

Konferensi Nasional MATEMATIKA 20 21



PROSIDING

Konferensi Nasional Matematika XX
Tahun 2021

Dipublikasikan Online Pada :
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology
e-ISSN : 2829-3770

Powered by
IndoMS



Organized by
Universitas Pattimura

PROSIDING

KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XX

“Peranan Ilmu Matematika dalam Menjawab Tantangan Bangsa yang Semakin Kompleks dan Dinamis di Era Revolusi Industri 4.0”

Diterbitkan oleh Universitas Pattimura

@Hak Cipta dilindungi Undang-undang

e-ISSN: 2829-3770

DOI issue: <https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX>

Dipublikasikan online pada:

Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology

Terindeks Oleh:



Mei 2022

Editor:

Dr. Harmanus Batkunde, S.Si, M.Si, Berny P. Tomasouw, S.Si, M.Si,
Taufan Talib, S.Pd., M.Si, M. I. Tilukay, S.Si, M.Si, Monalisa E. Rijoly, S.Si, M.Sc.
Z.A. Leleury, S.Si, M.Si, M. B. Mananggal, S.Pd., M.Pd., L. J. Sinay, S.Si, M.Sc.,
Y. A. Lesnussa, S.Si, M.Si. Vicardy Kempa, S.Si, M.Si. M. Yahya Matdoan, S.Si, M.Si.
Novalin C. Huwaa, S.Pd., M.Sc., D. L. Rahakbauw, S.Si, M.Si.

Design cover:

L. J. Sinay, S.Si, M.Sc

Ukuran: 29,7 x 21 cm

Tim *Reviewer*

1. Prof. Dr. Budi Nurani Ruchjana, M.S. (Universitas Padjajaran)
2. Prof. Dr. T. G. Ratumanan, M.Pd. (Universitas Pattimura)
3. Prof. Dr. W. Mataheru (Universitas Pattimura)
4. Dr. Eka Kurnia Lestari.(Universitas Singapebangsa)
5. Dr. Yundari. (Universitas Tanjungpura)
6. Dr. Delsi Kariman (STKIP PGRI Sumatera Barat)
7. Dr. Ch. Laamena. (Universitas Pattimura)
8. Dr. Moch Idris. (Universitas Lambung Mangkurat)
9. Dr. Daniel Salim. (Universitas Parahyangan)
10. Dr. Al Azhary Masta.(Universitas Pendidikan Indonesia)
11. Dr. Risnawita. (IAIN Bukittinggi)
12. Dr. Nicky K. Tumulun.(Universitas Negeri Manado)
13. Dr. Susilawati. (Politeknik Bengkalis Riau)
14. Dr. Debi Oktia Haryeni (Universitas Pertahanan)
15. Dr. Anderson Palinussa (Universitas Pattimura)
16. Dr. Harmanus Batkunde. (Universitas Pattimura)

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Tim Reviewer	ii
Kata Pengantar	iii
Susunan Panitia KNM XX	iv
Daftar Isi	vii

ALJABAR

KLASIFIKASI TITIK KRITIS POLINOMIAL DUA VARIABEL BERDERAJAT TIGA Afif Humam	1 – 8
KAJIAN KEKUATAN \mathbb{Z} - MODUL \mathbb{Q} SEBAGAI INSPIRASI MUNCULNYA KONSEP DAN SIFAT DALAM TEORI MODUL Sri Wahyuni, Yunita Septriana Anwar, I Putu Yudi Prabhadika	9 – 14
GRAF PEMBAGI NOL DARI RING KOMUTATIF Maria Vianney Any Herawati	15 – 20
IDEAL TAK TEREDUKSI KUAT ATAS SEMIRING KOMUTATIF Fitriana Hasnani, Nikken Prima Puspita	21 – 26
BATAS ATAS PADA NORM – TAK HINGGA DARI INVERS MATRIKS NEKRASOV Eddy Djauhari	27 – 32
KOREPRESENTASI KOALJABAR $F[G]$ Na'imah Hijriati, Indah Emilia Wijayanti	33 – 40
HUBUNGAN SIFAT BERSIH PADA RING, MODUL, KOMODUL DAN KOALJABAR Nikken Prima Puspita, Indah Emilia Wijayanti, Budi Surodjo	41 – 50
KONTRAKSI PERTINGKATAN PADA PERTINGKATAN PAULI $\mathfrak{S}\mathfrak{L}(N, \mathbb{C})$ Reynald Saputra, Gantina Rachmaputri	51 – 60

ANALISIS

BUKTI ALTERNATIF INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG LEBESGUE DENGAN EKSPONEN PEUBAH Dina Nur Amalina dan Denny Ivanal Hakim	61 – 66
SEGITIGA TITIK CIRCUMCENTER PADA MODIFIKASI TEOREMA NAPOLEON Yunisa Fadhilah Hartati, Mashadi	67 – 76
FUNGSI SIMETRI TERHADAP TITIK (a, b) DAN BEBERAPA SIFATNYA Firdaus Ubaidillah	77 – 82
INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG MORREY-ADAMS DAN OPERATOR MAKSIMAL FRAKSIONAL Daniel Salim, Moch. Taufik Hakiki, Denny Ivanal Hakim	83 – 90
PENDEKATAN KALKULUS HIDA UNTUK PROSES HERMITE Herry Pribawanto Suryawan	91 – 98
KETAKSAMAAN HARDY DI RUANG HERZ HOMOGEN Pebrudal Zanu, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi1	99 – 106
OPERATOR KANTOROVICH PADA RUANG MORREY DIPERUMUM Mu'afa Purwa Arsana, Denny Ivanal Hakim	107 – 114
PERLUASAN DEFINISI RATA-RATA VIA TEOREMA NILAI RATA-RATA Mochammad Idris	115 – 124
SISTEM EIGEN OPERATOR LAPLACE BERBASIS RUAS PADA SUATU POHON KUANTUM Moh. Januar I. Burhan, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi	125 – 134

SUKU BANYAK BERNSTEIN DAN OPERATOR KANTOROVICH UNTUK BEBERAPA FUNGSI YANG TIDAK KONTINU	135 – 142
Reinhart Gunadi, Denny I. Hakim	
KETERBATASAN OPERATOR TIPE VOLTERRA PADA RUANG MORREY ANALITIK $L_{p,\lambda}$	585 - 590
Moch Taufik Hakiki, Wono Setya Budhi, dan Denny Ivanal Hakim	
KOMBINATORIK	
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF SIPUT DAN GRAF UBUR-UBUR	143 – 148
Kevin Akbar, Kiki Ariyanti Sugeng	
DIMENSI METRIK LOKAL PADA GRAF FLOWER DAN GRAF GEAR KORONA GRAF LINTASAN	149 – 154
Salma Fauziyah Ashim, Tri Atmojo Kusmayadi, Titin Sri Martini	
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF LILIN	155 – 160
Rizqi Rachmadhani, Kiki Ariyanti Sugeng	
PELABELAN HARMONIS PADA GRAF SEGITIGA BELAH KETUPAT VARIASI LM_n	161 – 164
Evi Maharani, Kurniawan Atmadja	
PEWARNAAN SIMPUL r – DINAMIS PADA GRAF TERATAI T_n	165 – 170
Audi Fierera, Kiki A. Sugeng	
SIFAT-SIFAT GRAF CAYLEY GRUP S_n	171-176
Afifan Hadi, Kiki Ariyanti Sugeng	
PENDIDIKAN MATEMATIKA	
LKPD BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING BERBANTUAN ALAT PERAGA PADA MATERI LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME PRISMA DAN LIMAS	177 – 182
Fithroh Nafa Dzillah, Latifah Mustofa Lestyanto	
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA DARING BERBASIS MODEL PENEMUAN TERBIMBING MENGGUNAKAN LIVEWORKSHEETS PADA MATERI PRISMA DAN LIMAS	183 – 188
Sania Sururul Khususna, Latifah Mustofa Lestyanto, Eddy Budiono	
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA BERBASIS MASALAH BERBANTUAN GOOGLE FORM UNTUK PEMAHAMAN KONSEP SISWA KELAS VII SMP PADA MATERI SEGITIGA DAN SEGIEMPAT	189 – 194
Herlin Oktavita, Latifah Mustofa Lestyanto2	
EKSPLORASI ETNOMATEMATIKA PADA GELANG MANIK-MANIK KHAS DAYAK KALIMANTAN SEBAGAI SUMBER PENYUSUNAN LKPD	195 – 206
Silvia	
ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA DENGAN PEMBELAJARAN MODEL BRAIN BASED LEARNING BERBASIS LEARNING MANANGEMENT SYSTEM	207 – 214
N. R. Mumtaz, M. Asikin	
PENGEMBANGAN ASESMEN ALTERNATIF DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA KONTEKS LINGKUNGAN LAHAN BASAH UNTUK SISWA TINGKAT SMP/MTS	215 – 222
Muhammad Rizal, Noor Fajriah, Agni Danaryanti	
MATERI PENGAYAAN TEORI BILANGAN DASAR DI SEKOLAH DASAR	223-228
Awanga Dijayangrana, Hilda Assiyatun	
KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS TULIS MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH VOLUME BENDA PUTAR MELALUI MODEL PERKULIAHAN KOLABORATIF	229 – 236
Fadhila Kartika Sari, Anies Fuady	
PERAN PENULISAN JURNAL DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SECARA DARING DI MASA PANDEMI COVID-19	237 – 244

Gusti Firda Khairunnisa, Frida Siswiyanti	
ANALISIS KRUSKAL WALLIS UNTUK MENGETAHUI TINGKAT KOSENTRASI BELAJAR MAHASISWA BERDASARKAN PROGRAM STUDI	245 – 250
Venessa Y. A. Brabar, Grace A. V. Hikoyabi, Agustinus Langowuyo	
ANALISIS PENGARUH PEMANFAATAN INTERNET TERHADAP MINAT BELAJAR MAHASISWA PRODI STATISTIKA	251 – 258
Mariana Tanawani, Meilani Yarangga, dan Agustinus Langowuy	
PENGARUH PROSES BELAJAR MENGAJAR LURING DAN DARING TERHADAP HASIL BELAJAR MAHASISWA JURUSAN MATEMATIKA ANGAKATAN 2018 FMIPA UNIVERSITAS CENDERAWASIH	259 – 264
Dewi Rahmawati, Tiara A. Nadapdap, Agustinus Langowuyo	
PENILAIAN ESAI MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN MESIN	265 – 270
Farah Qotrunnada, Marcus Wono Setya Budhi, Hilda Assiyatun	
PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS ETNOMATEMATIKA BUDAYA MASYARAKAT NEGERI TULEHU PADA MATERI SEGIEMPAT DAN SEGITIGA UNTUK SISWA DI KELAS VII MTS NEGERI I MALUKU TENGAH.	271 – 276
Heni Rahim, W. Mataheru, J. Takaria	
PENERAPAN FUZZY LINEAR PROGRAMMING UNTUK OPTIMASI PRODUKSI TAHU (STUDI KASUS DI DESA TANJUNGREJO KABUPATEN JEMBER)	277 – 284
Anisa Wahyu Illahi, Agustina Pradjaningsih, Abduh Riski	
PENENTUAN SOLUSI FISIBEL AWAL MASALAH TRANSPORTASI DENGAN MINIMUM DEMAND METHOD	285 – 292
Ulniyatul Ula, Siti Khabibah, Robertus Heri S.U	
OPTIMALISASI RUTE DAN PENJADWALAN PENGANGKUTAN SAMPAH DENGAN METODE INSERTION HEURISTIC DAN INTRA- ROUTE IMPROVEMENT (STUDI KASUS: UNIVERSITAS BRAWIJAYA MALANG)	293 – 298
Fara El Nandhita Pratiwi	
MODEL MATEMATIS RUTE WISATA DI RIAU DENGAN MENGGUNAKAN PEMROGRAMAN GOL	299 – 312
Ihda Hasbiyati, Hasriati, T. P. Nababan	
MATEMATIKA TERAPAN	
MODEL SUSCEPTIBLE INFECTED RECOVERED (SIR) PADA DEMAM BERDARAH DENGUE (DBD)	313 – 320
Oscar Andhry Barata, Rahmat, Rengga Nanda Pramudya	
ANALISA PERSAMAAN DIFERENSIAL ORDE FRAKSIONAL NUMERIK MENGGUNAKAN METODE EULER DAN APLIKASINYA	321 – 326
Leli Deswita, Syamsudhuha, Asral. M	
TERAPAN FUNGSI SIGMOID UNTUK MENENTUKAN NILAI MAKSIMAL KOEFISIEN GAYA ANGKAT DAN SUDUT STALL PADA KURVA LINEAR C_L TERHADAP α	327 – 334
Angga Septiyana, Singgih Satrio W, Fuad Surastyo P, Try Kusuma Wardana, Ardian Rizaldi, Novita Atmasari, Eries Bagita Jayanti, Prasetyo Ardi P	
IMPLEMENTASI DEEP LEARNING UNTUK KLASIFIKASI GAMBAR MENGGUNAKAN CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK (CNN) PADA BATIK SASAMBO	335 – 340
Muna Malika, Edy Widodo	
STATISTIKA	
PENERAPAN MODEL SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (STARI(1,1,1)) PADA DATA NTP TANAMAN PANGAN DARI TIGA PROVINSI DI PULAU JAWA	341 -350
Fajriatus Sholihah, Kartika Sari, Budi Nurani Ruchjana, Toni Toharudin	
ANALISIS KORESPONDENSI BERGANDA UNTUK MENGETAHUI INDIKATOR-INDIKATOR YANG MEMPENGARUHI KEJADIAN LOW BACK PAIN PADA KUSIR	351 - 358

KUDA/DELMAN DI KOTA CIMAH I TAHUN 2019	
Dhita Diana Dewi, Fajriatus Sholihah, Rosa Rosmanah, Lucy Fitria Dewi, Mochamad Yudhi Afrizal, Irlandia Ginanjar	
PROSES POISSON NON HOMOGEN DAN PENERAPANNYA PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	359 – 362
Viona Prisyella Balqis, Muhammad Herlambang Prakasa Yudha, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN DISTRIBUSI STASIONER RANTAI MARKOV PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	363 – 370
Tubagus Robbi Megantara, Ayun Sri Rahmani, Budi Nurani Ruchjana	
SPATIAL CLUSTER ING DENGAN METODE SKATER (K'LUSTER ANALYSIS BY TREE EDGE REMOVAL) UNTUK PENGELOMPOKAN SEBARAN COVID-19 DI KABUPATEN TULUNGAGUNG	371 – 380
Danang Ariyanto, Henny Pramodyo, Novi Nur Aini	
ANALISIS KLASTER KABUPATEN/KOTA INDONESIA BERDASARKAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DENGAN MODEL MIXTURE SKEW-T	381 – 388
Kristoforus Exelsis Pratama, Irwan Susanto, Yuliana Susanti	
ANALISIS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN BURU SELATAN DENGAN MENGGUNAKAN REGRESI LINIER BERGANDA	389 – 396
Muhidin Jariyah, Inayah. P. F. Solong, Juan C. S. Jamco	
TINJAUAN KEPUTUSAN HIPOTESA FUZZY BERBASIS P-VALUE FUZZY (STUDI KASUS DATA COVID-19 DI NUSA TENGGARA BARAT)	397 – 404
Wahidaturrahmi	
PENERAPAN METODE AUTO SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS PADA PERAMALAN DATA INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA	405 – 410
Andreas Reza Chrisantama*, Winita Sulandari, Sugiyanto	
PERAMALAN JUMLAH PRODUKSI PERIKANAN DI KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL	411 – 418
Asrul Irfanullah, Claudia Sumanik, Romy Makatita	
ANALISIS PENGARUH STRUKTUR KONSUMSI AKHIR RUMAH TANGGA BERDASARKAN KOMPONEN PENGELUARAN KABUPATEN BURU SELATAN PERIODE 2015 – 2019 DENGAN RAKL	419 – 424
Nikita A. Putiray, Dea M. Tuhumury, Angel M.P. Manuputty	
EKSPLORASI SISA USIA BEARING MENGGUNAKAN DISTRIBUSI WEIBULL	425 – 430
Sutawanir Darwis, Nusar Hajarisman, Suliadi, Achmad Widodo	
PENERAPAN MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE (VARIMA) UNTUK PRAKIRAAN INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DAN KURS RUPIAH TERHADAP USD	431 – 442
Ani Pertiwi, Lucy Fitria Dewi, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENGELOMPOKKAN JUMLAH PENDUDUK KABUPATEN BURU SELATAN BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA TAHUN 2018 DENGAN ALGORITMA K-MEANS	443 – 450
Samin Radjid, Nadia Istifarin, Meylani Tuasella	
PENERAPAN METODE ARIMAX PADA PERAMALAN PRODUKSI DAGING SAPI DI SUKOHARJO	451 – 458
Fitrian Nur Ardyansyah, Winita Sulandari, Sugiyanto	
ANALISIS KEPUASAN DAN POSITIONING SELLER E-MARKETPLACE DENGAN MENGGUNAKAN IMPORTANCE PERFORMANCE ANALYSIS DAN BILOT	459 – 464
Farah Dibah, Dwi Endah Kusri	
KLASTERISASI LOKASI PASAR KABUPATEN BANYUMAS GUNA MEMPERMUDAH UPTD DALAM MENGELOLA KELAS PASAR	465 – 470
Pradini Nurul Safitri, Abdullah Ahmad Dzikrullah	

PENGARUH MOTIVASI INTRINSIK DAN KEPUASAN KERJA TERHADAP ORGANIZATIONAL CITIZENSHIP BEHAVIOR	471 – 476
Diya Kasih Puspitasari, Dwi Endah Kusrini	
KLASTERING JUMLAH PENDUDUK BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA KECAMATAN LEKSULA TAHUN 2018 DENGAN MENGGUNAKAN METODE ALGORITMA K-MEANS	477 – 484
Morensi T. Risakotta, Rensya Siwalette, Rola E. Leasa	
PERAMALAN DENGAN METODE SIMPLE MOVING AVERAGE DAN DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING BROWN (STUDI KASUS: JUMLAH CURAH HUJAN DAN JUMLAH HARI HUJAN KABUPATEN BURU SELATAN)	485 – 494
Apriano R. Narahawarin, Ravensky Silangen, Rahania Patiekon	
PERAMALAN GARIS KEMISKINAN KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING DARI HOLT	495 – 502
Ade Irma La Murdani, Intan Gainau, Unique Resiloy	
ANALISIS PERBEDAAN PENDAPATAN TOKO WALET MAS SEBELUM DAN SESUDAH PANDEMI COVID-19 DENGAN METODE MANN-WHITNEY	503 – 508
Marselina Ema Koten, Yunida Kurniasih, Agustinus Langowuyo	
ANALISIS PENGARUH BELANJA DAERAH, JUMLAH PENDUDUK, DAN PDRB TERHADAP PENDAPATAN DAERAH DI KABUPATEN BURU SELATAN TAHUN 2013-2020	509 – 516
Dephie Latumahina, Martje Riry, Olfen Sabono	
UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI RAYLEIGH BIVARIAT MENGGUNAKAN UJI KOLMOGOROV-SMIRNOV BIVARIAT PADA DATA HASIL PERTANDINGAN PERSIB BANDUNG	517 – 522
Wulan Jati Nuraya, Aceng Komarudin Mutaqin	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) UNTUK PERAMALAN BANYAKNYA KASUS TERKONFIRMASI DAN KASUS SEMBUH COVID-19 DI INDONESIA	523 – 532
Sri Indra Maiyanti, Mahrudinda, Al Fataa W. Haq, Budi Nurani Ruchjana	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) DAN PENERAPANNYA PADA DATA PERKEMBANGAN HARGA ECERAN BERAS DI TIGA IBU KOTA PROVINSI WILAYAH PULAU JAWA	533 – 544
Zulfa Hidayah Satria Putri, Asri Yuniar, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN METODE REGRESI LINEAR BERGANDA UNTUK MELIHAT PENGARUH JUMLAH PENDUDUK DAN LUAS WILAYAH TERHADAP JUMLAH PENGGUNA LISTRIK DI KECAMATAN AMBALAU KABUPATEN BURU SELATAN	545 – 552
Fadly Ode, Nur Statib J, Elsy Malwewar	
ANALISIS TINGKAT KEGEMARAN AYAM GEPUK PAK GEMBUS DARI BERBAGAI JENIS PAKET MELALUI PENDEKATAN UJI STATISTIK	553 – 558
Maharani Tiara Pramuditya, Evan Claude Boudewijn Kainama, Agustinus Langowuyo	
SIMULASI PERGERAKAN HARGA SAHAM MENGGUNAKAN MODEL GERAK BROWN GEOMETRIK DENGAN R STUDIO	559 – 564
Ahmad Fawaid Ridwan, Rizki Apriva Hidayana, Budi Nurani Ruchjana	
PENAKSIRAN RATA-RATA <i>EXCESS CLAIM</i> PESERTA DARI PERUSAHAAN PEMBERI LAYANAN KESEHATAN PT. X	565 – 572
Wildan*, Indah Permatasari, and Aceng Komarudin Mutaqin	
PENGARUH SELF EFFICACY DAN MOTIVASI BELAJAR TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA KELAS VII SMP NEGERI 3 GANTUNG	573 – 584
Alperu, Nerru Pranuta Murnaka*, Indra Bayu M, Andy Wahyu H	

BUKTI ALTERNATIF INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG LEBESGUE DENGAN EKSPONEN PEUBAH

Dina Nur Amalina* dan Denny Iwanal Hakim

Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi
Bandung, Indonesia

*e-mail: dina.n.amalina@gmail.com

Abstrak. Pada makalah ini, kami mengkaji ruang Lebesgue dengan eksponen peubah pada sebarang subhimpunan terukur dari \mathbb{R}^n . Khususnya, kami membahas suatu bukti alternatif dari deskripsi interpolasi kompleks metode pertama dan kedua dari ruang Lebesgue dengan eksponen peubah melalui hasil kali Calderon. Hasil deskripsi interpolasi kompleks metode pertama dan kedua dari ruang ini telah dibuktikan sebelumnya oleh Diening, dkk. Kami juga membuktikan inklusi ruang-ruang Lebesgue dengan eksponen peubah pada subhimpunan yang berukuran hingga, beserta kaitannya dengan interpolasi kompleks ruang ini.

Kata Kunci: ruang Lebesgue, ruang Lebesgue dengan eksponen peubah, interpolasi kompleks, hasil kali Calderon.

1 LATAR BELAKANG

Ruang Lebesgue dengan eksponen peubah merupakan salah satu perumuman dari ruang Lebesgue yang telah diperkenalkan oleh Orlicz sejak 1931 [5]. Melalui pendekatan yang berbeda, ruang Lebesgue dengan eksponen peubah dapat memuat beberapa fungsi yang bukan termasuk pada suatu ruang Lebesgue L^p untuk $0 < p < \infty$. Pendekatan yang digunakan adalah mengubah pangkat konstanta p sebagai fungsi peubah $p(\cdot)$, sehingga tidak lagi memperhatikan daerah asal pengintegralan pada fungsi.

Pada tahun 1964, Calderón melalui [2] mengenalkan interpolasi kompleks dan juga hasil kali Calderón sebagai abstraksi Teorema Interpolasi Riesz-Thorin. Diening dkk telah memberikan deskripsi interpolasi kompleks untuk ruang Lebesgue dengan eksponen peubah pada [3] dengan kondisi $(p_i(\cdot))_+ < \infty$. Kemudian pada [4] Diening dkk memperumum hasil sebelumnya yaitu fungsi terukur $p_i(\cdot): A \rightarrow [1, \infty]$ merupakan sebarang anggota dari $\mathcal{P}(A, \mu)$.

2 TUJUAN PENELITIAN

Tujuan penelitian ini adalah memberikan alternatif bukti interpolasi kompleks metode pertama dan kedua pada ruang Lebesgue dengan eksponen peubah yang lebih elementer menggunakan berbagai kaitan antara interpolasi kompleks dengan hasil kali Calderón. Lebih lanjut kami menunjukkan bahwa ruang interpolasi kompleks ini merupakan ruang antara yang sejati melalui inklusi ruang Lebesgue dengan eksponen peubah pada himpunan berukuran hingga.

3 METODOLOGI

Penelitian ini merupakan sebuah kajian studi literatur makalah-makalah berkaitan dengan interpolasi kompleks, hasil kali Calderón dan mengkaji ruang Lebesgue dengan eksponen peubah melalui buku karya Cruz-Uribe dan Fiorenza [1].

4 HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Ruang Lebesgue dengan Eksponen Peubah

Sebagai perumusan dari ruang Lebesgue, ruang Lebesgue dengan eksponen peubah memiliki pangkat berupa fungsi peubah. Berikut ini merupakan definisi dari fungsi peubah dan beberapa pendefinisian terkait fungsi peubah. Pada makalah ini subhimpunan terukur $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ merupakan himpunan berukuran hingga.

Definisi 4.1.1 [1] Misalkan $\mathcal{P}(\Omega)$ merupakan himpunan semua fungsi terukur $p(\cdot): \Omega \rightarrow [1, \infty]$. Lebih jauh, $p(\cdot)$ disebut sebagai fungsi eksponen. Untuk $p(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ dapat didefinisikan notasi $p_- = \operatorname{ess\,inf}_{x \in \Omega} p(x)$, $p_+ = \operatorname{ess\,sup}_{x \in \Omega} p(x)$. Didefinisikan pula subhimpunan dari Ω sebagai berikut:

$$\Omega_1^{p(\cdot)} = \{x \in \Omega: p(x) = 1\}, \Omega_\infty^{p(\cdot)} = \{x \in \Omega: p(x) = \infty\}, \Omega_*^{p(\cdot)} = \{x \in \Omega: 1 < p(x) < \infty\}.$$

Eksponen konjugat dari $p(\cdot)$, dinotasikan dengan $p'(\cdot)$, didefinisikan sebagai $\frac{1}{p(x)} + \frac{1}{p'(x)} = 1$.

Berikut merupakan definisi dari ruang Lebesgue dengan eksponen peubah.

Definisi 4.1.2 [1] Ruang Lebesgue dengan eksponen peubah $L^{p(\cdot)}(\Omega)$ didefinisikan sebagai himpunan dari fungsi terukur f sehingga untuk $p(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ berlaku

$$\rho(f/\lambda) = \int_{\Omega \setminus \Omega_\infty^{p(\cdot)}} |f(x)/\lambda|^{p(x)} + \|f/\lambda\|_{L^\infty} < \infty$$

untuk suatu $\lambda > 0$.

Dengan norma untuk $f \in L^{p(\cdot)}$ didefinisikan dengan

$$\|f\|_{L^{p(\cdot)}} = \inf \left\{ \lambda > 0: \rho\left(\frac{f}{\lambda}\right) \leq 1 \right\}.$$

Catatan 4.1.3 Untuk $p(\cdot) = p$ maka $L^{p(\cdot)}(\Omega) = L^p(\Omega)$.

Berdasarkan definisi norma pada ruang Lebesgue dengan eksponen peubah dapat diperoleh beberapa sifat terkait norma dari ruang Lebesgue dengan eksponen peubah.

Proposisi 4.1.4 [1] Misalkan $p(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ dengan $p(\cdot)/\alpha \in \mathcal{P}(\Omega)$ sedemikian sehingga $|\Omega_\infty| = 0$ maka untuk setiap $\alpha > 0$, $\| |f|^\alpha \|_{L^{\frac{p(\cdot)}{\alpha}}} = \|f\|_{L^{p(\cdot)}}^\alpha$ untuk setiap $f \in L^{p(\cdot)}(\Omega)$.

Proposisi 4.1.5 [6] Misalkan $p(\cdot), q(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$. Jika $f \in L^{p(\cdot)}$ dengan $\|f\|_{L^{p(\cdot)}} \leq 1$ maka $\| |f|^{\frac{p(\cdot)}{q(\cdot)}} \|_{L^{q(\cdot)}} \leq 1$.

4.2 Inklusi Ruang Lebesgue dengan Eksponen Peubah

Ruang Lebesgue dengan eksponen peubah pada himpunan berukuran hingga juga memiliki inklusi dari kedua ruang berdasarkan urutan dari pangkatnya. Dalam penelitian ini khususnya akan disampaikan beberapa inklusi dari subhimpunan berukuran hingga.

Teorema 4.2.1 [1] Misalkan $p(\cdot), q(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$. Misalkan $|\Omega \setminus \Omega_\infty^{p(\cdot)}| < \infty$, maka $L^{q(\cdot)}(\Omega) \subset L^{p(\cdot)}(\Omega)$ jika dan hanya jika $p(x) < q(x)$ hampir dimana-mana

$$\|f\|_{L^{p(\cdot)}} \leq \left(1 + |\Omega \setminus \Omega_\infty^{p(\cdot)}| \right) \|f\|_{L^{q(\cdot)}}.$$

Berikut ini akan disampaikan contoh yang menunjukkan inklusi tersebut sejati.

Contoh 4.2.2 Misalkan $f(x) = |x|^{-1/q}$ untuk $x \in [-1,1]$. Definisikan $p(\cdot) = p$ dan $q(\cdot) = q$. Untuk $p < q$, diperoleh

$$\|f\|_{L^{p(\cdot)}} = \|f\|_{L^p} = \left(\int_{-1}^1 |f(x)|^p dx \right)^{1/p} = \left(\int_{-1}^1 |x|^{-p/q} dx \right)^{1/p} < \infty$$

$$\|f\|_{L^{q(\cdot)}} = \|f\|_{L^q} = \left(\int_{-1}^1 |f(x)|^q dx \right)^{1/q} = \left(\int_{-1}^1 |x|^{-q/q} dx \right)^{1/q} = \infty.$$

Hal ini menunjukkan $f \in L^{p(\cdot)}([-1,1])$ namun $f \notin L^{q(\cdot)}([-1,1])$.

Pada Teorema 4.2.3 akan disampaikan inklusi antara ruang Lebesgue dengan eksponen peubah dengan L^{p_-} dan L^{p_+} . Contoh 4.2.4 akan menunjukkan inklusi tersebut sejati.

Teorema 4.2.3 [1] Misalkan $p(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ dengan $1 \leq p_- < p(x) < p_+ \leq \infty$, $x \in \Omega$ dan $|\Omega_\infty^{p_+}| = 0$ maka $L^{p(\cdot)}(\Omega) \subseteq L^{p_-}(\Omega) + L^{p_+}(\Omega)$.

Contoh 4.2.4 Misalkan $f(x) = |x|^{-1}$ dengan $p(x) = \begin{cases} |x|^{-1}, x \neq 0 \\ 0, x = 0 \end{cases}$ untuk $x \in [-2,2]$. Maka $p_- = \frac{1}{2}$ dan $p_+ = +\infty$. Misalkan $f = f_0 + f_1$ dengan $f_0 = f \chi_{\{x \in [-2,2]: |f(x)| > 1\}}$ dan $f_1 = f \chi_{\{x \in [-2,2]: |f(x)| \leq 1\}}$. Maka,

$$\|f\|_{L^{p_-} + L^{p_+}} \leq \|f_0\|_{L^{p_-}} + \|f_1\|_{L^{p_+}} \leq \left(\int_{-1}^1 |f(x)|^{p_-} dx \right)^{1/p_-} + \|f\|_{L^\infty}$$

$$\leq \left(\int_{-1}^1 |x|^{-\frac{1}{2}} dx \right)^{\frac{1}{p_-}} + 1 < \infty.$$

Teorema berikut menyatakan bahwa ruang Lebesgue dengan eksponen peubah merupakan ruang antara dari ruang $L^{p_0(\cdot)}$ dan $L^{p_1(\cdot)}$.

Teorema 4.2.5 Misalkan $p_0(\cdot), p_1(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ dengan $1 \leq p_0(x) < p_1(x) \leq \infty$ untuk $x \in \Omega$ dan $|\Omega_\infty^{p_1(\cdot)}| = 0$. Jika $p(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ yang didefinisikan oleh $\frac{1}{p(x)} = \frac{1-\theta}{p_0(x)} + \frac{\theta}{p_1(x)}$ dengan $\theta \in (0,1)$ maka $L^{p_0(\cdot)}(\Omega) \cap L^{p_1(\cdot)}(\Omega) \subset L^{p(\cdot)}(\Omega) \subset L^{p_0(\cdot)}(\Omega) + L^{p_1(\cdot)}(\Omega)$.

Inklusi $L^{p_0(\cdot)}(\Omega) \cap L^{p_1(\cdot)}(\Omega) \subset L^{p(\cdot)}(\Omega)$ dapat dibuktikan dengan menggunakan ketaksamaan Hölder dan definisi norma pada irisan dua ruang. Kemudian inklusi lainnya, dapat dibuktikan dengan mendefinisikan $f_0 = f \chi_{\{x \in \Omega: |f(x)| \leq 1\}}$ dan $f_1 = f - f_0$ di mana $\|f\|_{L^{p(\cdot)}} = 1$.

4.3 Hasil Kali Calderon Ruang Lebesgue dengan Eksponen Peubah

Berikut akan dibahas hasil kali Calderón pada ruang Lebesgue dengan eksponen peubah. Namun sebelum itu akan disampaikan definisi dari hasil kali Calderón melalui definisi berikut.

Definisi 4.3.1 [2] Misalkan (X_0, X_1) adalah pasangan ruang Banach dari fungsi terukur pada $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ dan $\theta \in (0,1)$. Hasil kali Calderón antara X_0 dan X_1 didefinisikan sebagai:

$$X_0^{1-\theta} X_1^\theta := \{f: |f(x)| \leq |f_0(x)|^{1-\theta} |f_1(x)|^\theta \text{ hdm}, f_0 \in X_0, f_1 \in X_1\}.$$

Untuk $f \in X_0^{1-\theta} X_1^\theta$ norma pada $X_0^{1-\theta} X_1^\theta$ didefinisikan dengan

$$\|f\|_{X_0^{1-\theta} X_1^\theta} := \inf \{ \|f_0\|_{X_0}^{1-\theta} \|f_1\|_{X_1}^\theta : |f(x)| \leq |f_0(x)|^{1-\theta} |f_1(x)|^\theta \}.$$

Adapun hasil kali Calderón pada ruang Lebesgue dengan eksponen peubah dinyatakan pada Teorema 4.3.2 berikut ini memiliki hasil yang serupa dengan [7] namun menggunakan pembuktian yang berbeda.

Teorema 4.3.2 [7] Misalkan $p_0(\cdot), p_1(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ dan $\theta \in (0,1)$. Jika $p(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ didefinisikan oleh $\frac{1}{p(x)} = \frac{1-\theta}{p_0(x)} + \frac{\theta}{p_1(x)}$ untuk setiap $x \in \Omega$, maka

$$\left(L^{p_0(\cdot)}(\Omega)\right)^{1-\theta} \left(L^{p_1(\cdot)}(\Omega)\right)^\theta = L^{p(\cdot)}(\Omega).$$

Inklusi $\left(L^{p_0(\cdot)}(\Omega)\right)^{1-\theta} \left(L^{p_1(\cdot)}(\Omega)\right)^\theta \subset L^{p(\cdot)}(\Omega)$ dapat dibuktikan dengan ketaksamaan Hölder dan sifat pada Proposisi 4.1.4. Untuk membuktikan inklusi $L^{p(\cdot)} \subset \left(L^{p_0(\cdot)}(\Omega)\right)^{1-\theta} \left(L^{p_1(\cdot)}(\Omega)\right)^\theta$ dapat digunakan sifat pada Proposisi 4.1.5.

4.4 Interpolasi Kompleks Ruang Lebesgue dengan Eksponen Peubah

Pada makalah ini diasumsikan bahwa (X_0, X_1) adalah ruang Banach yang kompatibel yakni terdapat ruang vektor topologi Hausdorff Z sedemikian sehingga X_0 dan X_1 merupakan subruang dari Z dan inklusi dari X_0 dan X_1 ke Z kontinu. Misalkan $\bar{S} = \{z \in \mathbb{C} : 0 \leq \text{Re } z \leq 1\}$ dan $S = \{z \in \mathbb{C} : 0 < \text{Re } z < 1\}$.

Berikut akan disampaikan definisi functor interpolasi kompleks metode pertama.

Definisi 4.4.1 [2] Functor $\mathcal{F}(X_0, X_1)$ adalah ruang semua fungsi kontinu dan terbatas $F: \bar{S} \rightarrow X_0 + X_1$ yang analitik pada S dan memenuhi fungsi $t \mapsto F(j + it)$, dengan $j = 0, 1$ merupakan fungsi kontinu dari \mathbb{R} ke X_j . Norma di \mathcal{F} didefinisikan dengan

$$\|F\|_{\mathcal{F}} = \max_{j=0,1} \sup_{t \in \mathbb{R}} \|F(j + it)\|_{X_j}.$$

Berikut merupakan definisi dari interpolasi kompleks pertama.

Definisi 4.4.2 [2] Misalkan $\theta \in [0, 1]$. Definisikan

$$[X_0, X_1]_\theta = \{f \in X_0 + X_1 : f = F(\theta), F \in \mathcal{F}(X_0, X_1)\}.$$

Norma pada $[X_0, X_1]_\theta$ didefinisikan dengan

$$\|f\|_{[X_0, X_1]_\theta} = \inf\{\|F\|_{\mathcal{F}} : f = F(\theta), \text{ untuk suatu } F \in \mathcal{F}\}.$$

Adapun kaitan antara interpolasi kompleks pertama dengan hasil kali Calderón dari pasangan (X_0, X_1) adalah sebagai berikut.

Lema 4.4.3 [2] Untuk $\theta \in [0, 1]$ berlaku $[X_0, X_1]_\theta \subseteq X_0^{1-\theta} X_1^\theta$.

Selanjutnya akan disampaikan definisi functor interpolasi kompleks metode kedua.

Definisi 4.4.4 [2] Functor $\mathcal{G}(X_0, X_1)$ adalah ruang semua fungsi kontinu $G: \bar{S} \rightarrow X_0 + X_1$ yang analitik pada S dan memenuhi:

- 1) $\|G(z)\|_{X_0 + X_1} \leq c(1 + |z|)$ untuk suatu $c > 0$ dan $z \in \bar{S}$.
- 2) Fungsi $t \mapsto G(j + it)$, dengan $j = 0, 1$ merupakan fungsi kontinu Lipschitz dari \mathbb{R} ke X_j dan

$$\max_{j=0,1} \sup_{t_1 \neq t_2} \left\| \frac{G(j + it_2) - G(j + it_1)}{t_2 - t_1} \right\|_{X_j} < \infty.$$

Dengan norma pada $\mathcal{G}(X_0, X_1)$ didefinisikan seperti pada poin 2.

Berikut merupakan definisi dari interpolasi kompleks pertama.

Definisi 4.4.5 [2] Misalkan $\theta \in [0, 1]$. Definisikan,

$$[X_0, X_1]^\theta = \{g \in X_0 + X_1 : g = G'(\theta), G \in \mathcal{G}(X_0, X_1)\}.$$

Norma pada $[X_0, X_1]^\theta$ didefinisikan dengan

$$\|g\|_{[X_0, X_1]^\theta} = \inf\{\|G\|_{\mathcal{G}} : g = G'(\theta), \text{ untuk suatu } G \in \mathcal{G}(X_0, X_1)\}.$$

Adapun kaitan antara interpolasi kompleks kedua dengan hasil kali Calderón dari pasangan (X_0, X_1) adalah sebagai berikut.

Lema 4.4.6 [2] Untuk $\theta \in [0, 1]$ maka $X_0^{1-\theta} X_1^\theta \subseteq [X_0, X_1]^\theta$.

Adapun deskripsi interpolasi kompleks metode pertama ruang Lebesgue dengan eksponen peubah yang telah dibuktikan oleh Diening dkk pada [3, 4] sebagai berikut.

Teorema 4.4.7 [3, 4] Misalkan $p_i(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ dan $\theta \in [0,1]$ dengan $1 \leq p_0(\cdot), p_1(\cdot) \leq \infty$. Definiskan $p(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ dengan $\frac{1}{p(x)} = \frac{1-\theta}{p_0(x)} + \frac{\theta}{p_1(x)}$ untuk setiap $x \in \Omega$, maka $[L^{p_0(\cdot)}(\Omega), L^{p_1(\cdot)}(\Omega)]_{\theta} = L^{p(\cdot)}(\Omega)$.

Bukti alternatif untuk membuktikan Teorema 4.4.7 dapat dengan menggunakan Lema 4.4.3 untuk menunjukkan inklusi $[L^{p_0(\cdot)}(\Omega), L^{p_1(\cdot)}(\Omega)]_{\theta} \subset L^{p(\cdot)}(\Omega)$. Selanjutnya untuk membuktikan inklusi sebaliknya, dapat dengan mendefinisikan

$$F(z) = |f(x)|^{\frac{(1-z)p(x)}{p_0(x)} + \frac{zp(x)}{p_1(x)}} \operatorname{sgn}(f(x)). \quad (1)$$

Kemudian dengan menunjukkan bahwa $F \in \mathcal{F}(L^{p_0(\cdot)}(\Omega), L^{p_1(\cdot)}(\Omega))$ dengan menggunakan definisi dari fungtor \mathcal{F} akan diperoleh inklusi yang diinginkan. Untuk menunjukkan bahwa $F \in \mathcal{F}(L^{p_0(\cdot)}(\Omega), L^{p_1(\cdot)}(\Omega))$ dapat dengan menggunakan kedua Lema berikut.

Lema 4.4.8 Dengan asumsi yang sama seperti pada Teorema 4.4.7. Jika $f \in L^{p(\cdot)}(\Omega)$ dan definisikan F seperti persamaan (1), maka $\|F_0\|_{L^{p_0(\cdot)}} = 1$ dan $\|F_1\|_{L^{p_1(\cdot)}} = 1$.

Lema ini dapat dibuktikan dengan definisi norma pada masing-masing ruang dan mendefinisikan $F_0 = f \chi_{\left\{x: |f(x)|^{\left(\frac{p(x)}{p_1(x)} - \frac{p(x)}{p_0(x)}\right)} \leq 1\right\}}$ dan $F_1 = F - F_0$ dimana $\|f\|_{L^{p(\cdot)}} = 1$.

Lema 4.4.9 Dengan asumsi yang sama seperti pada Teorema 4.4.7. Jika $f \in L^{p(\cdot)}(\Omega)$ dan definisikan F seperti persamaan (1), maka fungsi $t \mapsto F(j + it)$, dengan $j = 0,1$ merupakan fungsi kontinu dari \mathbb{R} ke $L^{p_j(\cdot)}(\Omega)$.

Untuk membuktikan Lema 4.4.9 dapat dengan menggunakan fakta, $|F(it)| = |f(x)|^{\frac{p(x)}{p_0(x)}}$ dan $|F(1 + it)| = |f(x)|^{\frac{p(x)}{p_1(x)}}$. Karena $f \in L^{p(\cdot)}$ diperoleh bahwa $\rho_{p_0(\cdot)}(F(it)) < \infty$ dan $\rho_{p_1(\cdot)}(F(1 + it)) < \infty$.

Melalui Lema 4.4.8 akan diperoleh bahwa $\sup_{z \in \bar{S}} \{\|F(z)\|_{L^{p_0(\cdot)} + L^{p_1(\cdot)}}\} < \infty$. Hal ini menunjukkan bahwa F kontinu dan terbatas pada \bar{S} dengan norma $\|F(z)\|_{L^{p_0(\cdot)} + L^{p_1(\cdot)}}$. Dari Lema 4.4.9 serta fakta bahwa fungsi pangkat selalu memiliki turunan pertama sehingga F analitik untuk setiap $z \in S$, maka $F \in \mathcal{F}(L^{p_0(\cdot)}(\Omega), L^{p_1(\cdot)}(\Omega))$. Dari pendefinisian $\frac{1}{p(x)} = \frac{1-\theta}{p_0(x)} + \frac{\theta}{p_1(x)}$ maka untuk $z = \theta$, $F(\theta) = f(x)$ untuk setiap $x \in \Omega$. Berdasarkan definisi $[L^{p_0(\cdot)}(\Omega), L^{p_1(\cdot)}(\Omega)]_{\theta}$ maka $f \in [L^{p_0(\cdot)}(\Omega), L^{p_1(\cdot)}(\Omega)]_{\theta}$.

Pada Teorema 4.4.10 akan disampaikan deskripsi interpolasi kompleks metode kedua ruang Lebesgue dengan eksponen peubah.

Teorema 4.4.10 Misalkan $p_i(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ dan $\theta \in [0,1]$ dengan $1 \leq p_0(\cdot), p_1(\cdot) \leq \infty$. Definiskan $p(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ dengan $\frac{1}{p(x)} = \frac{1-\theta}{p_0(x)} + \frac{\theta}{p_1(x)}$ untuk setiap $x \in \Omega$, maka $[L^{p_0(\cdot)}(\Omega), L^{p_1(\cdot)}(\Omega)]^{\theta} = L^{p(\cdot)}(\Omega)$.

Bukti alternatif untuk membuktikan Teorema 4.4.10 dapat dengan menggunakan Lema 4.4.6 untuk menunjukkan inklusi $L^{p(\cdot)}(\Omega) \subset [L^{p_0(\cdot)}(\Omega), L^{p_1(\cdot)}(\Omega)]^{\theta}$ dan untuk membuktikan inklusi sebaliknya, definisikan $G(z) = \int_{\theta}^z F(w) dw$, dengan definisi $F(z)$ seperti persamaan (1). Kemudian dengan menunjukkan $G'(\theta) = F(\theta) \leq |g_0|^{1-\theta} |g_1|^{\theta}$ dengan $g_0 \in L^{p_0(\cdot)}$ dan $g_1 \in L^{p_1(\cdot)}$ akan diperoleh inklusi yang diinginkan.

Selanjutnya akan disampaikan akibat langsung dari Teorema 4.4.7 bahwa interpolasi kompleks metode pertama ruang Lebesgue dengan eksponen peubah merupakan ruang antara sejati dari pasangan ruang $(L^{p(\cdot)}, L^{q(\cdot)})$.

Teorema 4.4.11 Misalkan $p(\cdot), q(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ dengan $1 < p(x) < q(x) < \infty$ untuk $x \in \Omega$. Jika $\theta \in (0,1)$ maka

$$L^{p(\cdot)}(\Omega) \cap L^{q(\cdot)}(\Omega) \subset [L^{p(\cdot)}(\Omega), L^{q(\cdot)}(\Omega)]_{\theta} \subset L^{p(\cdot)}(\Omega) + L^{q(\cdot)}(\Omega)$$

dan inklusi di atas adalah inklusi sejati.

Untuk membuktikan Teorema 4.4.11 dapat dengan menggunakan hasil dari interpolasi kompleks metode pertama pada Teorema 4.4.7 dan inklusi pada Teorema 4.2.1. Persisnya, $[L^{p(\cdot)}(\Omega), L^{q(\cdot)}(\Omega)]_{\theta} = L^{r(\cdot)}(\Omega)$ dan $L^{q(\cdot)} \subset L^{r(\cdot)} \subset L^{p(\cdot)}$ dengan $r(\cdot) \in \mathcal{P}(\Omega)$ yang didefinisikan oleh $\frac{1}{r(x)} = \frac{1-\theta}{p(x)} + \frac{\theta}{q(x)}$. Lebih lanjut, $L^{p(\cdot)}(\Omega) \cap L^{q(\cdot)}(\Omega) = L^{q(\cdot)}$ dan $L^{p(\cdot)}(\Omega) + L^{q(\cdot)}(\Omega) = L^{p(\cdot)}$. Perhatikan bahwa, hasil interpolasi kompleks metode pertama dan kedua pada ruang Lebesgue dengan eksponen peubah menghasilkan ruang yang sama. Oleh karena itu,

$$L^{p(\cdot)}(\Omega) \cap L^{q(\cdot)}(\Omega) \subset [L^{p(\cdot)}(\Omega), L^{q(\cdot)}(\Omega)]_{\theta} \subset L^{p(\cdot)}(\Omega) + L^{q(\cdot)}(\Omega)$$

juga merupakan inklusi sejati.

5 KESIMPULAN

Deskripsi interpolasi kompleks metode pertama dan kedua ruang Lebesgue dengan eksponen peubah dapat diperoleh melalui deskripsi hasil kali Calderónnya. Dari inklusi sejati antara dua ruang Lebesgue dengan eksponen peubah akan diperoleh bahwa interpolasi kompleks pertama dan kedua merupakan ruang antara sejati dari pasangan ruang.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penelitian ini didanai oleh Program Riset Peningkatan Kapasitas ITB 2020.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Cruz-Uribe, D. V. dan Fiorenza, A., *Variable Lebesgue spaces: foundations and harmonic analysis*, Springer, Heidelberg (2013).
- [2] Calderón, A. P., “Intermediate spaces and interpolation, the complex method”, *Studia Mathematica*, **24**(2), hal 113-190 (1964).
- [3] Diening, L., Hästö, P., dan Nekvinda, A., “Open problems in variable exponent Lebesgue and Sobolev spaces”, *FSDONA04 proceedings*, Prague, hal 38-58 (2005).
- [4] Diening, L., Harjulehto, P., Hästö, P., dan Ruzicka, M., *Lebesgue and Sobolev spaces with variable exponents*, Springer, Heidelberg (2017).
- [5] Orlicz, W., “Über konjugierte Exponentenfolgen”, *Studia Mathematica*, **3**, hal 200 – 211 (1931).
- [6] Hakim, D. dan Sawano, Y., “Complex interpolation of variable Morrey spaces” to appear in *Math. Nachr.*
- [7] Kopaliani, T. dan Chelidze, G., “Gagliardo-Nirenberg type inequality for variable exponent Lebesgue spaces”, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, **356**, hal 232-236 (2009).

ISSN 2829-3770



9 772829 377007