

Konferensi Nasional MATEMATIKA 20 21



PROSIDING

Konferensi Nasional Matematika XX
Tahun 2021

Dipublikasikan Online Pada :
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology
e-ISSN : 2829-3770

Powered by
IndoMS



Organized by
Universitas Pattimura

PROSIDING

KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XX

“Peranan Ilmu Matematika dalam Menjawab Tantangan Bangsa yang Semakin Kompleks dan Dinamis di Era Revolusi Industri 4.0”

Diterbitkan oleh Universitas Pattimura

@Hak Cipta dilindungi Undang-undang

e-ISSN: 2829-3770

DOI issue: <https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX>

Dipublikasikan online pada:

Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology

Terindeks Oleh:



Mei 2022

Editor:

Dr. Harmanus Batkunde, S.Si, M.Si, Berny P. Tomasouw, S.Si, M.Si,
Taufan Talib, S.Pd., M.Si, M. I. Tilukay, S.Si, M.Si, Monalisa E. Rijoly, S.Si, M.Sc.
Z.A. Leleury, S.Si, M.Si, M. B. Mananggal, S.Pd., M.Pd., L. J. Sinay, S.Si, M.Sc.,
Y. A. Lesnussa, S.Si, M.Si. Vicardy Kempa, S.Si, M.Si. M. Yahya Matdoan, S.Si, M.Si.
Novalin C. Huwaa, S.Pd., M.Sc., D. L. Rahakbauw, S.Si, M.Si.

Design cover:

L. J. Sinay, S.Si, M.Sc

Ukuran: 29,7 x 21 cm

Tim *Reviewer*

1. Prof. Dr. Budi Nurani Ruchjana, M.S. (Universitas Padjajaran)
2. Prof. Dr. T. G. Ratumanan, M.Pd. (Universitas Pattimura)
3. Prof. Dr. W. Mataheru (Universitas Pattimura)
4. Dr. Eka Kurnia Lestari.(Universitas Singapebangsa)
5. Dr. Yundari. (Universitas Tanjungpura)
6. Dr. Delsi Kariman (STKIP PGRI Sumatera Barat)
7. Dr. Ch. Laamena. (Universitas Pattimura)
8. Dr. Moch Idris. (Universitas Lambung Mangkurat)
9. Dr. Daniel Salim. (Universitas Parahyangan)
10. Dr. Al Azhary Masta.(Universitas Pendidikan Indonesia)
11. Dr. Risnawita. (IAIN Bukittinggi)
12. Dr. Nicky K. Tumulun.(Universitas Negeri Manado)
13. Dr. Susilawati. (Politeknik Bengkalis Riau)
14. Dr. Debi Oktia Haryeni (Universitas Pertahanan)
15. Dr. Anderson Palinussa (Universitas Pattimura)
16. Dr. Harmanus Batkunde. (Universitas Pattimura)

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Tim Reviewer	ii
Kata Pengantar	iii
Susunan Panitia KNM XX	iv
Daftar Isi	vii

ALJABAR

KLASIFIKASI TITIK KRITIS POLINOMIAL DUA VARIABEL BERDERAJAT TIGA	1 – 8
Afif Humam	
KAJIAN KEKUATAN \mathbb{Z} - MODUL \mathbb{Q} SEBAGAI INSPIRASI MUNCULNYA KONSEP DAN SIFAT DALAM TEORI MODUL	9 – 14
Sri Wahyuni, Yunita Septriana Anwar, I Putu Yudi Prabhadika	
GRAF PEMBAGI NOL DARI RING KOMUTATIF	15 – 20
Maria Vianney Any Herawati	
IDEAL TAK TEREDUKSI KUAT ATAS SEMIRING KOMUTATIF	21 – 26
Fitriana Hasnani, Nikken Prima Puspita	
BATAS ATAS PADA NORM – TAK HINGGA DARI INVERS MATRIKS NEKRASOV	27 – 32
Eddy Djauhari	
KOREPRESENTASI KOALJABAR $F[G]$	33 – 40
Na'imah Hijriati, Indah Emilia Wijayanti	
HUBUNGAN SIFAT BERSIH PADA RING, MODUL, KOMODUL DAN KOALJABAR	41 – 50
Nikken Prima Puspita, Indah Emilia Wijayanti, Budi Surodjo	
KONTRAKSI PERTINGKATAN PADA PERTINGKATAN PAULI $\mathfrak{S}\mathfrak{L}(N, \mathbb{C})$	51 – 60
Reynald Saputra, Gantina Rachmaputri	

ANALISIS

BUKTI ALTERNATIF INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG LEBESGUE DENGAN EKSPONEN PEUBAH	61 – 66
Dina Nur Amalina dan Denny Ivanal Hakim	
SEGITIGA TITIK CIRCUMCENTER PADA MODIFIKASI TEOREMA NAPOLEON	67 – 76
Yunisa Fadhilah Hartati, Mashadi	
FUNGSI SIMETRI TERHADAP TITIK (a, b) DAN BEBERAPA SIFATNYA	77 – 82
Firdaus Ubaidillah	
INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG MORREY-ADAMS DAN OPERATOR MAKSIMAL FRAKSIONAL	83 – 90
Daniel Salim, Moch. Taufik Hakiki, Denny Ivanal Hakim	
PENDEKATAN KALKULUS HIDA UNTUK PROSES HERMITE	91 – 98
Herry Pribawanto Suryawan	
KETAKSAMAAN HARDY DI RUANG HERZ HOMOGEN	99 – 106
Pebrudal Zanu, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi1	
OPERATOR KANTOROVICH PADA RUANG MORREY DIPERUMUM	107 – 114
Mu'afa Purwa Arsana, Denny Ivanal Hakim	
PERLUASAN DEFINISI RATA-RATA VIA TEOREMA NILAI RATA-RATA	115 – 124
Mochammad Idris	
SISTEM EIGEN OPERATOR LAPLACE BERBASIS RUAS PADA SUATU POHON KUANTUM	125 – 134
Moh. Januar I. Burhan, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi	

SUKU BANYAK BERNSTEIN DAN OPERATOR KANTOROVICH UNTUK BEBERAPA FUNGSI YANG TIDAK KONTINU Reinhart Gunadi, Denny I. Hakim	135 – 142
KETERBATASAN OPERATOR TIPE VOLTERRA PADA RUANG MORREY ANALITIK $L_{p,\lambda}$ Moch Taufik Hakiki, Wono Setya Budhi, dan Denny Ivanal Hakim	585 - 590
KOMBINATORIK	
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF SIPUT DAN GRAF UBUR-UBUR Kevin Akbar, Kiki Ariyanti Sugeng	143 – 148
DIMENSI METRIK LOKAL PADA GRAF FLOWER DAN GRAF GEAR KORONA GRAF LINTASAN Salma Fauziyah Ashim, Tri Atmojo Kusmayadi, Titin Sri Martini	149 – 154
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF LILIN Rizqi Rachmadhani, Kiki Ariyanti Sugeng	155 – 160
PELABELAN HARMONIS PADA GRAF SEGITIGA BELAH KETUPAT VARIASI LM_n Evi Maharani, Kurniawan Atmadja	161 – 164
PEWARNAAN SIMPUL r – DINAMIS PADA GRAF TERATAI T_n Audi Fierera, Kiki A. Sugeng	165 – 170
SIFAT-SIFAT GRAF CAYLEY GRUP S_n Afifan Hadi, Kiki Ariyanti Sugeng	171-176
PENDIDIKAN MATEMATIKA	
LKPD BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING BERBANTUAN ALAT PERAGA PADA MATERI LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME PRISMA DAN LIMAS Fithroh Nafa Dzillah, Latifah Mustofa Lestyanto	177 – 182
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA DARING BERBASIS MODEL PENEMUAN TERBIMBING MENGGUNAKAN LIVEWORKSHEETS PADA MATERI PRISMA DAN LIMAS Sania Sururul Khususna, Latifah Mustofa Lestyanto, Eddy Budiono	183 – 188
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA BERBASIS MASALAH BERBANTUAN GOOGLE FORM UNTUK PEMAHAMAN KONSEP SISWA KELAS VII SMP PADA MATERI SEGITIGA DAN SEGIEMPAT Herlin Oktavita, Latifah Mustofa Lestyanto2	189 – 194
EKSPLORASI ETNOMATEMATIKA PADA GELANG MANIK-MANIK KHAS DAYAK KALIMANTAN SEBAGAI SUMBER PENYUSUNAN LKPD Silvia	195 – 206
ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA DENGAN PEMBELAJARAN MODEL BRAIN BASED LEARNING BERBASIS LEARNING MANANGEMENT SYSTEM N. R. Mumtaz, M. Asikin	207 – 214
PENGEMBANGAN ASESMEN ALTERNATIF DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA KONTEKS LINGKUNGAN LAHAN BASAH UNTUK SISWA TINGKAT SMP/MTS Muhammad Rizal, Noor Fajriah, Agni Danaryanti	215 – 222
MATERI PENGAYAAN TEORI BILANGAN DASAR DI SEKOLAH DASAR Awanga Dijayangrana, Hilda Assiyatun	223-228
KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS TULIS MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH VOLUME BENDA PUTAR MELALUI MODEL PERKULIAHAN KOLABORATIF Fadhila Kartika Sari, Anies Fuady	229 – 236
PERAN PENULISAN JURNAL DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SECARA DARING DI MASA PANDEMI COVID-19	237 – 244

Gusti Firda Khairunnisa, Frida Siswiyanti	
ANALISIS KRUSKAL WALLIS UNTUK MENGETAHUI TINGKAT KOSENTRASI BELAJAR MAHASISWA BERDASARKAN PROGRAM STUDI	245 – 250
Venessa Y. A. Brabar, Grace A. V. Hikoyabi, Agustinus Langowuyo	
ANALISIS PENGARUH PEMANFAATAN INTERNET TERHADAP MINAT BELAJAR MAHASISWA PRODI STATISTIKA	251 – 258
Mariana Tanawani, Meilani Yarangga, dan Agustinus Langowuy	
PENGARUH PROSES BELAJAR MENGAJAR LURING DAN DARING TERHADAP HASIL BELAJAR MAHASISWA JURUSAN MATEMATIKA ANGAKATAN 2018 FMIPA UNIVERSITAS CENDERAWASIH	259 – 264
Dewi Rahmawati, Tiara A. Nadapdap, Agustinus Langowuyo	
PENILAIAN ESAI MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN MESIN	265 – 270
Farah Qotrunnada, Marcus Wono Setya Budhi, Hilda Assiyatun	
PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS ETNOMATEMATIKA BUDAYA MASYARAKAT NEGERI TULEHU PADA MATERI SEGIEMPAT DAN SEGITIGA UNTUK SISWA DI KELAS VII MTS NEGERI I MALUKU TENGAH.	271 – 276
Heni Rahim, W. Mataheru, J. Takaria	
PENERAPAN FUZZY LINEAR PROGRAMMING UNTUK OPTIMASI PRODUKSI TAHU (STUDI KASUS DI DESA TANJUNGREJO KABUPATEN JEMBER)	277 – 284
Anisa Wahyu Illahi, Agustina Pradjaningsih, Abduh Riski	
PENENTUAN SOLUSI FISIBEL AWAL MASALAH TRANSPORTASI DENGAN MINIMUM DEMAND METHOD	285 – 292
Ulniyatul Ula, Siti Khabibah, Robertus Heri S.U	
OPTIMALISASI RUTE DAN PENJADWALAN PENGANGKUTAN SAMPAH DENGAN METODE INSERTION HEURISTIC DAN INTRA- ROUTE IMPROVEMENT (STUDI KASUS: UNIVERSITAS BRAWIJAYA MALANG)	293 – 298
Fara El Nandhita Pratiwi	
MODEL MATEMATIS RUTE WISATA DI RIAU DENGAN MENGGUNAKAN PEMROGRAMAN GOL	299 – 312
Ihda Hasbiyati, Hasriati, T. P. Nababan	
MATEMATIKA TERAPAN	
MODEL SUSCEPTIBLE INFECTED RECOVERED (SIR) PADA DEMAM BERDARAH DENGUE (DBD)	313 – 320
Oscar Andhry Barata, Rahmat, Rengga Nanda Pramudya	
ANALISA PERSAMAAN DIFERENSIAL ORDE FRAKSIONAL NUMERIK MENGGUNAKAN METODE EULER DAN APLIKASINYA	321 – 326
Leli Deswita, Syamsudhuha, Asral. M	
TERAPAN FUNGSI SIGMOID UNTUK MENENTUKAN NILAI MAKSIMAL KOEFISIEN GAYA ANGKAT DAN SUDUT STALL PADA KURVA LINEAR C_L TERHADAP α	327 – 334
Angga Septiyana, Singgih Satrio W, Fuad Surastyo P, Try Kusuma Wardana, Ardian Rizaldi, Novita Atmasari, Eries Bagita Jayanti, Prasetyo Ardi P	
IMPLEMENTASI DEEP LEARNING UNTUK KLASIFIKASI GAMBAR MENGGUNAKAN CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK (CNN) PADA BATIK SASAMBO	335 – 340
Muna Malika, Edy Widodo	
STATISTIKA	
PENERAPAN MODEL SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (STARI(1,1,1)) PADA DATA NTP TANAMAN PANGAN DARI TIGA PROVINSI DI PULAU JAWA	341 -350
Fajriatus Sholihah, Kartika Sari, Budi Nurani Ruchjana, Toni Toharudin	
ANALISIS KORESPONDENSI BERGANDA UNTUK MENGETAHUI INDIKATOR-INDIKATOR YANG MEMPENGARUHI KEJADIAN LOW BACK PAIN PADA KUSIR	351 - 358

KUDA/DELMAN DI KOTA CIMAH I TAHUN 2019	
Dhita Diana Dewi, Fajriatus Sholihah, Rosa Rosmanah, Lucy Fitria Dewi, Mochamad Yudhi Afrizal, Irlandia Ginanjar	
PROSES POISSON NON HOMOGEN DAN PENERAPANNYA PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	359 – 362
Viona Prisyella Balqis, Muhammad Herlambang Prakasa Yudha, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN DISTRIBUSI STASIONER RANTAI MARKOV PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	363 – 370
Tubagus Robbi Megantara, Ayun Sri Rahmani, Budi Nurani Ruchjana	
SPATIAL CLUSTER ING DENGAN METODE SKATER (K'LUSTER ANALYSIS BY TREE EDGE REMOVAL) UNTUK PENGELOMPOKAN SEBARAN COVID-19 DI KABUPATEN TULUNGAGUNG	371 – 380
Danang Ariyanto, Henny Pramodyo, Novi Nur Aini	
ANALISIS KLASTER KABUPATEN/KOTA INDONESIA BERDASARKAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DENGAN MODEL MIXTURE SKEW-T	381 – 388
Kristoforus Exelsis Pratama, Irwan Susanto, Yuliana Susanti	
ANALISIS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN BURU SELATAN DENGAN MENGGUNAKAN REGRESI LINIER BERGANDA	389 – 396
Muhidin Jariyah, Inayah. P. F. Solong, Juan C. S. Jamco	
TINJAUAN KEPUTUSAN HIPOTESA FUZZY BERBASIS P-VALUE FUZZY (STUDI KASUS DATA COVID-19 DI NUSA TENGGARA BARAT)	397 – 404
Wahidaturrahmi	
PENERAPAN METODE AUTO SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS PADA PERAMALAN DATA INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA	405 – 410
Andreas Reza Chrisantama*, Winita Sulandari, Sugiyanto	
PERAMALAN JUMLAH PRODUKSI PERIKANAN DI KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL	411 – 418
Asrul Irfanullah, Claudia Sumanik, Romy Makatita	
ANALISIS PENGARUH STRUKTUR KONSUMSI AKHIR RUMAH TANGGA BERDASARKAN KOMPONEN PENGELUARAN KABUPATEN BURU SELATAN PERIODE 2015 – 2019 DENGAN RAKL	419 – 424
Nikita A. Putiray, Dea M. Tuhumury, Angel M.P. Manuputty	
EKSPLORASI SISA USIA BEARING MENGGUNAKAN DISTRIBUSI WEIBULL	425 – 430
Sutawanir Darwis, Nusar Hajarisman, Suliadi, Achmad Widodo	
PENERAPAN MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE (VARIMA) UNTUK PRAKIRAAN INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DAN KURS RUPIAH TERHADAP USD	431 – 442
Ani Pertiwi, Lucy Fitria Dewi, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENGELOMPOKKAN JUMLAH PENDUDUK KABUPATEN BURU SELATAN BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA TAHUN 2018 DENGAN ALGORITMA K- MEANS	443 – 450
Samir Radjid, Nadia Istifarin, Meylani Tuasella	
PENERAPAN METODE ARIMAX PADA PERAMALAN PRODUKSI DAGING SAPI DI SUKOHARJO	451 – 458
Fitrian Nur Ardyansyah, Winita Sulandari, Sugiyanto	
ANALISIS KEPUASAN DAN POSITIONING SELLER E-MARKETPLACE DENGAN MENGGUNAKAN IMPORTANCE PERFORMANCE ANALYSIS DAN BILOT	459 – 464
Farah Dibah, Dwi Endah Kusri	
KLASTERISASI LOKASI PASAR KABUPATEN BANYUMAS GUNA MEMPERMUDAH UPTD DALAM MENGELOLA KELAS PASAR	465 – 470
Pradini Nurul Safitri, Abdullah Ahmad Dzikrullah	

PENGARUH MOTIVASI INTRINSIK DAN KEPUASAN KERJA TERHADAP ORGANIZATIONAL CITIZENSHIP BEHAVIOR	471 – 476
Diya Kasih Puspitasari, Dwi Endah Kusrini	
KLASTERING JUMLAH PENDUDUK BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA KECAMATAN LEKSULA TAHUN 2018 DENGAN MENGGUNAKAN METODE ALGORITMA K-MEANS	477 – 484
Morensi T. Risakotta, Rensya Siwalette, Rola E. Leasa	
PERAMALAN DENGAN METODE SIMPLE MOVING AVERAGE DAN DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING BROWN (STUDI KASUS: JUMLAH CURAH HUJAN DAN JUMLAH HARI HUJAN KABUPATEN BURU SELATAN)	485 – 494
Apriano R. Narahawarin, Ravensky Silangen, Rahania Patiekon	
PERAMALAN GARIS KEMISKINAN KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING DARI HOLT	495 – 502
Ade Irma La Murdani, Intan Gainau, Unique Resiloy	
ANALISIS PERBEDAAN PENDAPATAN TOKO WALET MAS SEBELUM DAN SESUDAH PANDEMI COVID-19 DENGAN METODE MANN-WHITNEY	503 – 508
Marselina Ema Koten, Yunida Kurniasih, Agustinus Langowuyo	
ANALISIS PENGARUH BELANJA DAERAH, JUMLAH PENDUDUK, DAN PDRB TERHADAP PENDAPATAN DAERAH DI KABUPATEN BURU SELATAN TAHUN 2013-2020	509 – 516
Dephie Latumahina, Martje Riry, Olfen Sabono	
UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI RAYLEIGH BIVARIAT MENGGUNAKAN UJI KOLMOGOROV-SMIRNOV BIVARIAT PADA DATA HASIL PERTANDINGAN PERSIB BANDUNG	517 – 522
Wulan Jati Nuraya, Aceng Komarudin Mutaqin	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) UNTUK PERAMALAN BANYAKNYA KASUS TERKONFIRMASI DAN KASUS SEMBUH COVID-19 DI INDONESIA	523 – 532
Sri Indra Maiyanti, Mahrudinda, Al Fataa W. Haq, Budi Nurani Ruchjana	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) DAN PENERAPANNYA PADA DATA PERKEMBANGAN HARGA ECERAN BERAS DI TIGA IBU KOTA PROVINSI WILAYAH PULAU JAWA	533 – 544
Zulfa Hidayah Satria Putri, Asri Yuniar, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN METODE REGRESI LINEAR BERGANDA UNTUK MELIHAT PENGARUH JUMLAH PENDUDUK DAN LUAS WILAYAH TERHADAP JUMLAH PENGGUNA LISTRIK DI KECAMATAN AMBALAU KABUPATEN BURU SELATAN	545 – 552
Fadly Ode, Nur Statib J, Elsy Malwewar	
ANALISIS TINGKAT KEGEMARAN AYAM GEPUK PAK GEMBUS DARI BERBAGAI JENIS PAKET MELALUI PENDEKATAN UJI STATISTIK	553 – 558
Maharani Tiara Pramuditya, Evan Claude Boudewijn Kainama, Agustinus Langowuyo	
SIMULASI PERGERAKAN HARGA SAHAM MENGGUNAKAN MODEL GERAK BROWN GEOMETRIK DENGAN R STUDIO	559 – 564
Ahmad Fawaid Ridwan, Rizki Apriva Hidayana, Budi Nurani Ruchjana	
PENAKSIRAN RATA-RATA <i>EXCESS CLAIM</i> PESERTA DARI PERUSAHAAN PEMBERI LAYANAN KESEHATAN PT. X	565 – 572
Wildan*, Indah Permatasari, and Aceng Komarudin Mutaqin	
PENGARUH SELF EFFICACY DAN MOTIVASI BELAJAR TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA KELAS VII SMP NEGERI 3 GANTUNG	573 – 584
Alperu, Nerru Pranuta Murnaka*, Indra Bayu M, Andy Wahyu H	

KONTRAKSI PERTINGKATAN PADA PERTINGKATAN PAULI $\mathfrak{GL}(N, \mathbb{C})$

Reynald Saputra^{1,*}, Gantina Rachmaputri²

¹Program Studi Sarjana Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung, Indonesia

² Kelompok Keahlian Aljabar, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung, Indonesia

*e-mail: reynaldsaputra@students.itb.ac.id

Abstrak. Aljabar Lie $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$ merupakan salah satu jenis aljabar Lie klasik. Tujuan dari penelitian ini untuk melihat apa saja aljabar Lie lain yang dapat dihasilkan dari kontraksi pertingkatan aljabar Lie $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$. Aljabar Lie yang diperoleh akan disebut sebagai solusi dari kontraksi pertingkatan. Secara khusus, akan ditinjau kasus pada nilai $n = 3$ dan pertingkatan yang ditinjau adalah pertingkatan Pauli. Peningkatan Pauli pada $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$ merupakan salah satu fine grading (pertingkatan yang terbaik) dari empat fine grading yang bisa dilakukan pada $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$. Untuk kontraksi pertingkatan Pauli pada $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$, terdapat 48 persamaan kontraksi yang dapat digunakan untuk memperoleh solusi dari kontraksi pertingkatan Pauli pada $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$. Untuk menyelesaikan persamaan kontraksi tersebut, digunakan bantuan dari grup simetri pertingkatan Pauli $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$. Di akhir, penulis memberikan sedikit hasil lain yaitu kasus ketika $n = 2$ dan $n = 4$ serta dekomposisi Levi pada kontraksi pertingkatan Pauli $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$.

Kata kunci: aljabar lie, pertingkatan, pertingkatan pauli, kontraksi pertingkatan.

1 LATAR BELAKANG

Aljabar Lie merupakan salah satu hasil dari teori grup Lie yang dikembangkan oleh Sophus Marius Lie (1842-1899) pada tahun 1870-an [1]. Aljabar Lie berkaitan dengan grup Lie (grup yang juga merupakan manifold mulus) sebab aljabar Lie merupakan ruang singgung dari grup Lie di identitas. Dengan kata lain, suatu grup Lie akan menghasilkan suatu aljabar Lie. Sebagai contoh, $GL(n, \mathbb{C})$, himpunan seluruh matriks $n \times n$ atas \mathbb{C} dengan determinan tak nol, merupakan suatu grup Lie dan aljabar Lie-nya adalah $M_n(\mathbb{C})$, himpunan seluruh matriks $n \times n$ atas \mathbb{C} . Secara umum, aljabar Lie merupakan ruang vektor yang dilengkapi dengan pemetaan bilinear yang memiliki sifat tertentu. Teori grup Lie saat ini dipakai dalam pengembangan fisika modern terutama teori relativitas [1]. Dalam matematika, teori grup Lie sendiri banyak digunakan dalam menyelesaikan permasalahan geometri dan persamaan diferensial. Salah satu penelitian yang dilakukan pada aljabar Lie adalah mencari kontraksi dari pertingkatan suatu aljabar Lie. Kontraksi aljabar Lie pertama kali perkenalkan oleh M de Montigny, J. Patera and R.V. Moody [2, 3]. Pada dasarnya, kontraksi aljabar Lie merupakan suatu metode untuk memperoleh aljabar Lie yang berbeda (tidak isomorfik) dari aljabar Lie yang telah diberikan. Oleh karena itu, pada tugas akhir ini, akan dibahas bagaimana kontraksi dari pertingkatan aljabar Lie $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$ dimana pertingkatan yang ditinjau adalah pertingkatan Pauli.

2 PERTINGKATAN PAULI

Definisikan matriks berukuran $k \times k$, $Q = \text{diag}(1, \omega_k, \omega_k^2, \dots, \omega_k^{k-1})$ dan $P = \begin{bmatrix} O & I_{k-1} \\ 1 & O \end{bmatrix}$ dimana $\omega_k = \exp(2\pi i/k)$. Untuk $k = 1$, $Q_1 = P_1 = (1)$. Peningkatan Pauli untuk $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$ telah dijelaskan pada [4]. Untuk $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$, peningkatan Pauli-nya berbentuk

$$\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C}) = \mathcal{L}_{01} \oplus \mathcal{L}_{02} \oplus \mathcal{L}_{10} \oplus \mathcal{L}_{20} \oplus \mathcal{L}_{11} \oplus \mathcal{L}_{22} \oplus \mathcal{L}_{12} \oplus \mathcal{L}_{21} \quad (1)$$

dimana $\mathcal{L}_{ij} = \{X_{ij}\}_{lin}$ dan $X_{ij} = Q^i P^j$ (matriks Q dan P merupakan matriks berukuran 3×3 seperti yang dijelaskan di awal) untuk setiap $(i, j) \in \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ tak nol. Bentuk dekomposisi ini merupakan suatu peningkatan karena untuk sembarang $(r, s), (r', s') \in \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ tak nol berlaku

$$[X_{rs}, X_{r's'}] = Q^r P^s Q^{r'} P^{s'} - Q^{r'} P^{s'} Q^r P^s = (\omega^{sr'} - \omega^{r's'}) X_{r+r', s+s'} \quad (2)$$

sehingga $[\mathcal{L}_{rs}, \mathcal{L}_{r's'}] \subseteq \mathcal{L}_{r+r', s+s'}$.

3 KONTRAKSI PERTINGKATAN PAULI $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$

Misalkan \mathcal{L} adalah aljabar Lie dengan peningkatan $\Gamma : \mathcal{L} = \bigoplus_{i \in I} \mathcal{L}_i$. Definisikan bilangan κ_{ij} dimana $\kappa_{ij} = 0$ jika $[\mathcal{L}_i, \mathcal{L}_j] = \{0\}$ dan $\kappa_{ij} = 1$ jika $[\mathcal{L}_i, \mathcal{L}_j] \neq \{0\}$. Definisikan juga "braket Lie baru" $[x, y]_\gamma := \gamma_{ij}[x, y]$ untuk setiap $x \in \mathcal{L}_i, y \in \mathcal{L}_j$, dan $\gamma_{ij} \in \mathbb{C}$. Bilangan $\varepsilon_{ij} := \gamma_{ij}\kappa_{ij}$ disebut parameter kontraksi. Jika $\mathcal{L}^\varepsilon := (L, [\cdot, \cdot]_\varepsilon)$ (L adalah \mathcal{L} jika dipandang sebagai ruang vektor) merupakan suatu aljabar Lie maka \mathcal{L}^ε disebut kontraksi peningkatan dari \mathcal{L} .

Tinjau sembarang $i, j \in I$. Misalkan $x \in \mathcal{L}_i$ dan $y \in \mathcal{L}_j$ sehingga $[x, y]_\varepsilon = \varepsilon_{ij}[x, y]$ maka agar $[\cdot, \cdot]_\varepsilon$ merupakan braket Lie haruslah memenuhi sifat antikomutatif

$$[y, x]_\varepsilon = -[x, y]_\varepsilon = -\varepsilon_{ij}[x, y] = \varepsilon_{ij}[y, x] \quad (3)$$

sehingga $\varepsilon_{ji} = \varepsilon_{ij}$. Selain itu, $[\cdot, \cdot]_\varepsilon$ juga harus memenuhi identitas Jacobi yaitu untuk setiap $i, j, k \in I$,

$$[x, [y, z]_\varepsilon]_\varepsilon + [y, [z, x]_\varepsilon]_\varepsilon + [z, [x, y]_\varepsilon]_\varepsilon = 0 \quad (\forall x \in \mathcal{L}_i)(\forall y \in \mathcal{L}_j)(\forall z \in \mathcal{L}_k). \quad (4)$$

Persamaan tersebut dinotasikan sebagai $e(i, j, k)$ dan disebut persamaan kontraksi.

Untuk peningkatan Pauli $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$, bilangan-bilangan ε_{ij} kita susun dalam bentuk matriks

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \varepsilon_{(01)(10)} & \varepsilon_{(01)(20)} & \varepsilon_{(01)(11)} & \varepsilon_{(01)(22)} & \varepsilon_{(01)(12)} & \varepsilon_{(01)(21)} \\ 0 & 0 & \varepsilon_{(02)(10)} & \varepsilon_{(02)(20)} & \varepsilon_{(02)(11)} & \varepsilon_{(02)(22)} & \varepsilon_{(02)(12)} & \varepsilon_{(02)(21)} \\ \varepsilon_{(01)(10)} & \varepsilon_{(02)(10)} & 0 & 0 & \varepsilon_{(10)(11)} & \varepsilon_{(10)(22)} & \varepsilon_{(10)(12)} & \varepsilon_{(10)(21)} \\ \varepsilon_{(01)(20)} & \varepsilon_{(02)(20)} & 0 & 0 & \varepsilon_{(20)(11)} & \varepsilon_{(20)(22)} & \varepsilon_{(20)(12)} & \varepsilon_{(20)(21)} \\ \varepsilon_{(01)(11)} & \varepsilon_{(02)(11)} & \varepsilon_{(10)(11)} & \varepsilon_{(20)(11)} & 0 & 0 & \varepsilon_{(11)(12)} & \varepsilon_{(11)(21)} \\ \varepsilon_{(01)(22)} & \varepsilon_{(02)(22)} & \varepsilon_{(10)(22)} & \varepsilon_{(20)(22)} & 0 & 0 & \varepsilon_{(22)(12)} & \varepsilon_{(22)(21)} \\ \varepsilon_{(01)(12)} & \varepsilon_{(02)(12)} & \varepsilon_{(10)(12)} & \varepsilon_{(20)(12)} & \varepsilon_{(11)(12)} & \varepsilon_{(22)(12)} & 0 & 0 \\ \varepsilon_{(01)(21)} & \varepsilon_{(02)(21)} & \varepsilon_{(10)(21)} & \varepsilon_{(20)(21)} & \varepsilon_{(11)(21)} & \varepsilon_{(22)(21)} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Matriks ε disebut sebagai solusi kontraksi dan terdapat 24 bilangan ε_{ij} yang perlu dicari. Untuk mendapatkannya, tinjau persamaan kontraksi yang dihasilkan. Diperoleh $\binom{8}{3} = 56$ persamaan kontraksi. Tetapi, karena jika jumlah ketiga dari indeks bernilai nol akan otomatis memenuhi identitas Jacobi, persamaan kontraksi tersebut tidak dapat ditinjau. Karena terdapat 8 persamaan

kontraksi dengan jumlah ketiga indeks bernilai nol maka tersisa 48 persamaan kontraksi dengan bentuk (setelah disederhanakan)

$$\varepsilon(\dots)\varepsilon(\dots) - \varepsilon(\dots)\varepsilon(\dots) = 0 \quad (6)$$

Sebagai contoh, jika kita ambil persamaan kontraksi $e((01), (10), (31))$ diperoleh bentuk

$$\varepsilon_{(01)(12)}\varepsilon_{(02)(10)} - \varepsilon_{(02)(11)}\varepsilon_{(10)(01)} = 0 \quad (7)$$

4 SOLUSI KONTRAKSI PERTINGKATAN PAULI $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$

Untuk menyelesaikan 48 persamaan kontraksi tersebut, diperlukan beberapa konsep terlebih dahulu.

4.1 Grup simetri pertingkatan Pauli

Misalkan $\Gamma : \mathcal{L} = \bigoplus_{i \in I} \mathcal{L}_i$ pertingkatan dari \mathcal{L} . Grup simetri dari pertingkatan Γ , notasi $\text{Aut } \Gamma$, adalah subgrup dari $\text{Aut } \mathcal{L}$ yang memuat automorfisma g dengan sifat $g\mathcal{L}_i = \mathcal{L}_{\pi_g(i)}$ untuk setiap $i \in I$ dimana $\pi_g : I \rightarrow I$ merupakan permutasi pada himpunan indeks I . Misalkan juga $\Delta_\Gamma : \text{Aut } \Gamma \rightarrow \text{Sym } I$ dimana $\Delta_\Gamma(g) := \pi_g$ merupakan representasi dari permutasi yang dihasilkan dari grup simetri. Definisikan suatu grup

$$H_n = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z}_n, ad - bc = \pm 1 \pmod{n} \right\}. \quad (8)$$

Dari [5] telah dibuktikan bahwa untuk pertingkatan Pauli pada $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$, $\Delta_\Gamma \text{Aut } \Gamma \cong H_n$ sehingga meninjau permutasi dari indeks akan ekivalen dengan meninjau perkalian indeks dengan matriks di H_n atau $\pi_A(ij) = (ij)A$ dimana π_A merupakan permutasi yang bersesuaian dengan matriks $A \in H_n$.

Lema 4.1 Misalkan \mathcal{L}^ε merupakan kontraksi pertingkatan dari pertingkatan $\Gamma : \mathcal{L} = \bigoplus_{i \in I} \mathcal{L}_i$ maka untuk setiap $\pi \in \Delta_\Gamma \text{Aut } \Gamma$, $\mathcal{L}^{\varepsilon^\pi}$ merupakan kontraksi pertingkatan dari \mathcal{L} dan $\mathcal{L}^\varepsilon \cong \mathcal{L}^{\varepsilon^\pi}$.

4.2 Matriks normalisasi

Misalkan $A = (A_{ij})$ dan $B = (B_{ij})$ matriks dengan dengan ukuran yang sama. Definisikan $C := A \bullet B$ dimana $C_{ij} = A_{ij}B_{ij}$. Matriks normalisasi didefinisikan sebagai matriks $\alpha := (\alpha_{ij})$ dimana $\alpha_{ij} = \frac{a_i a_j}{a_{i+j}}$ untuk setiap $i, j \in I$ dan $a_i \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ untuk setiap $i \in I$.

Lema 4.2 Misalkan \mathcal{L}^ε merupakan kontraksi pertingkatan dari pertingkatan $\Gamma : \mathcal{L} = \bigoplus_{i \in I} \mathcal{L}_i$.

Jika α matriks normalisasi dan $\tilde{\varepsilon} = \alpha \bullet \varepsilon$ maka $\mathcal{L}^{\tilde{\varepsilon}}$ merupakan kontraksi pertingkatan dari \mathcal{L} dan $\mathcal{L}^\varepsilon \cong \mathcal{L}^{\tilde{\varepsilon}}$.

Berdasarkan lema 4.1 dan lema 4.2 dapat didefinisikan ekivalensi dari solusi (didasarkan pada dua kontraksi pertingkatan yang isomorfik). Misalkan \mathcal{S} menyatakan sistem persamaan kontraksi dan $\mathcal{R}(\mathcal{S})$ menyatakan solusi dari \mathcal{S} . Dua solusi $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \in \mathcal{R}(\mathcal{S})$ disebut ekivalen, $\varepsilon_1 \sim \varepsilon_2$, jika terdapat matriks normalisasi α dan $\pi \in \Delta_\Gamma \text{Aut } \Gamma$ sehingga $\varepsilon_1 = \alpha \bullet \varepsilon_2^\pi$. Relasi \sim merupakan relasi ekivalen.

4.3 Algoritma solusi

Berdasarkan hasil pembahasan sebelumnya, dapat diperoleh lema berikut

Lema 4.3 Misalkan $\mathcal{R}(\mathcal{S})$ himpunan solusi dari \mathcal{S} dan \mathcal{I} himpunan pasangan tak terurut dari indeks yang relevan dari sistem persamaan kontraksi \mathcal{S} . Untuk setiap

$$\mathcal{Q} \subseteq \mathcal{R}(\mathcal{S}) \text{ dan } \mathcal{P} = \{k_1, k_2, \dots, k_m\} \subseteq \mathcal{I} \quad (9)$$

notasikan

$$\mathcal{R}_0 := \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S}) | (\forall \varepsilon_1 \in \mathcal{Q})(\varepsilon \approx \varepsilon_1)\} \text{ dan } \mathcal{R}_1 := \{\varepsilon \in \mathcal{R}_0 | (\forall k \in \mathcal{P})(\varepsilon_k \neq 0)\} \quad (10)$$

maka solusi $\varepsilon \in \mathcal{R}_0$ tidak ekuivalen terhadap semua solusi di \mathcal{R}_1 jika dan hanya jika memenuhi persamaan:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\pi_1(k_1)} \varepsilon_{\pi_1(k_2)} \cdots \varepsilon_{\pi_1(k_m)} &= 0 \\ &\vdots \\ \varepsilon_{\pi_n(k_1)} \varepsilon_{\pi_n(k_2)} \cdots \varepsilon_{\pi_n(k_m)} &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

dimana $\{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n\} = \Delta_\Gamma \text{Aut } \Gamma$.

Berdasarkan lema diatas dapat diperoleh suatu algoritma untuk menyelesaikan sistem persamaan kontraksi:

1. Misalkan $\mathcal{Q} = \emptyset$ dan asumsikan kita memiliki $\mathcal{P}^0 \subseteq \mathcal{I}$. Maka, $\mathcal{R}_0 = \mathcal{R}(\mathcal{S})$ dan kita dapat mengevaluasi $\mathcal{R}^0 = \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S}) | (\forall k \in \mathcal{P}^0)(\varepsilon_k \neq 0)\}$. Notasikan persamaan (*) yang bersesuaian dengan $\mathcal{Q} = \emptyset$ dan \mathcal{P}^0 sebagai \mathcal{S}^0 .
2. Misalkan $\mathcal{Q} = \mathcal{R}^0$ dan asumsikan kita memiliki $\mathcal{P}^1 \subseteq \mathcal{I}$. Maka, $\mathcal{R}_0 = \mathcal{R}(\mathcal{S} \cup \mathcal{S}^0)$ dan kita dapat mengevaluasi $\mathcal{R}^1 = \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S} \cup \mathcal{S}^0) | (\forall k \in \mathcal{P}^1)(\varepsilon_k \neq 0)\}$. Notasikan persamaan (*) yang bersesuaian dengan $\mathcal{Q} = \mathcal{R}^0$ dan \mathcal{P}^1 sebagai \mathcal{S}^1 .
3. Misalkan $\mathcal{Q} = \mathcal{R}^0 \cup \mathcal{R}^1$ dan asumsikan kita memiliki $\mathcal{P}^2 \subseteq \mathcal{I}$. Maka, $\mathcal{R}_0 = \mathcal{R}(\mathcal{S} \cup \mathcal{S}^0 \cup \mathcal{S}^1)$ dan kita dapat mengevaluasi $\mathcal{R}^2 = \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S} \cup \mathcal{S}^0 \cup \mathcal{S}^1) | (\forall k \in \mathcal{P}^2)(\varepsilon_k \neq 0)\}$. Notasikan persamaan (*) yang bersesuaian dengan $\mathcal{Q} = \mathcal{R}^0$ dan \mathcal{P}^2 sebagai \mathcal{S}^2 .
4. Lakukan terus sampai kita memiliki \mathcal{Q} sehingga \mathcal{R}_0 himpunan kosong.

Untuk $n = 3$, sistem persamaan kontraksi dinotasikan sebagai \mathcal{S}_3 . Dengan menerapkan algoritma diatas dan dengan pemilihan suatu indeks diperoleh hasil algoritma diatas sebagai berikut:

1. $\mathcal{R}^0 = \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S}_3) | \varepsilon_{(01)(10)} \neq 0, \varepsilon_{(22)(21)} \neq 0\}$
 $\mathcal{S}^0 : \varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(22)(21)A} = 0 \forall A \in H_3$
2. $\mathcal{R}^1 = \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S}_3 \cup \mathcal{S}^0) | \varepsilon_{(01)(10)} \neq 0, \varepsilon_{(10)(11)} \neq 0, \varepsilon_{(01)(22)} \neq 0\}$
 $\mathcal{S}^1 : \varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(10)(11)A} \varepsilon_{(01)(22)A} = 0 \forall A \in H_3$
3. $\mathcal{R}^2 = \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S}_3 \cup \mathcal{S}^0 \cup \mathcal{S}^1) | \varepsilon_{(01)(10)} \neq 0, \varepsilon_{(10)(11)} \neq 0\}$
 $\mathcal{S}^2 : \varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(10)(11)A} = 0 \forall A \in H_3$

$$4. \mathcal{R}^3 = \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S}_3 \cup \mathcal{S}^0 \cup \mathcal{S}^1 \cup \mathcal{S}^2) \mid \varepsilon_{(01)(10)} \neq 0, \varepsilon_{(02)(22)} \neq 0\}$$

$$\mathcal{S}^3 : \varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(02)(22)A} = 0 \forall A \in H_3$$

$$5. \mathcal{R}^4 = \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S}_3 \cup \mathcal{S}^0 \cup \mathcal{S}^1 \cup \mathcal{S}^2 \cup \mathcal{S}^3) \mid \varepsilon_{(01)(10)} \neq 0\}$$

$$\mathcal{S}^4 : \varepsilon_{(01)(10)A} = 0 \forall A \in H_3$$

Dengan mengevaluasi masing-masing himpunan $\mathcal{R}^0, \mathcal{R}^1, \mathcal{R}^2, \mathcal{R}^3, \mathcal{R}^4$ maka akan diperoleh solusi dari kontraksi pertingkatan dari pertingkatan Pauli $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$.

4.4 Solusi

$$1. \text{Langkah 1: } \mathcal{R}^0 = \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S}_3) \mid \varepsilon_{(01)(10)} \neq 0, \varepsilon_{(22)(21)} \neq 0\}.$$

$$\bar{\varepsilon}_3^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & t_1 & 0 & 0 & t_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{x_{12}x_{18}t_1}{t_4t_{20}} & 0 & 0 & \frac{x_{18}x_{11}}{t_{20}} & x_{11} & x_{12} \\ t_1 & \frac{x_{12}x_{18}t_1}{t_4t_{20}} & 0 & 0 & 0 & x_{14} & 0 & \frac{x_{14}x_{12}}{t_4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{18} & 0 & t_{20} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_4 & \frac{x_{18}x_{11}}{t_{20}} & x_{14} & x_{18} & 0 & 0 & \frac{x_{14}x_{11}}{t_1} & \frac{t_4t_{20}}{t_1} \\ 0 & x_{11} & 0 & 0 & 0 & \frac{x_{14}x_{11}}{t_1} & 0 & 0 \\ 0 & x_{12} & \frac{x_{14}x_{12}}{t_4} & t_{20} & 0 & \frac{t_4t_{20}}{t_1} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\bar{\varepsilon}_4^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & t_1 & 0 & \frac{x_6x_{18}}{t_{20}} & t_4 & 0 & x_6 \\ 0 & 0 & \frac{x_{12}x_{18}t_1}{t_4t_{20}} & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{12} \\ t_1 & \frac{x_{12}x_{18}t_1}{t_4t_{20}} & 0 & 0 & 0 & x_{14} & 0 & \frac{x_{14}x_{12}}{t_4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{18} & 0 & t_{20} \\ \frac{x_6x_{18}}{t_{20}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{x_6x_{14}}{t_1} \\ t_4 & 0 & x_{14} & x_{18} & 0 & 0 & 0 & \frac{t_4t_{20}}{t_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_6 & x_{12} & \frac{x_{14}x_{12}}{t_4} & t_{20} & \frac{x_6x_{14}}{t_1} & \frac{t_4t_{20}}{t_1} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\bar{\varepsilon}_2^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & t_1 & \frac{x_{18}t_5t_1}{t_4t_{20}} & \frac{x_6x_{18}}{t_{20}} & t_4 & t_5 & x_6 \\ 0 & 0 & \frac{x_{11}x_6x_{18}}{t_5t_{20}} & \frac{x_{11}x_6x_{18}}{t_{20}t_4} & \frac{x_6x_{18}x_{11}}{t_{20}t_1} & \frac{x_{18}x_{11}}{t_{20}} & x_{11} & x_{12} \\ t_1 & \frac{x_{11}x_6x_{18}}{t_5t_{20}} & 0 & 0 & \frac{x_{18}x_{14}x_{11}x_6}{t_4t_{20}^2} & x_{14} & \frac{x_{14}x_{11}x_6}{t_{20}t_4} & \frac{x_{14}x_{11}x_6}{t_5t_1} \\ \frac{x_{18}t_5t_1}{t_4t_{20}} & \frac{x_{11}x_6x_{18}}{t_{20}t_4} & 0 & 0 & \frac{x_6x_{18}x_{14}x_{11}}{t_{20}t_1t_4} & x_{18} & \frac{t_5x_{14}}{t_4} & t_{20} \\ \frac{x_6x_{18}}{t_{20}} & \frac{x_6x_{18}x_{11}}{t_{20}t_1} & \frac{x_{18}x_{14}x_{11}x_6}{t_4t_{20}^2} & \frac{x_6x_{18}x_{14}x_{11}}{t_{20}t_1t_4} & 0 & 0 & \frac{x_{11}x_6x_{14}}{t_{20}t_1} & \frac{x_6x_{14}}{t_1} \\ t_4 & \frac{x_6x_{18}x_{11}}{t_{20}t_1} & x_{14} & x_{18} & 0 & 0 & \frac{x_{14}x_{11}}{t_1} & \frac{t_4t_{20}}{t_1} \\ t_5 & x_{11} & \frac{x_{14}x_{11}x_6}{t_{20}t_4} & \frac{t_5x_{14}}{t_4} & \frac{x_{11}x_6x_{14}}{t_{20}t_1} & \frac{x_{14}x_{11}}{t_1} & 0 & 0 \\ x_6 & x_{12} & \frac{x_{14}x_{11}x_6}{t_5t_1} & t_{20} & \frac{x_6x_{14}}{t_1} & \frac{t_4t_{20}}{t_1} & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$2. \text{Langkah 2: } \mathcal{R}^1 = \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S}_3 \cup \mathcal{S}^0) \mid \varepsilon_{(01)(10)} \neq 0, \varepsilon_{(10)(11)} \neq 0, \varepsilon_{(01)(22)} \neq 0\},$$

$$\mathcal{S}^0 : \varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(22)(21)A} = 0 \text{ untuk setiap } A \in H_3.$$

$$\bar{\varepsilon}^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & t_1 & x_2 & x_3 & t_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_7 & 0 & 0 & x_{10} & 0 & 0 \\ t_1 & x_7 & 0 & 0 & t_{13} & x_{14} & 0 & 0 \\ x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{18} & 0 & 0 \\ x_3 & 0 & t_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_4 & x_{10} & x_{14} & x_{18} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Langkah 3: $\mathcal{R}^2 = \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S}_3 \cup \mathcal{S}^0 \cup \mathcal{S}^1) \mid \varepsilon_{(01)(10)} \neq 0, \varepsilon_{(10)(11)} \neq 0\}$,
 $\mathcal{S}^0 : \varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(22)(21)A} = 0$ untuk setiap $A \in H_3$, dan
 $\mathcal{S}^1 : \varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(10)(11)A} \varepsilon_{(01)(22)A} = 0$ untuk setiap $A \in H_3$.

$$\bar{\varepsilon}_1^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & t_1 & x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_7 & x_8 & 0 & x_{10} & 0 & 0 \\ t_1 & x_7 & 0 & 0 & t_{13} & x_{14} & x_{15} & x_{16} \\ x_2 & x_8 & 0 & 0 & \frac{x_2 x_{16}}{t_1} & x_{18} & x_{19} & \frac{x_2 x_{16}}{t_{13}} \\ 0 & 0 & t_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_{10} & x_{14} & x_{18} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{15} & \frac{x_2 x_{16}}{t_1} & x_{19} & \frac{x_2 x_{16}}{t_{13}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\bar{\varepsilon}_2^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & t_1 & x_2 & x_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_7 & x_8 & 0 & x_{10} & 0 & 0 \\ t_1 & x_7 & 0 & 0 & t_{13} & x_{14} & 0 & x_{16} \\ x_2 & x_8 & 0 & 0 & \frac{x_2 x_{16}}{t_1} & x_{18} & x_{19} & \frac{x_2 x_{16}}{t_{13}} \\ x_3 & 0 & t_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_{10} & x_{14} & x_{18} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{x_2 x_{16}}{t_1} & x_{19} & \frac{x_2 x_{16}}{t_{13}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Langkah 4: $\mathcal{R}^2 = \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S}_3 \cup \mathcal{S}^0 \cup \mathcal{S}^1) \mid \varepsilon_{(01)(10)} \neq 0, \varepsilon_{(10)(11)} \neq 0\}$,
 $\mathcal{S}^0 : \varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(22)(21)A} = 0$ untuk setiap $A \in H_3$,
 $\mathcal{S}^1 : \varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(10)(11)A} \varepsilon_{(01)(22)A} = 0$ untuk setiap $A \in H_3$, dan
 $\mathcal{S}^2 : \varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(10)(11)A} = 0$ untuk setiap $A \in H_3$.

$$\bar{\varepsilon}_1^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & t_1 & x_2 & 0 & x_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_7 & 0 & 0 & t_{10} & x_{11} & 0 \\ t_1 & x_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{18} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_4 & t_{10} & 0 & x_{18} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Langkah 5: $\mathcal{R}^4 = \{\varepsilon \in \mathcal{R}(\mathcal{S}_3 \cup \mathcal{S}^0 \cup \mathcal{S}^1 \cup \mathcal{S}^2 \cup \mathcal{S}^3) \mid \varepsilon_{(01)(10)} \neq 0\}$,
- \mathcal{S}^0 : $\varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(22)(21)A} = 0$ untuk setiap $A \in H_3$,
- \mathcal{S}^1 : $\varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(10)(11)A} \varepsilon_{(01)(22)A} = 0$ untuk setiap $A \in H_3$,
- \mathcal{S}^2 : $\varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(10)(11)A} = 0$ untuk setiap $A \in H_3$, dan
- \mathcal{S}^3 : $\varepsilon_{(01)(10)A} \varepsilon_{(02)(22)A} = 0$ untuk setiap $A \in H_3$.

$$\bar{\varepsilon}_1^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & t_1 & x_2 & 0 & x_4 & 0 & x_6 \\ 0 & 0 & x_7 & x_8 & 0 & 0 & x_{11} & 0 \\ t_1 & x_7 & 0 & 0 & 0 & x_{14} & x_{15} & 0 \\ x_2 & x_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{20} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_4 & 0 & x_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_{11} & x_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_6 & 0 & 0 & 0 & x_{20} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

4.5 Ekuivalensi solusi

Solusi yang telah diperoleh pada pembahasan sebelumnya dapat dikelompokkan berdasarkan banyak entri nol dari 24 bilangan ε_{ij} yang diperoleh. Pada paper ini hanya akan dibahas jumlah entri nol sebanyak 0 dan 9. Untuk jumlah entri nol lainnya dapat dilihat pada lampiran di [6].

1. Jumlah entri nol: 0

Matriks kontraksi yang mungkin pada kasus ini adalah $\bar{\varepsilon}_0^2$. Untuk matriks normalisasi

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{a_{10}a_{01}}{a_{11}} & \frac{a_{01}a_{20}}{a_{21}} & \frac{a_{01}a_{11}}{a_{12}} & \frac{a_{01}a_{22}}{a_{20}} & \frac{a_{01}a_{12}}{a_{10}} & \frac{a_{01}a_{21}}{a_{22}} \\ 0 & 0 & \frac{a_{02}a_{10}}{a_{12}} & \frac{a_{02}a_{20}}{a_{22}} & \frac{a_{02}a_{11}}{a_{10}} & \frac{a_{02}a_{22}}{a_{20}} & \frac{a_{02}a_{12}}{a_{10}} & \frac{a_{02}a_{21}}{a_{22}} \\ \frac{a_{10}a_{01}}{a_{11}} & \frac{a_{02}a_{10}}{a_{12}} & 0 & 0 & \frac{a_{10}a_{11}}{a_{10}} & \frac{a_{10}a_{22}}{a_{20}} & \frac{a_{10}a_{12}}{a_{10}} & \frac{a_{10}a_{21}}{a_{22}} \\ \frac{a_{01}a_{20}}{a_{21}} & \frac{a_{02}a_{20}}{a_{22}} & 0 & 0 & \frac{a_{01}a_{11}}{a_{10}} & \frac{a_{01}a_{22}}{a_{20}} & \frac{a_{01}a_{12}}{a_{10}} & \frac{a_{01}a_{21}}{a_{22}} \\ \frac{a_{01}a_{11}}{a_{12}} & \frac{a_{02}a_{11}}{a_{10}} & \frac{a_{10}a_{11}}{a_{10}} & \frac{a_{20}a_{11}}{a_{20}} & 0 & 0 & \frac{a_{11}a_{12}}{a_{10}} & \frac{a_{11}a_{21}}{a_{22}} \\ \frac{a_{12}}{a_{10}} & \frac{a_{10}}{a_{10}} & \frac{a_{21}}{a_{10}} & \frac{a_{01}}{a_{10}} & 0 & 0 & \frac{a_{20}}{a_{10}} & \frac{a_{02}}{a_{10}} \\ \frac{a_{01}a_{22}}{a_{20}} & \frac{a_{02}a_{22}}{a_{20}} & \frac{a_{10}a_{22}}{a_{20}} & \frac{a_{10}a_{22}}{a_{20}} & 0 & 0 & \frac{a_{22}a_{12}}{a_{10}} & \frac{a_{22}a_{21}}{a_{22}} \\ \frac{a_{20}}{a_{10}} & \frac{a_{21}}{a_{10}} & \frac{a_{02}}{a_{10}} & \frac{a_{02}}{a_{10}} & \frac{a_{11}a_{12}}{a_{10}} & \frac{a_{22}a_{12}}{a_{10}} & 0 & 0 \\ \frac{a_{01}a_{12}}{a_{10}} & \frac{a_{02}a_{12}}{a_{10}} & \frac{a_{10}a_{12}}{a_{10}} & \frac{a_{20}a_{12}}{a_{20}} & \frac{a_{11}a_{12}}{a_{10}} & \frac{a_{22}a_{12}}{a_{10}} & 0 & 0 \\ \frac{a_{10}}{a_{10}} & \frac{a_{11}}{a_{10}} & \frac{a_{22}}{a_{10}} & \frac{a_{02}}{a_{10}} & \frac{a_{20}}{a_{10}} & \frac{a_{01}}{a_{10}} & 0 & 0 \\ \frac{a_{01}a_{21}}{a_{22}} & \frac{a_{02}a_{21}}{a_{22}} & \frac{a_{10}a_{21}}{a_{22}} & \frac{a_{20}a_{21}}{a_{22}} & \frac{a_{11}a_{21}}{a_{22}} & \frac{a_{22}a_{21}}{a_{22}} & 0 & 0 \\ \frac{a_{22}}{a_{20}} & \frac{a_{20}}{a_{20}} & \frac{a_{01}}{a_{01}} & \frac{a_{11}}{a_{11}} & \frac{a_{02}}{a_{02}} & \frac{a_{10}}{a_{10}} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

dimana

- $a_{22} = p_1 = \frac{(t_1)^{1/3}(t_{15})^{1/3}(t_3)^{1/3}(t_{20})^{2/3}}{(t_{14})^{2/3}(t_{11})^{2/3}(t_6)^{2/3}(t_{18})^{2/3}}$
- $a_{21} = p_2 = \frac{p_1 t_{13}}{t_{15}} \left(\frac{t_1 t_5}{t_3^2} \right)^{1/3}$
- $a_{11} = \sqrt{\frac{p_1 t_1}{t_3 t_{15}}}$
- $a_{12} = \sqrt{\frac{p_2 t_3}{t_5 t_{13}}}$
- $a_{10} = \frac{p_2}{t_{13}} \sqrt{\frac{t_3 t_{15}}{p_1 t_1}}$
- $a_{01} = \frac{p_1 t_{13}}{p_2 t_3 t_{15}}$
- $a_{02} = \frac{1}{t_7} \sqrt{\frac{t_1 p_1 t_{13}}{p_2 t_{15} t_5}}$

$$\bullet a_{20} = \frac{p_2^2 t_3 t_{15}}{p_1 t_{13} t_2}.$$

diperoleh $\bar{\varepsilon}_2^0 \bullet \alpha = \varepsilon_I$ dimana

$$\varepsilon_I = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Karena matriks ε_I merupakan representasi dari aljabar Lie $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$ dan $\bar{\varepsilon}_2^0 \bullet \alpha = \varepsilon_I$ maka aljabar Lie yang bersesuaian dengan $\bar{\varepsilon}_2^0$ isomorfik dengan $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$.

2. Jumlah entri nol: 9

Terdapat dua matriks kontraksi yang memenuhi yaitu $\bar{\varepsilon}_2^0$ ketika $x_{14} = 0$ dan ketika $x_{18} = 0$. Untuk $x_{14} = 0$, notasikan matriks kontraksi tersebut sebagai ε_9 dan untuk $x_{18} = 0$, notasikan sebagai $\varepsilon_{9,2}$. Untuk matriks normalisasi α_1 dimana

$$\begin{aligned} \bullet a_{01} &= p_1 = \left(\frac{t_{20}}{t_1 t_6 t_{18} t_5} \right)^{1/3} \\ \bullet a_{10} &= p_2 \neq 0 \\ \bullet a_{11} &= p_1 p_2 t_1 \\ \bullet a_{22} &= p_3 = \sqrt{\frac{p_2 (t_1)^{2/3} (t_6)^{2/3}}{(t_{20})^{2/3} t_4 (t_{18})^{1/3} (t_5)^{1/3}}} \\ \bullet a_{12} &= \frac{p_1^2 p_2 t_1 t_6 t_{18}}{t_{20}} \\ \bullet a_{02} &= \frac{p_1^2 t_1 t_5}{t_{11}} \\ \bullet a_{21} &= \frac{p_2 t_1}{p_3 t_4 t_{20}} \\ \bullet a_{20} &= p_1 p_3 t_4 \end{aligned}$$

berlaku $\varepsilon_9 \bullet \alpha_1 = \varepsilon_{9,I}$ dimana

$$\varepsilon_{9,I} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Jadi $\varepsilon_9 \sim \varepsilon_{9,I}$. Perhatikan bahwa $\varepsilon_{9,I}$ ekuivalen dengan $(\varepsilon_{9,I})^{\pi_A}$, $A \in H_3$. Untuk memperoleh matriks-matriks di $\{(\varepsilon_{9,I})^{\pi_A} | A \in H_3\}$ dapat menggunakan *software* seperti MATLAB. Untuk matriks normalisasi α_2 dimana

- $a_{01} = p_1 \neq 0$
- $a_{10} = p_2 \neq 0$
- $a_{22} = p_3 \neq 0 \Rightarrow p_1 = \frac{p_2(t_{14})^{2/3}(t_{11})^{2/3}(t_6)^{1/3}}{(t_1)^{1/3}(t_5)^{2/3}(t_{20})^{1/3}(t_4)^{1/3}}, p_2 = \frac{p_3(t_5)^{1/3}(t_{20})^{2/3}(t_4)^{2/3}}{(t_1)^{1/3}(t_{14})^{1/3}(t_{11})^{1/3}(t_6)^{1/3}}$
- $a_{20} = p_1 p_3 t_4$
- $a_{11} = p_1 p_2 t_1$
- $a_{12} = \frac{p_2}{p_1 t_5}$
- $a_{21} = \frac{p_3}{p_1 t_6}$
- $a_{02} = \frac{p_1^2 t_1 t_5}{t_{11}}$

berlaku $\varepsilon_{9,2} \bullet \alpha_2 = \varepsilon_{9,VIII}$ dimana

$$\varepsilon_{9,VIII} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

sehingga $\varepsilon_{9,2} \sim \varepsilon_{9,VIII}$. Karena $\varepsilon_{9,VIII} \in \{(\varepsilon_{9,I})^{\pi_A} | A \in H_3\}$ maka $\varepsilon_{9,VIII} \sim \varepsilon_{9,I}$. Akibatnya, $\varepsilon_{9,2} \sim \varepsilon_{9,I}$. Jadi setiap aljabar Lie yang berkaitan dengan matriks kontraksi dengan jumlah entri nol pada posisi indeks yang tidak relevan 9 isomorfik dengan aljabar Lie yang berkaitan dengan $\varepsilon_{9,I}$.

5 HASIL LAINNYA

Pada bagian ini akan ditunjukkan sedikit hasil pengamatan penulis (bukan merupakan hasil lengkap).

5.1 Solusi kontraksi pertingkatan Pauli $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$

Dengan melakukan proses yang sama ketika membentuk kontraksi pertingkatan Pauli $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$, diperoleh bahwa hanya ada satu persamaan kontraksi yaitu $e(01, 10, 11)$. Karena jumlah dari indeksnya bernilai nol maka identitas Jacobi terpenuhi untuk berapapun nilai ε_{ij} . Jadi solusinya,

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & x_1 & x_2 \\ x_1 & 0 & x_3 \\ x_2 & x_3 & 0 \end{pmatrix}, x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}. \quad (16)$$

5.2 Solusi kontraksi pertingkatan Pauli $\mathfrak{sl}(4, \mathbb{C})$

Dengan melakukan proses yang sama ketika membentuk kontraksi pertingkatan Pauli $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$, diperoleh bahwa terdapat 411 persamaan kontraksi yang dapat ditinjau. Penulis belum dapat memperoleh solusi dari kontraksi pertingkatan pada $\mathfrak{sl}(4, \mathbb{C})$ dikarenakan banyaknya persamaan yang perlu ditinjau (diperlukan bantuan dari suatu algoritma pemrograman).

5.3 Dekomposisi Levi dari solusi kontraksi peningkatan Pauli $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$

Teori Levi (dekomposisi Levi) menyatakan bahwa untuk setiap aljabar Lie \mathcal{L} yang berdimensi hingga atas lapangan berkarakteristik 0, terdapat subaljabar Lie dari \mathcal{L} yang semi sederhana, namakan \mathcal{S} sehingga

$$\mathcal{L} = \mathcal{S} \oplus SR(\mathcal{L}). \quad (17)$$

Perhatikan bahwa jika \mathcal{L} semi sederhana maka \mathcal{L} memiliki dekomposisi Levi yang trivial. Karena aljabar Lie $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$ semi sederhana dan aljabar Lie yang bersesuaian dengan matriks $\bar{\varepsilon}_2^0$ isomorfik dengan $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$ maka aljabar Lie tersebut memiliki dekomposisi Levi yang trivial. Untuk solusi kontraksi lainnya, penulis belum dapat memutuskan apakah memiliki dekomposisi Levi yang trivial atau tidak. Tetapi penulis memiliki konjektur bahwa solusi kontraksi peningkatan Pauli $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$ memiliki dekomposisi Levi yang trivial.

6 KESIMPULAN

Dengan melakukan kontraksi, kita dapat memperoleh aljabar Lie yang baru. Pada kontraksi peningkatan Pauli $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$ diperoleh aljabar Lie yang baru, dua diantaranya adalah aljabar Lie yang bersesuaian dengan $\bar{\varepsilon}_2^0$ dimana isomorfik dengan $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$ dan aljabar Lie yang bersesuaian dengan $\varepsilon_{9,I}$ dimana tidak isomorfik dengan $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$.

REFERENCES

- [1] Boza, L., Martel, E. M. F., nez Valdés, J. N. and Tenorio, A. F., "A Historical Review of the Classifications of Lie Algebras", *Revista de la Unión Matemática Argentina*, **54**(2), 75–99, (2013).
- [2] de Montigny, M. and Patera, J., "Discrete and continuous graded contractions of Lie algebras and superalgebras", *Journal of Physics A: Mathematical and General*, **24**(3), 525–547, (1991).
- [3] Moody, R. and Patera, J., "Discrete and continuous graded contractions of representations of Lie algebras", *Journal of Physics A: Mathematical and General*, **24**(10), 2227–2257, (1991).
- [4] J. Patera, H. Zassenhaus, "The Pauli matrices in n dimensions and finest gradings of simple Lie algebras of type A_{n-1} ", *J. Math. Phys*, **29**, 665–673, (1988).
- [5] Havlíček, M., Pelantová, E. and Tolar, J., "Automorphisms of the fine grading of $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$ associated with the generalized pauli matrices", *Journal of Mathematical Physics*, **43**(2), 1082–1094, (2002).
- [6] Hrivnák, J., Novotný, P., Patera, J. and Tolar, J., "Graded contractions of the Pauli graded $\mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$ ", *Linear Algebra and Its Applications*, **418**(2-3), 498–550, (2006).

ISSN 2829-3770



9

772829

377007