Konferensi Nasional MATEMATIKA KNM 2021

PROSIDING

Konferensi Nasional Matematika XX Tahun 2021

Dipublikasikan Online Pada :
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology
e-ISSN : 2829-3770

Powered by IndoMS

Organized by Universitas Pattimura

PROSIDING

KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XX

"Peranan Ilmu Matematika dalam Menjawab Tantangan Bangsa yang Semakin Kompleks dan Dinamis di Era Revolusi Industri 4.0"

Diterbitkan oleh Universitas Pattimura

e-ISSN: 2829-3770

DOI issue: https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX

Dipublikasikan online pada:
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology

Terindeks Oleh:

Mei 2022

Editor:
Dr. Harmanus Batkunde, S.Si., M.Si., Berny P. Tomasouw, S.Si., M.Si.,
Taufan Talib, S.Pd., M.Si., M. I. Tilukay, S.Si., M.Si., Monalisa E. Rijoly, S.Si., M.Sc.
Z.A. Leleury, S.Si., M.Si, M. B. Mananggel, S.Pd., M.Pd., L. J. Sinay, S.Si., M.Sc.,
Y. A. Lesnussa, S.Si., M.Si. Vicardy Kempa, S.Si., M.Si. M. Yahya Matdoan, S.Si., M.Si.
Novalin C. Huwaa, S.Pd., M.Sc., D. L. Rahakbauw, S.Si., M.Si.

Design cover:

L. J. Sinay, S.Si., M.Sc

Ukuran: 29,7 x 21 cm

Tim *Reviewer*

1. Prof. Dr. Budi Nurani Ruchjana, M.S. (Universitas Padjajaran)
2. Prof. Dr. T. G. Ratumanan, M.Pd. (Universitas Pattimura)
3. Prof. Dr. W. Mataheru (Universitas Pattimura)
4. Dr. Eka Kurnia Lestari.(Universitas Singapebangsa)
5. Dr. Yundari. (Universitas Tanjungpura)
6. Dr. Delsi Kariman (STKIP PGRI Sumatera Barat)
7. Dr. Ch. Laamena. (Universitas Pattimura)
8. Dr. Moch Idris. (Universitas Lambung Mangkurat)
9. Dr. Daniel Salim. (Universitas Parahyangan)
10. Dr. Al Azhary Masta.(Universitas Pendidikan Indonesia)
11. Dr. Risnawita. (IAIN Bukittinggi)
12. Dr. Nicky K. Tumalun.(Universitas Negeri Manado)
13. Dr. Susilawati. (Politeknik Bengkalis Riau)
14. Dr. Debi Oktia Haryeni (Universitas Pertahanan)
15. Dr. Anderson Palinussa (Universitas Pattimura)
16. Dr. Harmanus Batkunde. (Universitas Pattimura)

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Tim Reviewer	ii
Kata Pengantar	iii
Susunan Panitia KNM XX	iv
Daftar Isi	vii

ALJABAR

KLASIFIKASI TITIK KRITIS POLINOMIAL DUA VARIABEL BERDERAJAT TIGA Afif Humam	1 – 8
KAJIAN KEKUATAN $\mathbb{Z}$ - MODUL $\mathbb{Q}$ SEBAGAI INSPIRASI MUNCULNYA KONSEP DAN SIFAT DALAM TEORI MODUL Sri Wahyuni, Yunita Septriana Anwar, I Putu Yudi Prabhadika	9 – 14
GRAF PEMBAGI NOL DARI RING KOMUTATIF Maria Vianney Any Herawati	15 – 20
IDEAL TAK TEREDUKSI KUAT ATAS SEMIRING KOMUTATIF Fitriana Hasnani, Nikken Prima Puspita	21 – 26
BATAS ATAS PADA NORM – TAK HINGGA DARI INVERS MATRIKS NEKRASOV Eddy Djauhari	27 – 32
KOREPRESENTASI KOALJABAR F[G] Na’imah Hijriati, Indah Emilia Wijayanti	33 – 40
HUBUNGAN SIFAT BERSIH PADA RING, MODUL, KOMODUL DAN KOALJABAR Nikken Prima Puspita, Indah Emilia Wijayanti, Budi Surodjo	41 – 50
KONTRAKSI PERTINGKATAN PADA PERTINGKATAN PAULI $\mathfrak{SL}$ $(\boldsymbol{N}, \mathbb{C})$ Reynald Saputra, Gantina Rachmaputri	51 – 60

ANALISIS

BUKTI ALTERNATIF INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG LEBESGUE DENGAN EKSPONEN PEUBAH Dina Nur Amalina dan Denny Ivanal Hakim	61 – 66
SEGITIGA TITIK CIRCUMCENTER PADA MODIFIKASI TEOREMA NAPOLEON Yunisa Fadhilah Hartati, Mashadi	67 – 76
FUNGSI SIMETRI TERHADAP TITIK (a, b) DAN BEBERAPA SIFATNYA Firdaus Ubaidillah	77 – 82
INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG MORREY-ADAMS DAN OPERATOR MAKSIMAL FRAKSIONAL Daniel Salim, Moch. Taufik Hakiki, Denny Ivanal Hakim	83 – 90
PENDEKATAN KALKULUS HIDA UNTUK PROSES HERMITE Herry Pribawanto Suryawan	91 – 98
KETAKSAMAAN HARDY DI RUANG HERZ HOMOGEN Pebrudal Zanu, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi1	99 – 106
OPERATOR KANTOROVICH PADA RUANG MORREY DIPERUMUM Mu’afa Purwa Arsana, Denny Ivanal Hakim	107 – 114
PERLUASAN DEFINISI RATA-RATA VIA TEOREMA NILAI RATA-RATA Mochammad Idris	115 – 124
SISTEM EIGEN OPERATOR LAPLACE BERBASIS RUAS PADA SUATU POHON KUANTUM Moh. Januar I. Burhan, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi	125 – 134

SUKU BANYAK BERNSTEIN DAN OPERATOR KANTOROVICH UNTUK BEBERAPA FUNGSI YANG TIDAK KONTINU 135 – 142
Reinhart Gunadi, Denny I. Hakim
KETERBATASAN OPERATOR TIPE VOLTERRA PADA RUANG MORREY ANALITIK Lp,λ 585 - 590
Moch Taufik Hakiki, Wono Setya Budhi, dan Denny Ivanal Hakim

KOMBINATORIK

PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF SIPUT DAN GRAF UBUR-UBUR 143 – 148
Kevin Akbar, Kiki Ariyanti Sugeng
DIMENSI METRIK LOKAL PADA GRAF FLOWER DAN GRAF GEAR KORONA GRAF LINTASAN 149 – 154
Salma Fauziyah Ashim, Tri Atmojo Kusmayadi, Titin Sri Martini
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF LILIN 155 – 160
Rizqi Rachmadhani, Kiki Ariyanti Sugeng
PELABELAN HARMONIS PADA GRAF SEGITIGA BELAH KETUPAT VARIASI LM_n 161 – 164
Evi Maharani, Kurniawan Atmadja
PEWARNAAN SIMPUL $r -$ DINAMIS PADA GRAF TERATAI T_n 165 – 170
Audi Fierera, Kiki A. Sugeng
SIFAT-SIFAT GRAF CAYLEY GRUP S_n 171-176
Afifan Hadi, Kiki Ariyanti Sugeng

PENDIDIKAN MATEMATIKA

LKPD BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING BERBANTUAN ALAT PERAGA PADA MATERI LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME PRISMA DAN LIMAS 177 – 182
Fithroh Nafa Dzillah, Latifah Mustofa Lestyanto
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA DARING BERBASIS MODEL PENEMUAN TERBIMBING MENGGUNAKAN LIVEWORKSHEETS PADA MATERI PRISMA DAN LIMAS 183 – 188
Sania Sururul Khusna, Latifah Mustofa Lestyanto, Eddy Budiono
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA BERBASIS MASALAH BERBANTUAN GOOGLE FORM UNTUK PEMAHAMAN KONSEP SISWA KELAS VII SMP PADA MATERI SEGITIGA DAN SEGIEMPAT 189 – 194
Herlin Oktavita, Latifah Mustofa Lestyanto2
EKSPLORASI ETNOMATEMATIKA PADA GELANG MANIK-MANIK KHAS DAYAK KALIMANTAN SEBAGAI SUMBER PENYUSUNAN LKPD 195 – 206
Silvia
ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA DENGAN PEMBELAJARAN MODEL BRAIN BASED LEARNING BERBASIS LEARNING MANANGEMENT SYSTEM 207 – 214
N. R. Mumtaz, M. Asikin
PENGEMBANGAN ASESMEN ALTERNATIF DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA KONTEKS LINGKUNGAN LAHAN BASAH UNTUK SISWA TINGKAT SMP/MTS 215 – 222
Muhammad Rizal, Noor Fajriah, Agni Danaryanti
MATERI PENGAYAAN TEORI BILANGAN DASAR DI SEKOLAH DASAR 223-228
Awanga Dijayangrana, Hilda Assiyatun
KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS TULIS MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH VOLUME BENDA PUTAR MELALUI MODEL PERKULIAHAN KOLABORATIF 229 – 236
Fadhila Kartika Sari, Anies Fuady
PERAN PENULISAN JURNAL DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SECARA DARING DI MASA PANDEMI COVID-19 237 – 244

Gusti Firda Khairunnisa, Frida Siswiyanti
ANALISIS KRUSKAL WALLIS UNTUK MENGETAHUI TINGKAT KOSENTRASI BELAJAR MAHASISWA BERDASARKAN PROGRAM STUDI 245 – 250
Venessa Y. A. Brabar, Grace A. V. Hikoyabi, Agustinus Langowuyo
ANALISIS PENGARUH PEMANFAATAN INTERNET TERHADAP MINAT BELAJAR MAHASISWA PRODI STATISTIKA 251 – 258
Mariana Tanawani, Meilani Yarangga, dan Agustinus Langowuy
PENGARUH PROSES BELAJAR MENGAJAR LURING DAN DARING TERHADAP HASIL BELAJAR MAHASISWA JURUSAN MATEMATIKA ANGAKATAN 2018 FMIPA UNIVERSITAS CENDERAWASIH 259 – 264
Dewi Rahmawati, Tiara A. Nadapdap, Agustinus Langowuyo
PENILAIAN ESAI MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN MESIN 265 – 270
Farah Qotrunnada, Marcus Wono Setya Budhi, Hilda Assiyatun
PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS ETNOMATEMATIKA BUDAYA MASYARAKAT NEGERI TULEHU PADA MATERI SEGIEMPAT DAN SEGITIGA UNTUK SISWA DI KELAS VII MTS NEGERI I MALUKU TENGAH. 271 – 276
Heni Rahim, W. Mataheru, J. Takaria
PENERAPAN FUZZY LINEAR PROGRAMMING UNTUK OPTIMASI PRODUKSI TAHU (STUDI KASUS DI DESA TANJUNGREJO KABUPATEN JEMBER) 277 – 284
Anisa Wahyu Illahi, Agustina Pradjaningsih, Abduh Riski
PENENTUAN SOLUSI FISIBEL AWAL MASALAH TRANSPORTASI DENGAN MINIMUM DEMAND METHOD 285 – 292
Ulniyatul Ula, Siti Khabibah, Robertus Heri S.U
OPTIMALISASI RUTE DAN PENJADWALAN PENGANGKUTAN SAMPAH DENGAN METODE INSERTION HEURISTIC DAN INTRA- ROUTE IMPROVEMENT (STUDI KASUS: UNIVERSITAS BRAWIJAYA MALANG) 293 – 298
Fara El Nandhita Pratiwi
MODEL MATEMATIS RUTE WISATA DI RIAU DENGAN MENGGUNAKAN PEMROGRAMAN GOL 299 – 312
Ihda Hasbiyati, Hasriati, T. P. Nababan

MATEMATIKA TERAPAN

MODEL SUSCEPTIBLE INFECTED RECOVERED (SIR) PADA DEMAM BERDARAH DENGUE (DBD) 313 – 320
Oscar Andhry Barata, Rahmat, Rengga Nanda Pramudya
ANALISA PERSAMAAN DIFERENSIAL ORDE FRAKSIONAL NUMERIK MENGGUNAKAN METODE EULER DAN APLIKASINYA 321 – 326
Leli Deswita, Syamsudhuha, Asral. M
TERAPAN FUNGSI SIGMOID UNTUK MENENTUKAN NILAI MAKSIMAL KOEFISIEN GAYA ANGKAT DAN SUDUT STALL PADAKURVA LINEAR C_L TERHADAP α 327 – 334
Angga Septiyana, Singgih Satrio W, Fuad Surastyo P, Try Kusuma Wardana, Ardian Rizaldi, Novita Atmasari, Eries Bagita Jayanti, Prasetyo Ardi P
IMPLEMENTASI DEEP LEARNING UNTUK KLASIFIKASI GAMBAR MENGGUNAKAN CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK (CNN) PADA BATIK SASAMBO 335 – 340
Muna Malika, Edy Widodo

STATISTIKA

PENERAPAN MODEL SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (STARI(1,1,1)) PADA DATA NTP TANAMAN PANGAN DARI TIGA PROVINSI DI PULAU JAWA 341 -350
Fajriatus Sholihah, Kartika Sari, Budi Nurani Ruchjana, Toni Toharudin
ANALISIS KORESPONDENSI BERGANDA UNTUK MENGETAHUI INDIKATOR-INDIKATOR YANG MEMPENGARUHI KEJADIAN LOW BACK PAIN PADA KUSIR 351 - 358

KUDA/DELMAN DI KOTA CIMAHI TAHUN 2019
Dhita Diana Dewi, Fajriatus Sholihah, Rosa Rosmanah, Lucy Fitria Dewi, Mochamad Yudhi Afrizal, Irlandia Ginanjar

PROSES POISSON NON HOMOGEN DAN PENERAPANNYA PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT 359 – 362
Viona Prisyella Balqis, Muhammad Herlambang Prakasa Yudha, Budi Nurani Ruchjana

PENERAPAN DISTRIBUSI STASIONER RANTAI MARKOV PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT 363 – 370
Tubagus Robbi Megantara, Ayun Sri Rahmani, Budi Nurani Ruchjana

SPATIAL CLUSTER ING DENGAN METODE SKATER (K'LUSTER ANALYSIS BY TREE EDGE REMOVAL) UNTUK PENGELOMPOKAN SEBARAN COVID-19 DI KABUPATEN TULUNGAGUNG 371 – 380
Danang Ariyanto, Henny Pramoedyo, Novi Nur Aini

ANALISIS KLASTER KABUPATEN/KOTA INDONESIA BERDASARKAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DENGAN MODEL MIXTURE SKEW-T 381 – 388
Kristoforus Exelsis Pratama, Irwan Susanto, Yuliana Susanti

ANALISIS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN BURU SELATAN DENGAN MENGGUNAKAN REGRESI LINIER BERGANDA 389 – 396
Muhidin Jariyah, Inayah. P. F. Solong, Juan C. S. Jamco

TINJAUAN KEPUTUSAN HIPOTESA FUZZY BERBASIS P-VALUE FUZZY (STUDI KASUS DATA COVID-19 DI NUSA TENGGARA BARAT) 397 – 404
Wahidaturrahmi

PENERAPAN METODE AUTO SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS PADA PERAMALAN DATA INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA 405 – 410
Andreas Reza Chrisantama*, Winita Sulandari, Sugiyanto

PERAMALAN JUMLAH PRODUKSI PERIKANAN DI KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL 411 – 418
Asrul Irfanullah, Claudia Sumanik, Romy Makatita

ANALISIS PENGARUH STRUKTUR KONSUMSI AKHIR RUMAH TANGGA BERDASARKAN KOMPONEN PENGELUARAN KABUPATEN BURU SELATAN PERIODE 2015 – 2019 DENGAN RAKL 419 – 424
Nikita A. Putiray, Dea M. Tuhumury, Angel M.P. Manuputty

EKSPLORASI SISA USIA BEARING MENGGUNAKAN DISTRIBUSI WEIBULL 425 – 430
Sutawanir Darwis, Nusar Hajarisman, Suliadi, Achmad Widodo

PENERAPAN MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE (VARIMA) UNTUK PRAKIRAAN INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DAN KURS RUPIAH TERHADAP USD 431 – 442
Ani Pertiwi, Lucy Fitria Dewi, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana

PENGELOMPOKKAN JUMLAH PENDUDUK KABUPATEN BURU SELATAN BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA TAHUN 2018 DENGAN ALGORITMA K-MEANS 443 – 450
Samin Radjid, Nadia Istifarin, Meylani Tuasella

PENERAPAN METODE ARIMAX PADA PERAMALAN PRODUKSI DAGING SAPI DI SUKOHARJO 451 – 458
Fitrian Nur Ardyansyah, Winita Sulandari, Sugiyanto

ANALISIS KEPUASAN DAN POSITIONING SELLER E-MARKETPLACE DENGAN MENGGUNAKAN IMPORTANCE PERFORMANCE ANALYSIS DAN BIPLOT 459 – 464
Farah Dibah, Dwi Endah Kusrini

KLASTERISASI LOKASI PASAR KABUPATEN BANYUMAS GUNA MEMPERMUDAH UPTD DALAM MENGELOLA KELAS PASAR 465 – 470
Pradini Nurul Safitri, Abdullah Ahmad Dzikrullah

PENGARUH MOTIVASI INTRINSIK DAN KEPUASAN KERJA TERHADAP ORGANIZATIONAL CITIZENSHIP BEHAVIOR 471 – 476
Diya Kasih Puspitasari, Dwi Endah Kusrini

KLASTERING JUMLAH PENDUDUK BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA KECAMATAN LEKSULA TAHUN 2018 DENGAN MENGGUNAKAN METODE ALGORITMA K-MEANS 477 – 484
Morensi T. Risakotta, Rensya Siwalette, Rola E. Leasa

PERAMALAN DENGAN METODE SIMPLE MOVING AVERAGE DAN DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING BROWN (STUDI KASUS: JUMLAH CURAH HUJAN DAN JUMLAH HARI HUJAN KABUPATEN BURU SELATAN) 485 – 494
Apriano R. Narahawarin, Ravensky Silangen, Rahania Patiekon

PERAMALAN GARIS KEMISKINAN KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING DARI HOLT 495 – 502
Ade Irma La Murdani, Intan Gainau, Unique Resiloy

ANALISIS PERBEDAAN PENDAPATAN TOKO WALET MAS SEBELUM DAN SESUDAH PANDEMI COVID-19 DENGAN METODE MANN-WHITNEY 503 – 508
Marselina Ema Koten, Yunida Kurniasih, Agustinus Langowuyo

ANALISIS PENGARUH BELANJA DAERAH, JUMLAH PENDUDUK, DAN PDRB TERHADAP PENDAPATAN DAERAH DI KABUPATEN BURU SELATAN TAHUN 2013-2020 509 – 516
Dephie Latumahina, Martje Riry, Olfin Sabono

UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI RAYLEIGH BIVARIAT MENGGUNAKAN UJI KOLMOGOROV-SMIRNOV BIVARIAT PADA DATA HASIL PERTANDINGAN PERSIB BANDUNG 517 – 522
Wulan Jati Nuraya, Aceng Komarudin Mutaqin

MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) UNTUK PERAMALAN BANYAKNYA KASUS TERKONFIRMASI DAN KASUS SEMBUH COVID-19 DI INDONESIA 523 – 532
Sri Indra Maiyanti, Mahrudinda, Al Fataa W. Haq, Budi Nurani Ruchjana

MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) DAN PENERAPANNYA PADA DATA PERKEMBANGAN HARGA ECERAN BERAS DI TIGA IBU KOTA PROVINSI WILAYAH PULAU JAWA 533 – 544
Zulfa Hidayah Satria Putri, Asri Yuniar, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana

PENERAPAN METODE REGRESI LINEAR BERGANDA UNTUK MELIHAT PENGARUH JUMLAH PENDUDUK DAN LUAS WILAYAH TERHADAP JUMLAH PENGGUNA LISTRIK DI KECAMATAN AMBALAU KABUPATEN BURU SELATAN 545 – 552
Fadly Ode, Nur Statib J, Elsye Malwewar

ANALISIS TINGKAT KEGEMARAN AYAM GEPUK PAK GEMBUS DARI BERBAGAI JENIS PAKET MELALUI PENDEKATAN UJI STATISTIK 553 – 558
Maharani Tiara Pramuditya, Evan Claude Boudewijn Kainama, Agustinus Langowuyo

SIMULASI PERGERAKAN HARGA SAHAM MENGGUNAKAN MODEL GERAK BROWN GEOMETRIK DENGAN R STUDIO 559 – 564
Ahmad Fawaid Ridwan, Rizki Apriva Hidayana, Budi Nurani Ruchjana

PENAKSIRAN RATA-RATA *EXCESS CLAIM* PESERTA DARI PERUSAHAAN PEMBERI LAYANAN KESEHATAN PT. X 565 – 572
Wildan*, Indah Permatasari, and Aceng Komarudin Mutaqin

PENGARUH SELF EFFICACY DAN MOTIVASI BELAJAR TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA KELAS VII SMP NEGERI 3 GANTUNG 573 – 584
Alperu, Nerru Pranuta Murnaka*, Indra Bayu M, Andy Wahyu H

https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX.33-40

KOREPRESENTASI KOALJABAR $F[G]$

Na'imah Hijriati[1,*], Indah Emilia Wijayanti[2]

[1]Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Lambung Mangkurat, Indonesia
[2] Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Gadjah Mada, Indonesia
*e-mail: nh_hijriati@ulm.ac.id

Abstrak. *Diberikan grup berhingga G dan lapangan F. Aljabar grup $F[G]$ merupakan suatu ring sekaligus merupakan ruang vektor atas F. Diketahui, jika ruang vektor V atas F merupakan modul atas aljabar grup $F[G]$ maka selalu dapat dikonstruksi suatu representasi ring $F[G]$ terhadap V, yakni suatu homomorfisma ring dari $F[G]$ ke ring semua tranformasi linear pada V. Lebih lanjut, diketahui juga $F[G]$ dan ring semua transformasi linear pada V merupakan koaljabar atas F. Berdasarkan hal ini, jika suatu ruang vektor atas F merupakan komodul atas $F[G]$ maka muncul permasalahan apakah dapat dikonstruksi suatu homomorfisma koaljabar dari $F[G]$ ke koajabar semua transformasi linear pada ruang vektor tersebut. Oleh karena itu, pada tulisan ini akan diberikan pengkonstruksian homomorfisma koajabar $F[G]$ terhadap suatu ruang vektor atas F. Selanjutnya, homomorfisma koaljabar $F[G]$ disebut korepresentasi koaljabar $F[G]$ terhadap suatu ruang vektor atas F.*

Kata kunci: koaljabar, komodul, representasi ring, ajabar grup

1 PENDAHULUAN

Aljabar A atas ring R adalah suatu ring dengan elemen satuan yang dilengkapi dengan suatu homomorfisma ring $f\colon R \to A$ yang memenuhi $f(r) \in Z(A)$ dengan $Z(A)$ merupakan pusat (*center*) dari A. Lebih lanjut, dengan mendefinisikan operasi perkalian skalar atas R pada A dengan $r \cdot a = f(r)a$ untuk setiap $r \in R$ dan $a \in A$, diperoleh A merupakan modul atas R ([3]). Dengan kata lain, suatu aljabar atas R merupakan suatu ring dan juga sekaligus modul atas R. Diberikan grup berhingga G dan lapangan F. Aljabar grup $F[G] = \{\sum_{g\in G} a_g g \mid a_g \in F\}$ merupakan suatu aljabar atas F, yakni suatu ring sekaligus merupakan ruang vektor atas F terhadap operasi penjumlahan, perkalian dan perkalian skalar atas F didefinisikan berturut-turut dengan ([7])

$$\sum_{g\in G} a_g g + \sum_{g\in G} b_g g = \sum_{g\in G} (a_g + b_g) g, \tag{1}$$

$$\left(\sum_{g\in G} a_g g\right)\left(\sum_{k\in G} b_k k\right) = \sum_{g,k\in G} a_g b_k (gk) = \sum_{g\in G}\sum_{k\in G} a_k b_{k^{-1}g}\, g, \tag{2}$$

$$a\sum_{g\in G} a_g g = \sum_{g\in G} a a_g g. \tag{3}$$

Jika F diperumum menjadi sebarang ring R dengan elemen satuan, maka $R[G]$ disebut ring grup.

Homomorfisma grup dari G ke grup semua automorfisma dari ruang vektor V atas F disebut representasi grup pada ruang vektor, daan V disebut sebagai ruang representasi. Selanjutnya jika V merupakan ruang representasi dari G maka V merupakan modul atas $F[G]$ ([2],[7]), sehingga dapat dibentuk homomorfisma ring ρ dari $F[G]$ ke ring semua transformasi linear dari V ($\mathrm{End}_F(V)$) ([2],[6]). Selanjutnya homomorfisma ring ini disebut representasi ring $F[G]$ terhadap ruang vektor ([2]). sebaliknya jika terdapat representasi ring $F[G]$ terhadap ruang vektor V atas F, maka V merupakan modul atas $F[G]$. Pada tulisan ini ruang vektor V didefinisikan sebagai ruang vektor berdimensi hingga dan G merupakan grup berhingga. Berdasarkan hal ini, diperoleh bahwa suatu representasi dapat dipandang sebagai suatu modul. Kosan dkk (2014) memberikan syarat cukup dan syarat perlu suatu representasi grup G pada modul atas R bersifat tereduksi lengkap dengan memandang representasi tersebut sebagai suatu modul atas ring grup $R[G]$ ([5]).

Jika $F[G]$ diperumum menjadi aljabar atas R dan ruang vektor V diperumum menjadi modul M atas R yang juga merupakan modul atas A, maka selalu dapat dibentuk homomorfisma ring dari A ke $\mathrm{End}_R(M)$. Sebaliknya jika terdapat homomorfisma ring dri A ke $\mathrm{End}_R(M)$ maka M merupakan modul atas A ([6]). Pada tahun 2018, Hijriati dkk memperumum representasi ring A pada ruang vektor V atas lapangan F menjadi representasi ring R pada modul M atas ring komutatif S via homomorfisma ring $f\colon R \to S$, yang disebut f-representasi, dan menunjukkan bahwa jika M merupakan modul atas S sekaligus modul atas R dengan $R \neq S$, belum tentu dapat dibentuk suatu f-representasi ring R terhadap modul M ([4]).

Pada [1] dijelaskan bahwa aljabar grup $F[G]$ merupakan koaljabar atas F dengan koproduk dan kounit berturut-turut didefinisikan sebagai pemetaan linear

$$\Delta\colon F[G] \to F[G] \otimes_F F[G], g \mapsto g \otimes g, \tag{4}$$

$$\varepsilon\colon F[G] \to F, g \mapsto 1. \tag{5}$$

yang memenuhi $(I_{F[G]} \otimes \Delta) \circ \Delta = (\Delta \otimes I_{F[G]}) \circ \Delta$ dan $(I_{F[G]} \otimes \varepsilon) \circ \Delta = (\varepsilon \otimes I_{F[G]}) \circ \Delta$.

Suatu modul M atas R disebut komodul atas koaljabar (C, Δ, ε) jika terdapat koaksi

$$\varrho\colon M \to C \otimes_R M \tag{6}$$

yang bersifat koassosiatif dan kounital, yakni berturut-turut memenuhi diagram komutatif ([1])

$$\begin{tikzcd} M \arrow[r, "\varrho"] \arrow[d, "\varrho"'] & C \otimes_R M \arrow[d, "\Delta\otimes I_M"] \\ C \otimes_R M \arrow[r, "I_C\otimes\varrho"'] & C \otimes_R C \otimes_R M \end{tikzcd}$$

(a)

$$\begin{tikzcd} M \arrow[r, "\varrho"] \arrow[dr, "I_M"'] & C \otimes_R M \arrow[d, "\varepsilon\otimes I_M"] \\ & M \end{tikzcd}$$

(b)

Gambar 1. (a) koassosiatif, (b) kounital

Pada penjelasan di atas, diketahui bahwa setiap ruang vektor V atas F yang merupakan modul atas $F[G]$ selalu dapat dibentuk homomorfisma ring $F[G]$ ke ring $\mathrm{End}_F(V)$. Karena

$F[G]$ merupakan koaljabar, tentu menimbulkan pertanyaan apakah dari suatu ruang vektor V atas F yang merupakan modul atas $F[G]$ dapat dibentuk suatu homomorfisma koaljabar dari $F[G]$ ke $\mathrm{End}^{F[G]}(V)$ dengan $\mathrm{End}^{F[G]}(V)$ merupakan himpunan semua homomorfisma komodul atas $F[G]$. Berdasarkan hal ini, tujuan dari penelitian ini adalah mengkonstruksi homomorfisma koaljabar dari $F[G]$ ke $\mathrm{End}^{F[G]}(V)$. Untuk mencapai tujuan ini, terlebih dahulu ditunjukkan syarat cukup suatu modul atas $F[G]$ merupakan komodul atas koaljabar $F[G]$. Kemudian, akan ditunjukkan bahwa himpunan $\mathrm{End}^{F[G]}(V)$ merupakan koaljabar dengan mendefinisikan suatu koproduk dan kounit. Terakhir akan dikonstruksi suatu homomorfisma koalajabar dari $F[G]$ ke $\mathrm{End}^{F[G]}(V)$. Selanjutnya, homomorfisma inilah yang disebut korepresentasi koaljabar $F[G]$

2 Hasil dan Pembahasan

Diberikan grup G dan ring komutatif R. Aljabar A atas R disebut G-graded jika untuk setiap $g \in G$ terdapat modul A_g atas R sedemikian sehingga $A = \bigoplus_{g\in G} A_g$ sebagai modul atas R dan $A_gA_h \subseteq A_{gh}$ untuk setiap $g, h \in G$. Kemudian, aljabar A dikatakan G-graded kuat (*strongly G-graded*) jika $A_gA_h = A_{gh}$. Jika N merupakan subgrup normal dari G maka ring grup $R[G]$, merupakan G/N-graded kuat ([6]). Berdasarkan hal ini, jika G merupakan grup berhingga maka aljabar grup $F[G]$ merupakan G-gredad. Selanjutnya, jika aljabar A atas ring R merupakan G-graded, maka modul M atas A disebut modul G-graded jika $M = \bigoplus_{g\in G} M_g$, dan $A_gM_h \subseteq M_{gh}$ untuk setiap $g, h \in G$ ([1]). Berdasarkan hal ini, diperoleh syarat cukup suatu modul atas $F[G]$ merupakan komodul atas $F[G]$ sebagai berikut.

Proposisi 2.1 *Diberikan grup berhingga G, lapangan F, dan ruang vektor V berdimensi hingga atas F. Jika modul V atas koaljabar $(F[G], \Delta, \varepsilon)$ merupakan G-graded, maka V merupakan komodul atas $F[G]$*

Bukti
Diketahui $V = \bigoplus_{g\in G} V_g$ merupakan modul G-graded dan $(v_g)_h = \delta_{g,h}v_g$ dengan $\delta_{g,h}$ merupakan *kronecker delta*. Didefinisikan

$$\varrho\colon V \to F[G] \otimes_F V, v_g \mapsto g \otimes v_g. \tag{7}$$

Pemetaan ϱ merupakan pemetaan linear atas F yang ditunjukkan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\varrho(av + bv') &= \varrho(a\sum_{g\in G} a_g v_g + b\sum_{g\in G} b_g v_g) \\
&= \varrho(\sum_{g\in G}(aa_g + bb_g)v_g) \\
&= \sum_{g\in G}(g \otimes (aa_g + bb_g)v_g) \\
&= \sum_{g\in G}(g \otimes aa_g v_g) + \sum_{g\in G}(g \otimes bb_g v_g) \\
&= \sum_{g\in G} a(g \otimes a_g v_g) + \sum_{g\in G} b(g \otimes b_g v_g) \\
&= a\sum_{g\in G}(g \otimes a_g v_g) + b\sum_{g\in G}(g \otimes b_g v_g) \\
&= a\varrho(v) + b\varrho(v') \qquad (8)
\end{aligned}$$

untuk setiap $v, v' \in V$. Selanjutnya dapat ditunjukkan bahwa ϱ merupakan koasosiatif dan kounital berturut-turut sebagai berikut. Diberikan sebarang $v \in V$

$$\begin{aligned}((\Delta \otimes I_V) \circ \varrho)(v) &= (\Delta \otimes I_V)\varrho(v) \\ &= (\Delta \otimes I_V)(\sum_{g\in G} g \otimes v_g) \\ &= \sum_{g\in G} g \otimes g \otimes v_g. \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}((I_{F[G]} \otimes \varrho) \circ \varrho)(v) &= (I_{F[G]} \otimes \varrho)\varrho(v) \\ &= (I_{F[G]} \otimes \varrho)(\sum_{g\in G} g \otimes v_g) \\ &= \sum_{g\in G} g \otimes g \otimes v_g. \end{aligned} \tag{10}$$

Jadi $(\Delta \otimes I_V) \circ \varrho = (I_{F[G]} \otimes \varrho) \circ \varrho$, atau dengan kata lain memenuhi diagram berikut komutatif berikut

$$\begin{tikzcd} V \arrow[r, "\varrho"] \arrow[d, "\varrho"'] & F[G] \otimes_F V \arrow[d, "\Delta\otimes I_V"] \\ F[G] \otimes_F V \arrow[r, "I_{F[G]}\otimes\varrho"'] & F[G] \otimes_F F[G] \otimes_F V \end{tikzcd}$$

Lebih lanjut, untuk sebarang $v \in V$ berlaku

$$\begin{aligned}((\varepsilon \otimes I_V) \circ \varrho)(v) &= (\varepsilon \otimes I_V)\varrho(v) = (\varepsilon \otimes I_V)(\sum_{g\in G} g \otimes v_g) \\ &= \sum_{g\in G} \varepsilon(g) \otimes I_V(v_g) = \sum_{g\in G} 1 \otimes v_g = \sum_{g\in G} v_g = v \end{aligned} \tag{11}$$

Jadi $(\varepsilon \otimes I_V) \circ \varrho = I_V$, atau dengan kata lain memenuhi diagram komutatif di atas

$$\begin{tikzcd} V \arrow[r, "\varrho"] \arrow[dr, "I_V"'] & F[G] \otimes_F V \arrow[d, "\varepsilon\otimes I_V"] \\ & V \end{tikzcd}$$

Berdasarkan definisi komodul, maka terbukti bahwa V merupakan komodul atas $F[G]$. ■

Diberikan komodul (M, ϱ^M) dam $(M', \varrho^{M'})$ atas koaljabar (C, Δ, ε). Homomorfisma modul $f \colon M \to M$ atas R disebut homomorphism komodul atas C jika dan hanya jika diagram komutatif. Himpunan semua homomorfisma komodul atas C dari M ke M dinotasikan dengan $\mathrm{End}^C(M)$ [1]. Diketahui himpunan semua transformasi linear dari ruang vektor V berdimensi

$$\begin{tikzcd} M \arrow[r, "f"] \arrow[d, "\rho^M"'] & M' \arrow[d, "\rho^{M'}"] \\ C \otimes M \arrow[r, "Id_C \otimes f"'] & C \otimes M' \end{tikzcd}$$

hingga atas F merupakan aljabar atas F. Jika $B = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ merupakan basis dari V, maka basis dari $\mathrm{End}_F(V)$ adalah

$$B' = \{f_{ij} \in \mathrm{End}_F(V) \mid f_{ij}(v_k) = v_j \text{ jika } k = i,\ 0 \text{ untuk lainnya}\} \tag{12}$$

Proposisi 2.2 *Diberikan ruang vektor V berdimensi hingga atas F. Jika V merupakan komodul atas $F[G]$ maka $\mathrm{End}^{F[G]}(V)$ merupakan koaljabar atas F dengan koproduk dan kounit didefinisikan berturut-turut dengan*

$$\Delta' \colon \mathrm{End}^{F[G]}(V) \to \mathrm{End}^{F[G]}(V) \otimes_F \mathrm{End}^{F[G]}(V), f_{ij} \mapsto f_{ij} \otimes f_{ij}, \tag{13}$$

$$\varepsilon' \colon \mathrm{End}^{F[G]}(V) \to F, f_{ij} \mapsto \delta_{ij} \tag{14}$$

dengan δ_{ij} adalah kronecker delta.

Bukti.
Diketahui $\mathrm{End}^{F[G]}(V)$ merupakan ruang vektor atas F dengan basis B', sehingga berdasarkan Proposisi 1.6 pada [1], terbukti bahwa Δ' merupakan koasosiatif. Oleh karena itu, untuk menunjukkan bahwa $\mathrm{End}^{F[G]}(V)$ merupakan koaljabar, cukup dibuktikan ε' merupakan pemetaan linear dan memenuhi

$$(I_{\mathrm{End}^{F[G]}(V)} \otimes \varepsilon') \circ \Delta' = (\varepsilon' \otimes I_{\mathrm{End}^{F[G]}(V)}) \circ \Delta'. \tag{15}$$

Diberikan sebarang $f, g \in \mathrm{End}^{F[G]}(V)$ dengan $f = \sum_{ij} a_{ij} f_{ij}$ dan $g = \sum_{ij} a_{ij} f_{ij}$. Diperoleh

$$\begin{aligned} \varepsilon'(af + bg) &= \varepsilon'(a \sum_{ij} a_{ij} f_{ij} + b \sum_{ij} b_{ij} f_{ij}) \\ &= \varepsilon'(\sum_{ij} (aa_{ij} + bb_{ij}) f_{ij}) \\ &= \sum_{ij} (aa_{ij} + bb_{ij}) \delta_{ij}) \\ &= a \sum_{ij} a_{ij} \delta_{ij} + b \sum_{ij} b_{ij} \delta_{ij}) \\ &= a\varepsilon'(\sum_{ij} a_{ij} f_{ij}) + b\varepsilon'(\sum_{ij} b_{ij} f_{ij}) \\ &= a\varepsilon'(f) + b\varepsilon'(g) \end{aligned} \tag{16}$$

Lebih lanjut, untuk sebarang $f_i j \in B'$ berlaku

$$\begin{aligned} ((I_{\mathrm{End}^{F[G]}(V)} \otimes \varepsilon') \circ \Delta')(f_{ij}) &= (I_{\mathrm{End}^{F[G]}(V)} \otimes \varepsilon')(f_{ij} \otimes f_{ij}) \\ &= f_{ij} \otimes \delta_{ij} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= f_{ij} \otimes 1,\ (i = j) \text{ dan } 0,\ (i \neq j) \\
&= 1 \otimes f_{ij},\ (i = j) \text{ dan } 0,\ (i \neq j) \\
&= \delta_{ij} \otimes f_{ij} \\
&= (\varepsilon' \otimes I_{\mathrm{End}^{F[G]}(V)})(f_{ij} \otimes f_{ij}) \\
&= ((\varepsilon' \otimes I_{\mathrm{End}^{F[G]}(V)}) \circ \Delta')(f_{ij}). \qquad (17)
\end{aligned}
$$

Jadi terbukti bahwa $(\mathrm{End}^{F[G]}(V), \Delta', \varepsilon')$ merupakan koaljabar atas $F[G]$. ■

Misalkan V merupakan komodul atas $F[G]$ yang G-graded. Menggunakan Proposisi 2.1 dan Proposisi 2.2, selanjutnya untuk $g \in F[G]$ dibentuk suatu fungsi

$$\mu_g \colon V \to V, v \mapsto v_g. \qquad (18)$$

Diketahui $V = \bigoplus_{g \in G} V_g$, sehingga untuk sebarang $v, v' \in V$ dengan $v = \sum_{g \in G} v_g$ dan $v' = \sum_{g \in G} v'_g$, jika $v = v'$ maka $v_g = v'_g$ untuk setiap $g \in G$. Akibatnya $\mu_g(v) = \mu_g(v')$. Dengan kata lain μ_g *well defined*.

Proposisi 2.3 *Fungsi $\mu_g \colon V \to V, v \mapsto v_g$ merupakan $F[G]$-komodul*

Bukti.

1. Untuk sebarang $v, v' \in V$ dan $a \in F$ diperoleh

$$
\begin{aligned}
\mu_g(v + v') &= (v + v')_g \\
&= (\sum_{h \in G} v_h + \sum_{i \in G} v'_i)_g \\
&= \sum_{h \in G} (v_h)_g + \sum_{i \in G} (v'_i)_g \\
&= v_g + v'_g = \mu_g(v) + \mu_g(v'), \qquad (19)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mu_g(av) &= (av)_g = (\sum_{h \in G} av_h)_g \\
&= \sum_{h \in G} (av_h)_g = av_g = a\mu_g(v) \qquad (20)
\end{aligned}
$$

2. Untuk sebarang $v \in V$, diperoleh

$$(\rho \circ \mu_g) = \rho(\mu_g(v)) = \rho(v_g) = g \otimes v_g \qquad (21)$$

$$
\begin{aligned}
(Id_{F[G]} \otimes \mu_g) \circ \rho(v) &= (Id_{F[G]} \otimes \mu_g)(\rho(v)) \\
&= (Id_{F[G]} \otimes \mu_g)(\sum_{h \in G} h \otimes v_h) \\
&= g \otimes \mu_g. \qquad (22)
\end{aligned}
$$

Berdasarkan (21) dan (22) diperoleh $\rho \circ \mu_g = (Id_{F[G]} \times \mu_g) \circ \rho$.

Jadi, $\mu_g \in \mathrm{End}^{F[G]}(V)$. $\blacksquare$

Menggunakan Proposisi 2.3, dapat dikontruksi homomorfisma koaljabar dari $F[G]$ ke $\mathrm{End}^{F[G]}(V)$, yang dinyatakan dalam proposisi berikut

Proposisi 2.4 *Diberikan grup berhingga G, lapangan F, dan ruang vektor V berdimensi hingga atas F. Jika V merupakan komodul atas koaljabar $(F[G], \Delta, \varepsilon)$, maka fungsi*

$$\mu \colon F[G] \to \mathrm{End}^{F[G]}(V), g \mapsto \mu_g \tag{23}$$

merupakan homomorfisma koaljabar atas F.

Bukti.
untuk sebarang $g \in F[G]$ diperoleh

$$\begin{aligned} (\Delta' \circ \mu)(g) &= \Delta'(\mu(g)) \\ &= \Delta'(\mu_g) \\ &= \mu_g \otimes \mu_g \\ &= (\mu \otimes \mu)(g \otimes g) \\ &= (\mu \otimes \mu)(\Delta(g)) \\ &= ((\mu \otimes \mu) \circ \Delta)(g)) \end{aligned} \tag{24}$$

dan

$$(\epsilon' \circ \mu)(g) = \epsilon'(\mu(g)) = \epsilon'(\mu_g) = 1 = \epsilon(g) \tag{25}$$

Jadi, terbukti μ merupakan homomorfisma koalgebra atas F. $\blacksquare$

3 KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa jika suatu ruang vektor berdimensi hingga atas lapangan F merupakan modul atas aljabar grup $F[G]$ yang G-graded, dengan G merupakan grup behingga, maka V merupakan komodul atas koaljabar $(F[G], \Delta, \varepsilon)$ dengan $\Delta \colon F[G] \to F[G] \otimes_F F[G], g \mapsto g \otimes g$, dan $\varepsilon \colon F[G] \to F, g \mapsto 1$. Selanjutnya setiap komodul atas koaljabar $F[G]$ selalu dapat dikonstruksi homomorfisma koaljabar dari $F[G]$ ke koaljabar $(\mathrm{End}^{F[G]}(V), \Delta', \varepsilon'$ dengan $\Delta' \colon \mathrm{End}^{F[G]}(V) \to \mathrm{End}^{F[G]}(V) \otimes_F \mathrm{End}^{F[G]}(V), f_{ij} \mapsto f_{ij} \otimes f_{ij}$, dan $\varepsilon' \colon \mathrm{End}^{F[G]}(V) \to F, f_{ij} \mapsto \delta_{ij}$.

DAFTAR PUSTAKA

[1] T. Brzezinski, T., dan R. Wisbauer, *Corings and Comoduls*, Cambridge University Press, Cambridge(2003)

[2] M. Burrow, M., *Representation Theory of Finite Groups*, Academic Press, New York, (1965).

[3] D.S. Dummit, D.S., dan R. Foote, *Abstract Algebra*, John Wiley dan Sons Inc, New York, (1999)

[4] N. Hijriati, S. Wahyuni, dan I.E Wijayanti, Generalization of Schur's Lemma in Ring Representations on Modules over a Commutative Ring, *European Journal of Pure and Applied Mathematics*,11(3), page 751-761, (2018).

[5] M.T. Kosan, T.K Lee, dan Y. Zhou, On Modules Over Group Rings, *Algebra Representation Theory*, Vol. 17, hal 87–102, (2014).

[6] A. Zimmermann, *Representation Theory A Homological Algebra Point of View*, Springer International Publishing, Switzerland, (2014).

[7] G. James dan M. Liebeck, *Representation and Characters of Groups*, 2^{nd} edition, Cambridge University Press, United Kingdom, (2001).

ISSN 2829-3770