitas Pattimura

@Hak Cipta dilindungi Undang-undang

e-ISSN: 2829-3770

DOI issue: <https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX>

Dipublikasikan online pada:

Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology

Terindeks Oleh:



Mei 2022

Editor:

Dr. Harmanus Batkunde, S.Si, M.Si, Berny P. Tomasouw, S.Si, M.Si,
Taufan Talib, S.Pd., M.Si, M. I. Tilukay, S.Si, M.Si, Monalisa E. Rijoly, S.Si, M.Sc.
Z.A. Leleury, S.Si, M.Si, M. B. Mananggal, S.Pd., M.Pd., L. J. Sinay, S.Si, M.Sc.,
Y. A. Lesnussa, S.Si, M.Si. Vicardy Kempa, S.Si, M.Si. M. Yahya Matdoan, S.Si, M.Si.
Novalin C. Huwaa, S.Pd., M.Sc., D. L. Rahakbauw, S.Si, M.Si.

Design cover:

L. J. Sinay, S.Si, M.Sc

Ukuran: 29,7 x 21 cm

Tim *Reviewer*

1. Prof. Dr. Budi Nurani Ruchjana, M.S. (Universitas Padjajaran)
2. Prof. Dr. T. G. Ratumanan, M.Pd. (Universitas Pattimura)
3. Prof. Dr. W. Mataheru (Universitas Pattimura)
4. Dr. Eka Kurnia Lestari.(Universitas Singapebangsa)
5. Dr. Yundari. (Universitas Tanjungpura)
6. Dr. Delsi Kariman (STKIP PGRI Sumatera Barat)
7. Dr. Ch. Laamena. (Universitas Pattimura)
8. Dr. Moch Idris. (Universitas Lambung Mangkurat)
9. Dr. Daniel Salim. (Universitas Parahyangan)
10. Dr. Al Azhary Masta.(Universitas Pendidikan Indonesia)
11. Dr. Risnawita. (IAIN Bukittinggi)
12. Dr. Nicky K. Tumulun.(Universitas Negeri Manado)
13. Dr. Susilawati. (Politeknik Bengkalis Riau)
14. Dr. Debi Oktia Haryeni (Universitas Pertahanan)
15. Dr. Anderson Palinussa (Universitas Pattimura)
16. Dr. Harmanus Batkunde. (Universitas Pattimura)

DAFTAR ISI

| | |
|------------------------|-----|
| Halaman Judul | i |
| Tim Reviewer | ii |
| Kata Pengantar | iii |
| Susunan Panitia KNM XX | iv |
| Daftar Isi | vii |

ALJABAR

| | |
|--|---------|
| KLASIFIKASI TITIK KRITIS POLINOMIAL DUA VARIABEL BERDERAJAT TIGA Afif Humam | 1 – 8 |
| KAJIAN KEKUATAN \mathbb{Z} - MODUL \mathbb{Q} SEBAGAI INSPIRASI MUNCULNYA KONSEP DAN SIFAT DALAM TEORI MODUL Sri Wahyuni, Yunita Septriana Anwar, I Putu Yudi Prabhadika | 9 – 14 |
| GRAF PEMBAGI NOL DARI RING KOMUTATIF Maria Vianney Any Herawati | 15 – 20 |
| IDEAL TAK TEREDUKSI KUAT ATAS SEMIRING KOMUTATIF Fitriana Hasnani, Nikken Prima Puspita | 21 – 26 |
| BATAS ATAS PADA NORM – TAK HINGGA DARI INVERS MATRIKS NEKRASOV Eddy Djauhari | 27 – 32 |
| KOREPRESENTASI KOALJABAR $F[G]$ Na'imah Hijriati, Indah Emilia Wijayanti | 33 – 40 |
| HUBUNGAN SIFAT BERSIH PADA RING, MODUL, KOMODUL DAN KOALJABAR Nikken Prima Puspita, Indah Emilia Wijayanti, Budi Surodjo | 41 – 50 |
| KONTRAKSI PERTINGKATAN PADA PERTINGKATAN PAULI $\mathfrak{S}\mathfrak{L}(N, \mathbb{C})$ Reynald Saputra, Gantina Rachmaputri | 51 – 60 |

ANALISIS

| | |
|--|-----------|
| BUKTI ALTERNATIF INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG LEBESGUE DENGAN EKSPONEN PEUBAH Dina Nur Amalina dan Denny Ivanal Hakim | 61 – 66 |
| SEGITIGA TITIK CIRCUMCENTER PADA MODIFIKASI TEOREMA NAPOLEON Yunisa Fadhilah Hartati, Mashadi | 67 – 76 |
| FUNGSI SIMETRI TERHADAP TITIK (a, b) DAN BEBERAPA SIFATNYA Firdaus Ubaidillah | 77 – 82 |
| INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG MORREY-ADAMS DAN OPERATOR MAKSIMAL FRAKSIONAL Daniel Salim, Moch. Taufik Hakiki, Denny Ivanal Hakim | 83 – 90 |
| PENDEKATAN KALKULUS HIDA UNTUK PROSES HERMITE Herry Pribawanto Suryawan | 91 – 98 |
| KETAKSAMAAN HARDY DI RUANG HERZ HOMOGEN Pebrudal Zanu, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi1 | 99 – 106 |
| OPERATOR KANTOROVICH PADA RUANG MORREY DIPERUMUM Mu'afa Purwa Arsana, Denny Ivanal Hakim | 107 – 114 |
| PERLUASAN DEFINISI RATA-RATA VIA TEOREMA NILAI RATA-RATA Mochammad Idris | 115 – 124 |
| SISTEM EIGEN OPERATOR LAPLACE BERBASIS RUAS PADA SUATU POHON KUANTUM Moh. Januar I. Burhan, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi | 125 – 134 |

| | |
|--|-----------|
| SUKU BANYAK BERNSTEIN DAN OPERATOR KANTOROVICH UNTUK BEBERAPA FUNGSI YANG TIDAK KONTINU Reinhart Gunadi, Denny I. Hakim | 135 – 142 |
| KETERBATASAN OPERATOR TIPE VOLTERRA PADA RUANG MORREY ANALITIK $L_{p,\lambda}$ Moch Taufik Hakiki, Wono Setya Budhi, dan Denny Ivanal Hakim | 585 - 590 |
| KOMBINATORIK | |
| PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF SIPUT DAN GRAF UBUR-UBUR Kevin Akbar, Kiki Ariyanti Sugeng | 143 – 148 |
| DIMENSI METRIK LOKAL PADA GRAF FLOWER DAN GRAF GEAR KORONA GRAF LINTASAN Salma Fauziyah Ashim, Tri Atmojo Kusmayadi, Titin Sri Martini | 149 – 154 |
| PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF LILIN Rizqi Rachmadhani, Kiki Ariyanti Sugeng | 155 – 160 |
| PELABELAN HARMONIS PADA GRAF SEGITIGA BELAH KETUPAT VARIASI LM_n Evi Maharani, Kurniawan Atmadja | 161 – 164 |
| PEWARNAAN SIMPUL r – DINAMIS PADA GRAF TERATAI T_n Audi Fierera, Kiki A. Sugeng | 165 – 170 |
| SIFAT-SIFAT GRAF CAYLEY GRUP S_n Afifan Hadi, Kiki Ariyanti Sugeng | 171-176 |
| PENDIDIKAN MATEMATIKA | |
| LKPD BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING BERBANTUAN ALAT PERAGA PADA MATERI LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME PRISMA DAN LIMAS Fithroh Nafa Dzillah, Latifah Mustofa Lestyanto | 177 – 182 |
| PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA DARING BERBASIS MODEL PENEMUAN TERBIMBING MENGGUNAKAN LIVEWORKSHEETS PADA MATERI PRISMA DAN LIMAS Sania Sururul Khususna, Latifah Mustofa Lestyanto, Eddy Budiono | 183 – 188 |
| PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA BERBASIS MASALAH BERBANTUAN GOOGLE FORM UNTUK PEMAHAMAN KONSEP SISWA KELAS VII SMP PADA MATERI SEGITIGA DAN SEGIEMPAT Herlin Oktavita, Latifah Mustofa Lestyanto2 | 189 – 194 |
| EKSPLORASI ETNOMATEMATIKA PADA GELANG MANIK-MANIK KHAS DAYAK KALIMANTAN SEBAGAI SUMBER PENYUSUNAN LKPD Silvia | 195 – 206 |
| ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA DENGAN PEMBELAJARAN MODEL BRAIN BASED LEARNING BERBASIS LEARNING MANANGEMENT SYSTEM N. R. Mumtaz, M. Asikin | 207 – 214 |
| PENGEMBANGAN ASESMEN ALTERNATIF DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA KONTEKS LINGKUNGAN LAHAN BASAH UNTUK SISWA TINGKAT SMP/MTS Muhammad Rizal, Noor Fajriah, Agni Danaryanti | 215 – 222 |
| MATERI PENGAYAAN TEORI BILANGAN DASAR DI SEKOLAH DASAR Awanga Dijayangrana, Hilda Assiyatun | 223-228 |
| KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS TULIS MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH VOLUME BENDA PUTAR MELALUI MODEL PERKULIAHAN KOLABORATIF Fadhila Kartika Sari, Anies Fuady | 229 – 236 |
| PERAN PENULISAN JURNAL DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SECARA DARING DI MASA PANDEMI COVID-19 | 237 – 244 |

| | |
|--|-----------|
| Gusti Firda Khairunnisa, Frida Siswiyanti ANALISIS KRUSKAL WALLIS UNTUK MENGETAHUI TINGKAT KOSENTRASI BELAJAR MAHASISWA BERDASARKAN PROGRAM STUDI | 245 – 250 |
| Venessa Y. A. Brabar, Grace A. V. Hikoyabi, Agustinus Langowuyo ANALISIS PENGARUH PEMANFAATAN INTERNET TERHADAP MINAT BELAJAR MAHASISWA PRODI STATISTIKA | 251 – 258 |
| Mariana Tanawani, Meilani Yarangga, dan Agustinus Langowuy PENGARUH PROSES BELAJAR MENGAJAR LURING DAN DARING TERHADAP HASIL BELAJAR MAHASISWA JURUSAN MATEMATIKA ANGAKATAN 2018 FMIPA UNIVERSITAS CENDERAWASIH | 259 – 264 |
| Dewi Rahmawati, Tiara A. Nadapdap, Agustinus Langowuyo PENILAIAN ESAI MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN MESIN | 265 – 270 |
| Farah Qotrunnada, Marcus Wono Setya Budhi, Hilda Assiyatun PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS ETNOMATEMATIKA BUDAYA MASYARAKAT NEGERI TULEHU PADA MATERI SEGIEMPAT DAN SEGITIGA UNTUK SISWA DI KELAS VII MTS NEGERI I MALUKU TENGAH. | 271 – 276 |
| Heni Rahim, W. Mataheru, J. Takaria PENERAPAN FUZZY LINEAR PROGRAMMING UNTUK OPTIMASI PRODUKSI TAHU (STUDI KASUS DI DESA TANJUNGREJO KABUPATEN JEMBER) | 277 – 284 |
| Anisa Wahyu Illahi, Agustina Pradjaningsih, Abduh Riski PENENTUAN SOLUSI FISIBEL AWAL MASALAH TRANSPORTASI DENGAN MINIMUM DEMAND METHOD | 285 – 292 |
| Ulniyatul Ula, Siti Khabibah, Robertus Heri S.U OPTIMALISASI RUTE DAN PENJADWALAN PENGANGKUTAN SAMPAH DENGAN METODE INSERTION HEURISTIC DAN INTRA- ROUTE IMPROVEMENT (STUDI KASUS: UNIVERSITAS BRAWIJAYA MALANG) | 293 – 298 |
| Fara El Nandhita Pratiwi MODEL MATEMATIS RUTE WISATA DI RIAU DENGAN MENGGUNAKAN PEMROGRAMAN GOL | 299 – 312 |
| Ihda Hasbiyati, Hasriati, T. P. Nababan | |
| MATEMATIKA TERAPAN | |
| MODEL SUSCEPTIBLE INFECTED RECOVERED (SIR) PADA DEMAM BERDARAH DENGUE (DBD) | 313 – 320 |
| Oscar Andhry Barata, Rahmat, Rengga Nanda Pramudya ANALISA PERSAMAAN DIFERENSIAL ORDE FRAKSIONAL NUMERIK MENGGUNAKAN METODE EULER DAN APLIKASINYA | 321 – 326 |
| Leli Deswita, Syamsudhuha, Asral. M TERAPAN FUNGSI SIGMOID UNTUK MENENTUKAN NILAI MAKSIMAL KOEFISIEN GAYA ANGKAT DAN SUDUT STALL PADAKURVA LINEAR C_L TERHADAP α | 327 – 334 |
| Angga Septiyana, Singgih Satrio W, Fuad Surastyo P, Try Kusuma Wardana, Ardian Rizaldi, Novita Atmasari, Eries Bagita Jayanti, Prasetyo Ardi P IMPLEMENTASI DEEP LEARNING UNTUK KLASIFIKASI GAMBAR MENGGUNAKAN CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK (CNN) PADA BATIK SASAMBO | 335 – 340 |
| Muna Malika, Edy Widodo | |
| STATISTIKA | |
| PENERAPAN MODEL SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (STARI(1,1,1)) PADA DATA NTP TANAMAN PANGAN DARI TIGA PROVINSI DI PULAU JAWA | 341 -350 |
| Fajriatus Sholihah, Kartika Sari, Budi Nurani Ruchjana, Toni Toharudin ANALISIS KORESPONDENSI BERGANDA UNTUK MENGETAHUI INDIKATOR-INDIKATOR YANG MEMPENGARUHI KEJADIAN LOW BACK PAIN PADA KUSIR | 351 - 358 |

| | |
|--|-----------|
| KUDA/DELMAN DI KOTA CIMAH I TAHUN 2019 | |
| Dhita Diana Dewi, Fajriatus Sholihah, Rosa Rosmanah, Lucy Fitria Dewi, Mochamad Yudhi Afrizal, Irlandia Ginanjar | |
| PROSES POISSON NON HOMOGEN DAN PENERAPANNYA PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT | 359 – 362 |
| Viona Prisyella Balqis, Muhammad Herlambang Prakasa Yudha, Budi Nurani Ruchjana | |
| PENERAPAN DISTRIBUSI STASIONER RANTAI MARKOV PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT | 363 – 370 |
| Tubagus Robbi Megantara, Ayun Sri Rahmani, Budi Nurani Ruchjana | |
| SPATIAL CLUSTER ING DENGAN METODE SKATER (K'LUSTER ANALYSIS BY TREE EDGE REMOVAL) UNTUK PENGELOMPOKAN SEBARAN COVID-19 DI KABUPATEN TULUNGAGUNG | 371 – 380 |
| Danang Ariyanto, Henny Pramodyo, Novi Nur Aini | |
| ANALISIS KLAS TER KABUPATEN/KOTA INDONESIA BERDASARKAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DENGAN MODEL MIXTURE SKEW-T | 381 – 388 |
| Kristoforus Exelsis Pratama, Irwan Susanto, Yuliana Susanti | |
| ANALISIS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN BURU SELATAN DENGAN MENGGUNAKAN REGRESI LINIER BERGANDA | 389 – 396 |
| Muhidin Jariyah, Inayah. P. F. Solong, Juan C. S. Jamco | |
| TINJAUAN KEPUTUSAN HIPOTESA FUZZY BERBASIS P-VALUE FUZZY (STUDI KASUS DATA COVID-19 DI NUSA TENGGARA BARAT) | 397 – 404 |
| Wahidaturrahmi | |
| PENERAPAN METODE AUTO SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS PADA PERAMALAN DATA INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA | 405 – 410 |
| Andreas Reza Chrisantama*, Winita Sulandari, Sugiyanto | |
| PERAMALAN JUMLAH PRODUKSI PERIKANAN DI KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL | 411 – 418 |
| Asrul Irfanullah, Claudia Sumanik, Romy Makatita | |
| ANALISIS PENGARUH STRUKTUR KONSUMSI AKHIR RUMAH TANGGA BERDASARKAN KOMPONEN PENGELUARAN KABUPATEN BURU SELATAN PERIODE 2015 – 2019 DENGAN RAKL | 419 – 424 |
| Nikita A. Putiray, Dea M. Tuhumury, Angel M.P. Manuputty | |
| EKSPLORASI SISA USIA BEARING MENGGUNAKAN DISTRIBUSI WEIBULL | 425 – 430 |
| Sutawanir Darwis, Nusar Hajarisman, Suliadi, Achmad Widodo | |
| PENERAPAN MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE (VARIMA) UNTUK PRAKIRAAN INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DAN KURS RUPIAH TERHADAP USD | 431 – 442 |
| Ani Pertiwi, Lucy Fitria Dewi, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana | |
| PENGELOMPOKKAN JUMLAH PENDUDUK KABUPATEN BURU SELATAN BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA TAHUN 2018 DENGAN ALGORITMA K- MEANS | 443 – 450 |
| Samin Radjid, Nadia Istifarin, Meylani Tuasella | |
| PENERAPAN METODE ARIMAX PADA PERAMALAN PRODUKSI DAGING SAPI DI SUKOHARJO | 451 – 458 |
| Fitrian Nur Ardyansyah, Winita Sulandari, Sugiyanto | |
| ANALISIS KEPUASAN DAN POSITIONING SELLER E-MARKETPLACE DENGAN MENGGUNAKAN IMPORTANCE PERFORMANCE ANALYSIS DAN BILOT | 459 – 464 |
| Farah Dibah, Dwi Endah Kusri ni | |
| KLASTERISASI LOKASI PASAR KABUPATEN BANYUMAS GUNA MEMPERMUDAH UPTD DALAM MENGELOLA KELAS PASAR | 465 – 470 |
| Pradini Nurul Safitri, Abdullah Ahmad Dzikrullah | |

| | |
|--|-----------|
| PENGARUH MOTIVASI INTRINSIK DAN KEPUASAN KERJA TERHADAP ORGANIZATIONAL CITIZENSHIP BEHAVIOR | 471 – 476 |
| Diya Kasih Puspitasari, Dwi Endah Kusrini | |
| KLASTERING JUMLAH PENDUDUK BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA KECAMATAN LEKSULA TAHUN 2018 DENGAN MENGGUNAKAN METODE ALGORITMA K-MEANS | 477 – 484 |
| Morensi T. Risakotta, Rensya Siwalette, Rola E. Leasa | |
| PERAMALAN DENGAN METODE SIMPLE MOVING AVERAGE DAN DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING BROWN (STUDI KASUS: JUMLAH CURAH HUJAN DAN JUMLAH HARI HUJAN KABUPATEN BURU SELATAN) | 485 – 494 |
| Apriano R. Narahawarin, Ravensky Silangen, Rahania Patiekon | |
| PERAMALAN GARIS KEMISKINAN KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING DARI HOLT | 495 – 502 |
| Ade Irma La Murdani, Intan Gainau, Unique Resiloy | |
| ANALISIS PERBEDAAN PENDAPATAN TOKO WALET MAS SEBELUM DAN SESUDAH PANDEMI COVID-19 DENGAN METODE MANN-WHITNEY | 503 – 508 |
| Marselina Ema Koten, Yunida Kurniasih, Agustinus Langowuyo | |
| ANALISIS PENGARUH BELANJA DAERAH, JUMLAH PENDUDUK, DAN PDRB TERHADAP PENDAPATAN DAERAH DI KABUPATEN BURU SELATAN TAHUN 2013-2020 | 509 – 516 |
| Dephie Latumahina, Martje Riry, Olfen Sabono | |
| UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI RAYLEIGH BIVARIAT MENGGUNAKAN UJI KOLMOGOROV-SMIRNOV BIVARIAT PADA DATA HASIL PERTANDINGAN PERSIB BANDUNG | 517 – 522 |
| Wulan Jati Nuraya, Aceng Komarudin Mutaqin | |
| MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) UNTUK PERAMALAN BANYAKNYA KASUS TERKONFIRMASI DAN KASUS SEMBUH COVID-19 DI INDONESIA | 523 – 532 |
| Sri Indra Maiyanti, Mahrudinda, Al Fataa W. Haq, Budi Nurani Ruchjana | |
| MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) DAN PENERAPANNYA PADA DATA PERKEMBANGAN HARGA ECERAN BERAS DI TIGA IBU KOTA PROVINSI WILAYAH PULAU JAWA | 533 – 544 |
| Zulfa Hidayah Satria Putri, Asri Yuniar, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana | |
| PENERAPAN METODE REGRESI LINEAR BERGANDA UNTUK MELIHAT PENGARUH JUMLAH PENDUDUK DAN LUAS WILAYAH TERHADAP JUMLAH PENGGUNA LISTRIK DI KECAMATAN AMBALAU KABUPATEN BURU SELATAN | 545 – 552 |
| Fadly Ode, Nur Statib J, Elsy Malwewar | |
| ANALISIS TINGKAT KEGEMARAN AYAM GEPUK PAK GEMBUS DARI BERBAGAI JENIS PAKET MELALUI PENDEKATAN UJI STATISTIK | 553 – 558 |
| Maharani Tiara Pramuditya, Evan Claude Boudewijn Kainama, Agustinus Langowuyo | |
| SIMULASI PERGERAKAN HARGA SAHAM MENGGUNAKAN MODEL GERAK BROWN GEOMETRIK DENGAN R STUDIO | 559 – 564 |
| Ahmad Fawaid Ridwan, Rizki Apriva Hidayana, Budi Nurani Ruchjana | |
| PENAKSIRAN RATA-RATA <i>EXCESS CLAIM</i> PESERTA DARI PERUSAHAAN PEMBERI LAYANAN KESEHATAN PT. X | 565 – 572 |
| Wildan*, Indah Permatasari, and Aceng Komarudin Mutaqin | |
| PENGARUH SELF EFFICACY DAN MOTIVASI BELAJAR TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA KELAS VII SMP NEGERI 3 GANTUNG | 573 – 584 |
| Alperu, Nerru Pranuta Murnaka*, Indra Bayu M, Andy Wahyu H | |

BATAS ATAS PADA NORM – TAK HINGGA DARI INVERS MATRIKS NEKRASOV

Eddy Djauhari

Departement Matematika, FMIPA Universitas Padjajaran
e-mail: eddy.djauhari@unpad.ac.id

Abstrak. Didefinisikan operator – norm pada sebuah matriks $A_{n \times n} = (a_{ij})$ untuk setiap $i, j = 1, 2, \dots, n$ khususnya pada p – norm dengan $p = 1$ dan $p = \infty$ dinotasikan masing masing $\|A\|_1$ dan $\|A\|_\infty$ yaitu berturut – turut bernilai maksimum dari jumlah nilai mutlak kolom matriks A , dan maksimum dari jumlah nilai mutlak baris matriks A . Demikian juga berlaku untuk matriks invers A .

Dalam makalah ini dibahas batas atas pada norm – takhingga dari invers matriks Nekrasov $A_{n \times n} = (a_{ij})$ untuk setiap $i, j = 1, 2, \dots, n$, dengan tidak perlu mencari invers A terlebih dahulu, tetapi dengan menggunakan Teorema yang dibuktikan melalui Lema –lema, diperoleh $\|A^{-1}\|_\infty \leq \max(\mu, 1) \cdot \max\left\{\frac{1}{\mu|a_{11}| - h_1(A)}, \max_{i \neq 1} \frac{z_i(A)}{|a_{ii}| - h_i(A)}\right\}$, dimana didefinisikan terlebih dahulu nilai $\mu, h_i(A)$ dan $z_i(A)$.

Kata kunci: Batas atas, Matriks Nekrasov, Norm–takhingga.

2021 Mathematical Subject Classification : advanced linear algebra.

1 LATAR BELAKANG

Didefinisikan Operasi Norm dalam p -norm suatu matriks $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}$, sebagai berikut [2] :

$$\text{Kasus } p = 1, \|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \quad (1)$$

$$\text{Kasus } p = \infty, \|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad (2)$$

Jika $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}$, matriks non singular dan $A^{-1} = (b_{ij})$ maka :

$$\|A^{-1}\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |b_{ij}| \text{ dan } \|A^{-1}\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |b_{ij}|. \quad (3)$$

2 METODOLOGI

Penelitian ini disusun dengan menggunakan metode studi pustaka yang diperoleh dari buku dan jurnal, pendalaman literatur serta wawasan dasar yang dimiliki penulis. Di dalam penelitian ini diperlukan terlebih dahulu definisi-definisi, teorema-teorema dan lema-lema yang bersesuaian dengan permasalahan di atas sebagai berikut : [3]

Definisi 1. Matriks $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}$ merupakan H -matriks jika

$$\langle A \rangle = (m_{ij}), m_{ij} = \begin{cases} |a_{ii}|, & i = j \\ -|a_{ij}|, & i \neq j \end{cases} \quad (4)$$

Demikian pula $\langle A \rangle$ adalah M -matriks jika $\langle A \rangle^{-1} \geq 0$.

Definisi 2. Matriks $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}$ merupakan matriks Nekrasov, jika untuk setiap $i \in N$, $|a_{ij}| > h_i(A)$ dimana

$$h_1(A) = \sum_{j \neq 1} |a_{ij}| \quad (5)$$

dan

$$h_i(A) = \sum_{j=1}^{i-1} (|a_{ij}/a_{jj}|) h_j(A) + \sum_{j=i+1}^n |a_{ij}|, i = 2, 3, \dots, n. \quad (6)$$

Definisi 3. Matriks $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}$ dikatakan dominan diagonal kuat (Strictly Diagonally Dominant) jika untuk setiap $i \in N = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, $|a_{ii}| > r_i(A)$ dimana

$$r_i(A) = \sum_{j \neq i} |a_{ij}|. \quad (7)$$

Teorema 1. Misalkan $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}$ merupakan matriks dominan diagonal kuat, maka

$$\|A^{-1}\|_{\infty} \leq \frac{1}{\min_{i \in N} (|a_{ii}| - r_i(A))} \quad (8)$$

Teorema 2. Misalkan $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}$ merupakan matriks Nekrasov, maka

$$\|A^{-1}\|_{\infty} \leq \frac{\max_{i \in N} (Z_i(A))}{\min_{i \in N} |a_{ii}| - h_i(A)} \quad (9)$$

dimana

$$Z_1(A) = 1 \text{ dan } Z_i(A) = \sum_{j=1}^{i-1} (|a_{ij}|/|a_{jj}|) Z_j(A) + 1, \quad i = 2, 3, \dots, n. \quad (10)$$

Teorema 3. Misalkan $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}$ merupakan matriks Nekrasov. maka

$$\|A^{-1}\|_{\infty} \leq \max_{i \in N} \frac{Z_i(A)}{|a_{ii}| - h_i(A)} \quad (11)$$

Teorema 3 ini dapat digunakan sebagai batas atas di dalam pembahasan batas norm takhingga dari invers matriks Nekrasov sebagaimana pada Teorema berikutnya.

3 HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam menentukan norm-takhingga dari invers matriks Nekrasov ditentukan melalui Teorema berikut yang akan dibuktikan berdasarkan Definisi dan Lema-lema. Diberikan suatu matriks,

misal $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}$, dinotasikan dengan $A = D - L - U$ dimana (D) matriks diagonal, $(-L)$ bagian segitiga bawah dan $(-U)$ bagian segitiga atas. Selanjutnya diberikan Lema-lema sebagai berikut:

Lema 1. Misalkan $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}$, merupakan H-matriks non singular, maka

$$|A^{-1}| \leq \langle A \rangle^{-1} \quad (12)$$

Lema 2. Misalkan matriks $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}, n \geq 2$, dengan $a_{ii} \neq 0$ untuk setiap $i \in N$, maka

$$h_i(A) = |a_{ii}|[(|D| - |L|)^{-1}|U|e]_i \quad (13)$$

dimana $e \in C^{n,n}$ adalah vektor dengan semua komponennya 1.

Lema 3.

Matriks $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}, n \geq 2$, adalah matriks Nekrasov jika dan hanya jika $(|D| - |L|)^{-1}|U|e < e$, dan $E - (|D| - |L|)^{-1}|U|$ adalah matriks dominan diagonal kuat, dimana E matriks identitas. Misalkan $C = E - (|D| - |L|)^{-1}|U| = [c_{ij}]$ dengan $c_{11} = 1, c_{k1} = 0, k = 2, 3, \dots, n$ dan $c_{1k} = -|a_{1k}|/|a_{11}|, k = 2, 3, \dots, n$, maka berlaku Lema berikut.

Lema 4. Misalkan $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}$ merupakan matriks Nekrasov dan $C(\mu) = CD(\mu) = [E - (|D| - |L|)^{-1}|U|] D(\mu)$, dimana $D(\mu) = \text{diag}(\mu, 1, 1, \dots, 1)$ dan $\mu > r_1(A)/|a_{11}|$, maka $C(\mu,)$ merupaka dominan diagonal kuat.

Dengan Lema-lema di atas, akan ditunjukkan batas untuk norm-tak hingga dari invers matriks Nekrasov, yaitu:

Teorema 4. Misalkan $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}$ merupakan matriks Nekrasov, maka untuk $\mu > r_1(A)/|a_{11}|$,

$$\|A^{-1}\|_{\infty} \leq \text{maks}(\mu, 1) \cdot \text{maks} \left\{ \frac{1}{\mu|a_{11}| - h_1(A)}, \text{maks}_{i \neq 1} \frac{Z_i(A)}{|a_{ii}| - h_i(A)} \right\} \quad (14)$$

Bukti.

Menurut Lema 4,

$$\begin{aligned} C(\mu) &= CD(\mu) = (E - (|D| - |L|)^{-1}|U|) D(\mu) \\ C(\mu) &= CD(\mu) = (|D| - |L|) \cdot (|D| - |L|)^{-1} - (|D| - |L|)^{-1}|U| D(\mu) \\ C(\mu) &= (|D| - |L|)^{-1} \cdot (|D| - |L|) - |U| D(\mu) \\ C(\mu) &= (|D| - |L|)^{-1} \langle A \rangle D(\mu) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{Maka } \langle A \rangle &= (|D| - |L|) C(\mu) D(\mu)^{-1} \\ \langle A \rangle &= (|D| - |L|) \Delta \cdot \Delta^{-1} C(\mu) D(\mu)^{-1} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{dimana } \Delta = \text{diag}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n), \delta_i > 0, i = 1, 2, \dots, n. \quad (17)$$

Menurut Lema 1, maka berlaku

$$\|A^{-1}\|_{\infty} \leq \|\langle A \rangle^{-1}\|_{\infty} \leq \|D(\mu)\|_{\infty} \cdot \|C(\mu)^{-1} \Delta\|_{\infty} \cdot \|(|D| - |L| \Delta)^{-1}\|_{\infty}. \quad (18)$$

Akan dijelaskan bagian kanan sebagai berikut :

$$\text{Pertama, } D(\mu) = \begin{bmatrix} \mu & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}, \text{ maka } \|D(\mu)\|_{\infty} = \text{maks}(\mu, 1).$$

Kedua,

$$\begin{aligned}
 \|\Delta^{-1}C(\mu)^{-1}\|_{\infty} &= \|C(\mu)^{-1}\Delta\|_{\infty} \leq \max_{i \in N} \left\{ \frac{1}{(\Delta^{-1}C(\mu)e)_i} \right\} \\
 &= \max_{i \in N} \left\{ \frac{\delta_i}{(C(\mu)e)_i} \right\} \\
 &= \max \left\{ \frac{\delta_i}{(C(\mu)e)_1}, \max_{i \neq 1} \frac{\delta_i}{(C(\mu)e)_i} \right\} \\
 &= \max \left\{ \frac{\delta_1|a_{11}|}{\mu|a_{11}| - h_1(A)}, \max_{i \neq 1} \frac{\delta_1(a_{ii})}{|a_{ii}| - h_i(A)} \right\} \quad (19)
 \end{aligned}$$

Menurut Lema 4, $C(\mu)$ dominan diagonal kuat sehingga $\Delta^{-1}C(\mu)$ dominan diagonal kuat dan berlaku untuk $Z(A) = [Z_1(A), Z_2(A), \dots, Z_n(A)]^T = |D|(|D| - |L|)^{-1}e$ dan $(|D| - |L|)\Delta e = e$, maka diperoleh $\delta_i|a_{ii}| = Z_i(A)$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Dengan demikian, $\|C(\mu)^{-1}\Delta\|_{\infty} \leq \max \left\{ \frac{Z_1(A)}{\mu|a_{11}| - h_1(A)}, \max_{i \neq 1} \frac{Z_i(A)}{|a_{ii}| - h_i(A)} \right\}$.

Ketiga,

Karena $(|D| - |L|)\Delta e = e$, maka

$$\|(|D| - |L|)\Delta^{-1}e\|_{\infty} = \|(|D| - |L|)\Delta^{-1}e\|_{\infty} = 1.$$

Dari penjelasan pertama, kedua, dan ketiga di atas dan $Z_1(A) = 1$, maka terbukti

$$\|A^{-1}\|_{\infty} \leq \max(\mu, 1) \cdot \max \left\{ \frac{1}{\mu|a_{11}| - h_1(A)}, \max_{i \neq 1} \frac{Z_i(A)}{|a_{ii}| - h_i(A)} \right\}.$$

Ilustrasi diketahui matriks : [1]

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \text{ A matriks Nekrasov, maka } A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{11}{20} & -\frac{1}{10} & -\frac{3}{20} \\ \frac{3}{20} & -\frac{3}{10} & \frac{1}{20} \\ -\frac{1}{10} & \frac{2}{10} & \frac{3}{10} \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya kita selesaikan dengan Teorema 3 dan Teorema 4 sebagai berikut :

Menurut Definisi 2, $|a_{ii}| > h_i(A)$ untuk setiap $i \in N$,

dimana $h_1(A) = \sum_{j \neq 1} |a_{ij}|$ dan

$$h_i(A) = \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{|a_{ij}|}{|a_{jj}|} \right) h_j(A) + \sum_{j=i+1}^n (|a_{ij}|), \text{ didapat :}$$

$$|a_{11}| = 2, |a_{22}| = 3, |a_{33}| = 3, \text{ dan } h_1(A) = \sum_{j \neq 1}^3 |a_{1j}| = |a_{12}| + |a_{13}| = 0 + 1 = 1.$$

$$\begin{aligned}
 h_2(A) &= \sum_{j=1}^{2-1} \left(\frac{|a_{2j}|}{|a_{jj}|} \right) h_j(A) + \sum_{j=2+1}^3 (|a_{2j}|) = \left(\frac{|a_{2j}|}{|a_{jj}|} \right) h_1(A) + |a_{23}| \\
 &= \left(\frac{1}{2} \right) \cdot 1 + 1 = \frac{3}{2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_3(A) &= \sum_{j=1}^{3-1} \left(\frac{|a_{3j}|}{|a_{jj}|} \right) h_j(A) = \left(\frac{|a_{31}|}{|a_{11}|} \right) h_1(A) + \left(\frac{|a_{32}|}{|a_{22}|} \right) h_2(A) \\
 &= \left(\frac{0}{2} \right) \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 0 + 1 = 1.
 \end{aligned}$$

Dari sini terlihat bahwa,

$$|a_{11}| > h_1(A) \rightarrow 2 > 1$$

$$|a_{22}| > h_2(A) \rightarrow 3 > \frac{3}{2}$$

$$|a_{33}| > h_3(A) \rightarrow 3 > 1$$

Sehingga A adalah matriks Nekrasov.

Menurut Teorema 2,

$$Z_1(A) = 1 \text{ dan } Z_i(A) = \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{|a_{ij}|}{|a_{jj}|} \right) Z_j(A) + 1, \quad i = 2, 3, \dots, n.$$

Dari contoh di atas diperoleh :

$$Z_1(A) = 1 \text{ dan } Z_2(A) = \sum_{j=1}^{2-1} \left(\frac{|a_{2j}|}{|a_{jj}|} \right) Z_j(A) + 1 = \left(\frac{|a_{21}|}{|a_{11}|} \right) Z_1(A) + 1 = \left(\frac{1}{2} \right) \cdot 1 + 1 = \frac{3}{2}.$$

$$Z_3(A) = \sum_{j=1}^{3-1} \left(\frac{|a_{3j}|}{|a_{jj}|} \right) Z_j(A) + 1 = \left(\frac{|a_{31}|}{|a_{11}|} \right) Z_1(A) + \left(\frac{|a_{32}|}{|a_{22}|} \right) Z_2(A) + 1$$

$$= \left(\frac{0}{2} \right) \cdot 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} + 1 = 0 + 1 + 1 = 2.$$

Jadi menurut Teorema 3, diperoleh :

$$\|A^{-1}\|_{\infty} \leq \max_{i \in N} \frac{Z_i(A)}{|a_{ii}| - h_i(A)} = \max \left\{ \frac{Z_1(A)}{|a_{11}| - h_1(A)}, \frac{Z_2(A)}{|a_{22}| - h_2(A)}, \frac{Z_3(A)}{|a_{33}| - h_3(A)} \right\}$$

$$= \max \left\{ \frac{1}{2-1}, \frac{3/2}{3-3/2}, \frac{2}{3-1} \right\}$$

$$= \max\{1, 1, 1\} = 1.$$

$$\therefore \|A^{-1}\|_{\infty} \leq 1.$$

Selanjutnya, menurut Teorema 4, diperoleh

$$\|A^{-1}\|_{\infty} \leq \max\{\mu, 1\} \cdot \max \left\{ \frac{1}{\mu|a_{11}| - h_1(A)}, \max_{i \neq 1} \frac{Z_i(A)}{|a_{ii}| - h_i(A)} \right\}$$

dimana $\mu > r_1(A)/|a_{11}|$. Menurut Definisi 3,

$$r_1(A) = \sum_{j \neq 1} |a_{1j}|, \text{ maka diperoleh}$$

$$r_1(A) = |a_{12}| + |a_{13}| = 0 + 1 = 1. \text{ Jadi } \mu > 0,5.$$

$$\text{Pilih } \mu = 0,6 = \frac{3}{5}, \text{ maka } \|A^{-1}\|_{\infty} \leq \max \left\{ \frac{3}{5}, 1 \right\} \cdot \max \left\{ \frac{1}{\frac{3}{5}(2)-1}, \max \left\{ \frac{3}{3-\frac{3}{2}}, \frac{2}{3-1} \right\} \right\}$$

$$\leq 1 \cdot \max \{5, \max\{1, 1\}\}$$

$$\leq 1 \cdot \max \{5, 1\}$$

$$\leq 1 \cdot 5 = 5.$$

$$\leq 5, \text{ dimana } 5 > 1.$$

$\therefore \mu = 0,6$ tidak memenuhi.

$$\text{Pilih } \mu = 1, \text{ maka } \|A^{-1}\|_{\infty} \leq \max \{1, 1\} \cdot \max \left\{ \frac{1}{1(2)-1}, \max \left\{ \frac{3}{3-\frac{3}{2}}, \frac{2}{3-1} \right\} \right\}$$

$$\leq 1 \cdot \max \{1, \max\{1, 1\}\}$$

$$\leq 1 \cdot \max \{1, 1\}$$

$$\leq 1 \cdot 1$$

$$\leq 1$$

$\therefore \mu = 1$ memenuhi

$$\begin{aligned} \text{Pilih } \mu = 1,1 = \frac{11}{10}, \text{ maka } \|A^{-1}\|_{\infty} &\leq \text{maks} \left\{ \frac{11}{10}, 1 \right\} \cdot \text{maks} \left\{ \frac{1}{\frac{11}{10}(2)-1}, \text{maks} \left\{ \frac{\frac{3}{2}}{3-\frac{3}{2}}, \frac{2}{3-1} \right\} \right\} \\ &\leq \frac{11}{10} \cdot \text{maks} \left\{ \frac{5}{6}, \text{maks}\{1,1\} \right\} \\ &\leq \frac{11}{10} \cdot \text{maks} \left\{ \frac{5}{6}, 1 \right\} \\ &\leq \frac{11}{10} \cdot 1 \\ &\leq \frac{11}{10}. \end{aligned}$$

$\mu = 1,1$ tidak memenuhi.

Jadi, hanya $\mu = 1$ yang paling tepat untuk penyelesaian Teorema 4 dengan hasil batas Atas

$$\|A^{-1}\|_{\infty} \leq 1 \cdot \text{untuk matriks Nekrasov } A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Dengan demikian untuk matriks $A = (a_{ij}) \in C^{n,n}$ diperoleh batas atas $\|A^{-1}\|_{\infty}$ dengan menggunakan Teorema 3 dan Teorema 4.

4. KESIMPULAN

Teorema 4 akan lebih baik daripada Teorema 3, apabila memilih nilai μ , dimana $\mu > r_1(A)/|a_{11}|$ dimasukkan ke dalam Teorema 4 sehingga diperoleh nilai batas norm takhingga dari invers matriks Nekrasov yang lebih kecil dari hasil Teorema 3

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Chris Rorres, Howard Anton, *Aljabar Linear Elementer* 8th edition, Erlangga Jakarta (2004).
- [2] Frank Ayres JR, Phd, I Nyoman Susila, *Matriks*, Erlangga Jakarta (1994).
- [3] lei Gao, Chaoqian Li, "A New Bound on The Infinity Norm of The Invers of Nekrasov" *Journal of Applied Mathematics*, Vol 2014, article ID 708128, 8 Page, (2014).

ISSN 2829-3770



9 772829 377007