

Konferensi Nasional MATEMATIKA 20 21



PROSIDING

Konferensi Nasional Matematika XX
Tahun 2021

Dipublikasikan Online Pada :
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology
e-ISSN : 2829-3770

Powered by
IndoMS



Organized by
Universitas Pattimura

PROSIDING

KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XX

“Peranan Ilmu Matematika dalam Menjawab Tantangan Bangsa yang Semakin Kompleks dan Dinamis di Era Revolusi Industri 4.0”

Diterbitkan oleh Universitas Pattimura

@Hak Cipta dilindungi Undang-undang

e-ISSN: 2829-3770

DOI issue: <https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX>

Dipublikasikan online pada:

Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology

Terindeks Oleh:



Mei 2022

Editor:

Dr. Harmanus Batkunde, S.Si, M.Si, Berny P. Tomasouw, S.Si, M.Si,
Taufan Talib, S.Pd., M.Si, M. I. Tilukay, S.Si, M.Si, Monalisa E. Rijoly, S.Si, M.Sc.
Z.A. Leleury, S.Si, M.Si, M. B. Mananggal, S.Pd., M.Pd., L. J. Sinay, S.Si, M.Sc.,
Y. A. Lesnussa, S.Si, M.Si. Vicardy Kempa, S.Si, M.Si. M. Yahya Matdoan, S.Si, M.Si.
Novalin C. Huwaa, S.Pd., M.Sc., D. L. Rahakbauw, S.Si, M.Si.

Design cover:

L. J. Sinay, S.Si, M.Sc

Ukuran: 29,7 x 21 cm

Tim *Reviewer*

1. Prof. Dr. Budi Nurani Ruchjana, M.S. (Universitas Padjajaran)
2. Prof. Dr. T. G. Ratumanan, M.Pd. (Universitas Pattimura)
3. Prof. Dr. W. Mataheru (Universitas Pattimura)
4. Dr. Eka Kurnia Lestari.(Universitas Singapebangsa)
5. Dr. Yundari. (Universitas Tanjungpura)
6. Dr. Delsi Kariman (STKIP PGRI Sumatera Barat)
7. Dr. Ch. Laamena. (Universitas Pattimura)
8. Dr. Moch Idris. (Universitas Lambung Mangkurat)
9. Dr. Daniel Salim. (Universitas Parahyangan)
10. Dr. Al Azhary Masta.(Universitas Pendidikan Indonesia)
11. Dr. Risnawita. (IAIN Bukittinggi)
12. Dr. Nicky K. Tumulun.(Universitas Negeri Manado)
13. Dr. Susilawati. (Politeknik Bengkalis Riau)
14. Dr. Debi Oktia Haryeni (Universitas Pertahanan)
15. Dr. Anderson Palinussa (Universitas Pattimura)
16. Dr. Harmanus Batkunde. (Universitas Pattimura)

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Tim Reviewer	ii
Kata Pengantar	iii
Susunan Panitia KNM XX	iv
Daftar Isi	vii

ALJABAR

KLASIFIKASI TITIK KRITIS POLINOMIAL DUA VARIABEL BERDERAJAT TIGA	1 – 8
Afif Humam	
KAJIAN KEKUATAN \mathbb{Z} - MODUL \mathbb{Q} SEBAGAI INSPIRASI MUNCULNYA KONSEP DAN SIFAT DALAM TEORI MODUL	9 – 14
Sri Wahyuni, Yunita Septriana Anwar, I Putu Yudi Prabhadika	
GRAF PEMBAGI NOL DARI RING KOMUTATIF	15 – 20
Maria Vianney Any Herawati	
IDEAL TAK TEREDUKSI KUAT ATAS SEMIRING KOMUTATIF	21 – 26
Fitriana Hasnani, Nikken Prima Puspita	
BATAS ATAS PADA NORM – TAK HINGGA DARI INVERS MATRIKS NEKRASOV	27 – 32
Eddy Djauhari	
KOREPRESENTASI KOALJABAR $F[G]$	33 – 40
Na'imah Hijriati, Indah Emilia Wijayanti	
HUBUNGAN SIFAT BERSIH PADA RING, MODUL, KOMODUL DAN KOALJABAR	41 – 50
Nikken Prima Puspita, Indah Emilia Wijayanti, Budi Surodjo	
KONTRAKSI PERTINGKATAN PADA PERTINGKATAN PAULI $\mathfrak{S}\mathfrak{L}(N, \mathbb{C})$	51 – 60
Reynald Saputra, Gantina Rachmaputri	

ANALISIS

BUKTI ALTERNATIF INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG LEBESGUE DENGAN EKSPONEN PEUBAH	61 – 66
Dina Nur Amalina dan Denny Ivanal Hakim	
SEGITIGA TITIK CIRCUMCENTER PADA MODIFIKASI TEOREMA NAPOLEON	67 – 76
Yunisa Fadhilah Hartati, Mashadi	
FUNGSI SIMETRI TERHADAP TITIK (a, b) DAN BEBERAPA SIFATNYA	77 – 82
Firdaus Ubaidillah	
INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG MORREY-ADAMS DAN OPERATOR MAKSIMAL FRAKSIONAL	83 – 90
Daniel Salim, Moch. Taufik Hakiki, Denny Ivanal Hakim	
PENDEKATAN KALKULUS HIDA UNTUK PROSES HERMITE	91 – 98
Herry Pribawanto Suryawan	
KETAKSAMAAN HARDY DI RUANG HERZ HOMOGEN	99 – 106
Pebrudal Zanu, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi1	
OPERATOR KANTOROVICH PADA RUANG MORREY DIPERUMUM	107 – 114
Mu'afa Purwa Arsana, Denny Ivanal Hakim	
PERLUASAN DEFINISI RATA-RATA VIA TEOREMA NILAI RATA-RATA	115 – 124
Mochammad Idris	
SISTEM EIGEN OPERATOR LAPLACE BERBASIS RUAS PADA SUATU POHON KUANTUM	125 – 134
Moh. Januar I. Burhan, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi	

SUKU BANYAK BERNSTEIN DAN OPERATOR KANTOROVICH UNTUK BEBERAPA FUNGSI YANG TIDAK KONTINU Reinhart Gunadi, Denny I. Hakim	135 – 142
KETERBATASAN OPERATOR TIPE VOLTERRA PADA RUANG MORREY ANALITIK $L_{p,\lambda}$ Moch Taufik Hakiki, Wono Setya Budhi, dan Denny Ivanal Hakim	585 - 590
KOMBINATORIK	
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF SIPUT DAN GRAF UBUR-UBUR Kevin Akbar, Kiki Ariyanti Sugeng	143 – 148
DIMENSI METRIK LOKAL PADA GRAF FLOWER DAN GRAF GEAR KORONA GRAF LINTASAN Salma Fauziyah Ashim, Tri Atmojo Kusmayadi, Titin Sri Martini	149 – 154
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF LILIN Rizqi Rachmadhani, Kiki Ariyanti Sugeng	155 – 160
PELABELAN HARMONIS PADA GRAF SEGITIGA BELAH KETUPAT VARIASI LM_n Evi Maharani, Kurniawan Atmadja	161 – 164
PEWARNAAN SIMPUL r – DINAMIS PADA GRAF TERATAI T_n Audi Fierera, Kiki A. Sugeng	165 – 170
SIFAT-SIFAT GRAF CAYLEY GRUP S_n Afifan Hadi, Kiki Ariyanti Sugeng	171-176
PENDIDIKAN MATEMATIKA	
LKPD BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING BERBANTUAN ALAT PERAGA PADA MATERI LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME PRISMA DAN LIMAS Fithroh Nafa Dzillah, Latifah Mustofa Lestyanto	177 – 182
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA DARING BERBASIS MODEL PENEMUAN TERBIMBING MENGGUNAKAN LIVEWORKSHEETS PADA MATERI PRISMA DAN LIMAS Sania Sururul Khususna, Latifah Mustofa Lestyanto, Eddy Budiono	183 – 188
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA BERBASIS MASALAH BERBANTUAN GOOGLE FORM UNTUK PEMAHAMAN KONSEP SISWA KELAS VII SMP PADA MATERI SEGITIGA DAN SEGIEMPAT Herlin Oktavita, Latifah Mustofa Lestyanto2	189 – 194
EKSPLORASI ETNOMATEMATIKA PADA GELANG MANIK-MANIK KHAS DAYAK KALIMANTAN SEBAGAI SUMBER PENYUSUNAN LKPD Silvia	195 – 206
ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA DENGAN PEMBELAJARAN MODEL BRAIN BASED LEARNING BERBASIS LEARNING MANANGEMENT SYSTEM N. R. Mumtaz, M. Asikin	207 – 214
PENGEMBANGAN ASESMEN ALTERNATIF DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA KONTEKS LINGKUNGAN LAHAN BASAH UNTUK SISWA TINGKAT SMP/MTS Muhammad Rizal, Noor Fajriah, Agni Danaryanti	215 – 222
MATERI PENGAYAAN TEORI BILANGAN DASAR DI SEKOLAH DASAR Awanga Dijayangrana, Hilda Assiyatun	223-228
KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS TULIS MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH VOLUME BENDA PUTAR MELALUI MODEL PERKULIAHAN KOLABORATIF Fadhila Kartika Sari, Anies Fuady	229 – 236
PERAN PENULISAN JURNAL DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SECARA DARING DI MASA PANDEMI COVID-19	237 – 244

Gusti Firda Khairunnisa, Frida Siswiyanti ANALISIS KRUSKAL WALLIS UNTUK MENGETAHUI TINGKAT KOSENTRASI BELAJAR MAHASISWA BERDASARKAN PROGRAM STUDI	245 – 250
Venessa Y. A. Brabar, Grace A. V. Hikoyabi, Agustinus Langowuyo ANALISIS PENGARUH PEMANFAATAN INTERNET TERHADAP MINAT BELAJAR MAHASISWA PRODI STATISTIKA	251 – 258
Mariana Tanawani, Meilani Yarangga, dan Agustinus Langowuy PENGARUH PROSES BELAJAR MENGAJAR LURING DAN DARING TERHADAP HASIL BELAJAR MAHASISWA JURUSAN MATEMATIKA ANGAKATAN 2018 FMIPA UNIVERSITAS CENDERAWASIH	259 – 264
Dewi Rahmawati, Tiara A. Nadapdap, Agustinus Langowuyo PENILAIAN ESAI MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN MESIN	265 – 270
Farah Qotrunnada, Marcus Wono Setya Budhi, Hilda Assiyatun PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS ETNOMATEMATIKA BUDAYA MASYARAKAT NEGERI TULEHU PADA MATERI SEGIEMPAT DAN SEGITIGA UNTUK SISWA DI KELAS VII MTS NEGERI I MALUKU TENGAH.	271 – 276
Heni Rahim, W. Mataheru, J. Takaria PENERAPAN FUZZY LINEAR PROGRAMMING UNTUK OPTIMASI PRODUKSI TAHU (STUDI KASUS DI DESA TANJUNGREJO KABUPATEN JEMBER)	277 – 284
Anisa Wahyu Illahi, Agustina Pradjaningsih, Abduh Riski PENENTUAN SOLUSI FISIBEL AWAL MASALAH TRANSPORTASI DENGAN MINIMUM DEMAND METHOD	285 – 292
Ulniyatul Ula, Siti Khabibah, Robertus Heri S.U OPTIMALISASI RUTE DAN PENJADWALAN PENGANGKUTAN SAMPAH DENGAN METODE INSERTION HEURISTIC DAN INTRA- ROUTE IMPROVEMENT (STUDI KASUS: UNIVERSITAS BRAWIJAYA MALANG)	293 – 298
Fara El Nandhita Pratiwi MODEL MATEMATIS RUTE WISATA DI RIAU DENGAN MENGGUNAKAN PEMROGRAMAN GOL	299 – 312
Ihda Hasbiyati, Hasriati, T. P. Nababan	
MATEMATIKA TERAPAN	
MODEL SUSCEPTIBLE INFECTED RECOVERED (SIR) PADA DEMAM BERDARAH DENGUE (DBD)	313 – 320
Oscar Andhry Barata, Rahmat, Rengga Nanda Pramudya ANALISA PERSAMAAN DIFERENSIAL ORDE FRAKSIONAL NUMERIK MENGGUNAKAN METODE EULER DAN APLIKASINYA	321 – 326
Leli Deswita, Syamsudhuha, Asral. M TERAPAN FUNGSI SIGMOID UNTUK MENENTUKAN NILAI MAKSIMAL KOEFISIEN GAYA ANGKAT DAN SUDUT STALL PADAKURVA LINEAR C_L TERHADAP α	327 – 334
Angga Septiyana, Singgih Satrio W, Fuad Surastyo P, Try Kusuma Wardana, Ardian Rizaldi, Novita Atmasari, Eries Bagita Jayanti, Prasetyo Ardi P IMPLEMENTASI DEEP LEARNING UNTUK KLASIFIKASI GAMBAR MENGGUNAKAN CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK (CNN) PADA BATIK SASAMBO	335 – 340
Muna Malika, Edy Widodo	
STATISTIKA	
PENERAPAN MODEL SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (STARI(1,1,1)) PADA DATA NTP TANAMAN PANGAN DARI TIGA PROVINSI DI PULAU JAWA	341 -350
Fajriatus Sholihah, Kartika Sari, Budi Nurani Ruchjana, Toni Toharudin ANALISIS KORESPONDENSI BERGANDA UNTUK MENGETAHUI INDIKATOR-INDIKATOR YANG MEMPENGARUHI KEJADIAN LOW BACK PAIN PADA KUSIR	351 - 358

KUDA/DELMAN DI KOTA CIMAH I TAHUN 2019	
Dhita Diana Dewi, Fajriatus Sholihah, Rosa Rosmanah, Lucy Fitria Dewi, Mochamad Yudhi Afrizal, Irlandia Ginanjar	
PROSES POISSON NON HOMOGEN DAN PENERAPANNYA PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	359 – 362
Viona Prisyella Balqis, Muhammad Herlambang Prakasa Yudha, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN DISTRIBUSI STASIONER RANTAI MARKOV PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	363 – 370
Tubagus Robbi Megantara, Ayun Sri Rahmani, Budi Nurani Ruchjana	
SPATIAL CLUSTER ING DENGAN METODE SKATER (K'LUSTER ANALYSIS BY TREE EDGE REMOVAL) UNTUK PENGELOMPOKAN SEBARAN COVID-19 DI KABUPATEN TULUNGAGUNG	371 – 380
Danang Ariyanto, Henny Pramodyo, Novi Nur Aini	
ANALISIS KLASTER KABUPATEN/KOTA INDONESIA BERDASARKAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DENGAN MODEL MIXTURE SKEW-T	381 – 388
Kristoforus Exelsis Pratama, Irwan Susanto, Yuliana Susanti	
ANALISIS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN BURU SELATAN DENGAN MENGGUNAKAN REGRESI LINIER BERGANDA	389 – 396
Muhidin Jariyah, Inayah. P. F. Solong, Juan C. S. Jamco	
TINJAUAN KEPUTUSAN HIPOTESA FUZZY BERBASIS P-VALUE FUZZY (STUDI KASUS DATA COVID-19 DI NUSA TENGGARA BARAT)	397 – 404
Wahidaturrahmi	
PENERAPAN METODE AUTO SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS PADA PERAMALAN DATA INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA	405 – 410
Andreas Reza Chrisantama*, Winita Sulandari, Sugiyanto	
PERAMALAN JUMLAH PRODUKSI PERIKANAN DI KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL	411 – 418
Asrul Irfanullah, Claudia Sumanik, Romy Makatita	
ANALISIS PENGARUH STRUKTUR KONSUMSI AKHIR RUMAH TANGGA BERDASARKAN KOMPONEN PENGELUARAN KABUPATEN BURU SELATAN PERIODE 2015 – 2019 DENGAN RAKL	419 – 424
Nikita A. Putiray, Dea M. Tuhumury, Angel M.P. Manuputty	
EKSPLORASI SISA USIA BEARING MENGGUNAKAN DISTRIBUSI WEIBULL	425 – 430
Sutawanir Darwis, Nusar Hajarisman, Suliadi, Achmad Widodo	
PENERAPAN MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE (VARIMA) UNTUK PRAKIRAAN INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DAN KURS RUPIAH TERHADAP USD	431 – 442
Ani Pertiwi, Lucy Fitria Dewi, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENGELOMPOKKAN JUMLAH PENDUDUK KABUPATEN BURU SELATAN BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA TAHUN 2018 DENGAN ALGORITMA K- MEANS	443 – 450
Samir Radjid, Nadia Istifarin, Meylani Tuasella	
PENERAPAN METODE ARIMAX PADA PERAMALAN PRODUKSI DAGING SAPI DI SUKOHARJO	451 – 458
Fitrian Nur Ardyansyah, Winita Sulandari, Sugiyanto	
ANALISIS KEPUASAN DAN POSITIONING SELLER E-MARKETPLACE DENGAN MENGGUNAKAN IMPORTANCE PERFORMANCE ANALYSIS DAN BILOT	459 – 464
Farah Dibah, Dwi Endah Kusri	
KLASTERISASI LOKASI PASAR KABUPATEN BANYUMAS GUNA MEMPERMUDAH UPTD DALAM MENGELOLA KELAS PASAR	465 – 470
Pradini Nurul Safitri, Abdullah Ahmad Dzikrullah	

PENGARUH MOTIVASI INTRINSIK DAN KEPUASAN KERJA TERHADAP ORGANIZATIONAL CITIZENSHIP BEHAVIOR	471 – 476
Diya Kasih Puspitasari, Dwi Endah Kusrini	
KLASTERING JUMLAH PENDUDUK BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA KECAMATAN LEKSULA TAHUN 2018 DENGAN MENGGUNAKAN METODE ALGORITMA K-MEANS	477 – 484
Morensi T. Risakotta, Rensya Siwalette, Rola E. Leasa	
PERAMALAN DENGAN METODE SIMPLE MOVING AVERAGE DAN DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING BROWN (STUDI KASUS: JUMLAH CURAH HUJAN DAN JUMLAH HARI HUJAN KABUPATEN BURU SELATAN)	485 – 494
Apriano R. Narahawarin, Ravensky Silangen, Rahania Patiekon	
PERAMALAN GARIS KEMISKINAN KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING DARI HOLT	495 – 502
Ade Irma La Murdani, Intan Gainau, Unique Resiloy	
ANALISIS PERBEDAAN PENDAPATAN TOKO WALET MAS SEBELUM DAN SESUDAH PANDEMI COVID-19 DENGAN METODE MANN-WHITNEY	503 – 508
Marselina Ema Koten, Yunida Kurniasih, Agustinus Langowuyo	
ANALISIS PENGARUH BELANJA DAERAH, JUMLAH PENDUDUK, DAN PDRB TERHADAP PENDAPATAN DAERAH DI KABUPATEN BURU SELATAN TAHUN 2013-2020	509 – 516
Dephie Latumahina, Martje Riry, Olfen Sabono	
UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI RAYLEIGH BIVARIAT MENGGUNAKAN UJI KOLMOGOROV-SMIRNOV BIVARIAT PADA DATA HASIL PERTANDINGAN PERSIB BANDUNG	517 – 522
Wulan Jati Nuraya, Aceng Komarudin Mutaqin	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) UNTUK PERAMALAN BANYAKNYA KASUS TERKONFIRMASI DAN KASUS SEMBUH COVID-19 DI INDONESIA	523 – 532
Sri Indra Maiyanti, Mahrudinda, Al Fataa W. Haq, Budi Nurani Ruchjana	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) DAN PENERAPANNYA PADA DATA PERKEMBANGAN HARGA ECERAN BERAS DI TIGA IBU KOTA PROVINSI WILAYAH PULAU JAWA	533 – 544
Zulfa Hidayah Satria Putri, Asri Yuniar, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN METODE REGRESI LINEAR BERGANDA UNTUK MELIHAT PENGARUH JUMLAH PENDUDUK DAN LUAS WILAYAH TERHADAP JUMLAH PENGGUNA LISTRIK DI KECAMATAN AMBALAU KABUPATEN BURU SELATAN	545 – 552
Fadly Ode, Nur Statib J, Elsy Malwewar	
ANALISIS TINGKAT KEGEMARAN AYAM GEPUK PAK GEMBUS DARI BERBAGAI JENIS PAKET MELALUI PENDEKATAN UJI STATISTIK	553 – 558
Maharani Tiara Pramuditya, Evan Claude Boudewijn Kainama, Agustinus Langowuyo	
SIMULASI PERGERAKAN HARGA SAHAM MENGGUNAKAN MODEL GERAK BROWN GEOMETRIK DENGAN R STUDIO	559 – 564
Ahmad Fawaid Ridwan, Rizki Apriva Hidayana, Budi Nurani Ruchjana	
PENAKSIRAN RATA-RATA <i>EXCESS CLAIM</i> PESERTA DARI PERUSAHAAN PEMBERI LAYANAN KESEHATAN PT. X	565 – 572
Wildan*, Indah Permatasari, and Aceng Komarudin Mutaqin	
PENGARUH SELF EFFICACY DAN MOTIVASI BELAJAR TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA KELAS VII SMP NEGERI 3 GANTUNG	573 – 584
Alperu, Nerru Pranuta Murnaka*, Indra Bayu M, Andy Wahyu H	

DIMENSI METRIK LOKAL PADA GRAF *FLOWER* DAN GRAF *GEAR* KORONA GRAF LINTASAN

Salma Fauziyah Ashim*, Tri Atmojo Kusmayadi, Titin Sri Martini

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Sebelas Maret, Indonesia

*e-mail: salmasfa99@student.uns.ac.id

Abstrak. Misal G merupakan graf terhubung dan sederhana dengan $V(G)$ merupakan himpunan titik. Jarak dari dua titik u dan v pada graf G merupakan panjang lintasan terpendek diantara titik u dan titik v yang dinotasikan $d(u, v)$. Himpunan $W \subset V(G)$ dan $v \in V(G)$. Jika $W = \{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$ maka representasi dari titik v terhadap W adalah n -pasang terurut, yaitu $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), d(v, w_3), \dots, d(v, w_n))$. Suatu himpunan W disebut sebagai himpunan pembeda lokal jika $r(u|W) \neq r(v|W)$ untuk setiap pasang titik u dan v yang saling bertetangga pada graf G . Jumlah anggota minimum dari himpunan pembeda lokal disebut basis metrik lokal dari graf G dan banyaknya anggota pada basis disebut dimensi metrik lokal dari graf G yang dinotasikan $dim_l(G)$. Tujuan penelitian ini yaitu mampu menentukan dimensi metrik lokal pada graf *flower* dan *gear korona graf lintasan*. Diperoleh hasil penelitian bahwa dimensi metrik lokal pada graf *flower* yaitu $dim_l(Fl_n) = 3$ untuk $n = 3$, $dim_l(Fl_n) = n - 2$ untuk $n \geq 4$. Sementara itu, dimensi metrik lokal pada graf *gear korona graf lintasan* yaitu $dim_l(G_m \odot P_n) = 1$ untuk $m \geq 3$ dan $n = 1$, $dim_l(G_m \odot P_n) = 2m + 1$ untuk $m \geq 3$ dan $2 \leq n \leq 5$, $dim_l(G_m \odot P_n) = (2m + 1) \lfloor \frac{n+2}{4} \rfloor$ untuk $m \geq 3$ dan $n \geq 6$.

Kata kunci: dimensi metrik lokal, graf *flower*, himpunan pembeda lokal, $G_m \odot P_n$.

1 PENDAHULUAN

Dimensi metrik dari suatu graf merupakan salah satu konsep dalam teori graf yang pertama kali diperkenalkan oleh Slater [1] pada tahun 1975. Kemudian tahun 1976, konsep yang sama diperkenalkan Harary dan Melter [2]. Misalkan G merupakan graf terhubung dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan garis $E(G)$. Suatu himpunan $W \subseteq V(G)$ disebut himpunan pembeda pada G jika untuk setiap dua titik berbeda $u, v \in V(G)$ dan $x \in W$ berlaku $d(u, x) \neq d(v, x)$, dengan $d(u, x)$ merupakan panjang lintasan terpendek diantara titik u dan x . Jumlah anggota minimum dari himpunan pembeda disebut basis metrik dari graf G dan banyaknya anggota dari basis disebut dimensi metrik pada graf G yang dinotasikan $dim(G)$.

Seiring perkembangan teori graf yang pesat, muncul konsep baru yaitu dimensi metrik lokal yang merupakan pengembangan dari konsep dimensi metrik. Dimensi metrik lokal pertama kali diperkenalkan oleh Okamoto *et al.* [3] pada tahun 2010. Misal G merupakan graf terhubung dan sederhana, suatu himpunan $W = \{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$ dengan $W \subset V(G)$ dan $v \in V(G)$, maka representasi dari titik v terhadap W adalah n -pasang terurut, yaitu $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), d(v, w_3), \dots, d(v, w_n))$. Himpunan W disebut himpunan pembeda lokal jika $r(u|W) \neq r(v|W)$ untuk setiap dua titik u dan v yang bertetangga pada graf G . Jumlah anggota

minimum dari himpunan pembeda lokal disebut basis metrik lokal dari graf G dan banyaknya anggota dari basis disebut dimensi metrik lokal pada graf G yang dinotasikan $dim_l(G)$.

Dimensi metrik lokal pada beberapa kelas graf telah diteliti sebelumnya. Pada tahun 2010, Okamoto *et al.* [3] meneliti dimensi metrik lokal pada graf lengkap dan graf bipartit. Kemudian pada tahun 2014, Ningsih *et al.* [4] telah meneliti dimensi metrik lokal pada graf hasil kali *comb* dari graf *cycle* dan graf lintasan. Pada tahun 2016, Rodríguez-Velázquez *et al.* [5] telah meneliti dimensi metrik lokal pada graf hasil operasi korona. Tahun 2017, Cahyabudi dan Kusmayadi [6] meneliti dimensi metrik lokal pada graf *lollipop*, graf *web*, dan graf *friendship*. Selanjutnya pada tahun 2018, Solekhah dan Kusmayadi [7] meneliti dimensi metrik lokal pada *t-fold wheel*, $P_n \odot K_m$, dan *generalized fan*. Pada tahun yang sama, Khoiriah dan Kusmayadi [8] meneliti dimensi metrik lokal pada graf antiprisma dan graf *sun*. Kemudian pada tahun 2019, Khoiriah dan Kusmayadi [9] meneliti dimensi metrik lokal pada graf *generalized broken fan* dan graf *star edge corona product* dengan graf *path*. Penelitian tersebut digunakan sebagai acuan untuk menentukan dimensi metrik lokal pada kelas graf yang lain. Syarat suatu graf dapat ditentukan dimensi metrik lokal adalah graf terhubung dan sederhana. Pada penelitian ini dibahas terkait dimensi metrik lokal pada graf *flower* Fl_n dan graf *gear* korona graf lintasan $G_m \odot P_n$.

2 TUJUAN PENELITIAN

Tujuan dari penelitian ini yaitu mampu menentukan dimensi metrik lokal pada graf *flower* Fl_n dan graf *gear* korona graf lintasan $G_m \odot P_n$.

3 METODOLOGI

Penelitian ini menggunakan metode kajian pustaka. Berikut langkah-langkah yang dilakukan dalam menentukan dimensi metrik lokal pada graf *flower* Fl_n dan graf *gear* korona graf lintasan $G_m \odot P_n$.

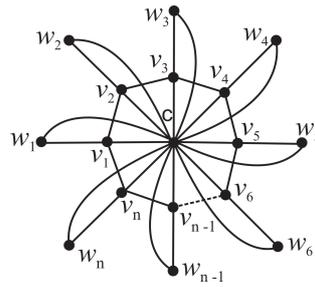
1. Menentukan himpunan pembeda lokal W sekaligus menghitung jarak setiap titik terhadap W sedemikian sehingga setiap dua titik yang saling bertetangga pada graf *flower* yang dimulai dari $n \geq 3$ dan graf *gear* korona graf lintasan yang dimulai dari $m \geq 3$, $n \geq 1$ mempunyai representasi yang berbeda terhadap W .
2. Memilih kardinalitas minimum dari himpunan pembeda lokal W untuk menentukan basis metrik lokal pada masing-masing graf tersebut.
3. Menentukan pola umum yang terbentuk dari setiap m dan n yang telah dihitung.
4. Membuat pembuktian dengan menyusun lema dan/atau teorema.
5. Membuat kesimpulan.

4 HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini dibahas terkait dimensi metrik lokal pada graf *flower* Fl_n dan graf *gear* korona graf lintasan $G_m \odot P_n$ sehingga diperoleh rumus umum disertai pembuktiannya.

4.1 Dimensi Metrik Lokal pada Graf *Flower*

Menurut Gallian [10], Graf *flower* yang dinotasikan dengan Fl_n , merupakan suatu graf yang dikonstruksikan dari graf *helm* dengan menghubungkan setiap titik ber-*degree* satu dengan pusat titik. Bentuk umum graf *flower* Fl_n ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Graf flower Fl_n .

Diberikan teorema dari Okamoto *et al.* [3] untuk mendukung pembuktian selanjutnya.

Teorema 4.1. Misal G merupakan graf terhubung non-trivial dengan order n , $dim_l(G) = n - 1$ jika dan hanya jika $G = K_n$ dan $dim_l(G) = 1$ jika dan hanya jika G graf bipartit.

Berikut ini dibahas mengenai dimensi metrik lokal pada graf flower beserta pembuktiannya.

Teorema 4.2. Jika Fl_n adalah graf flower dengan $n \geq 3$, maka

$$dim_l(Fl_n) = \begin{cases} 3, & \text{untuk } n = 3; \\ n - 2, & \text{untuk } n \geq 4. \end{cases}$$

Bukti. Diberikan graf flower Fl_n dengan $n \geq 3$ dan $V(Fl_n) = \{c, v_1, v_2, \dots, v_n, w_1, w_2, \dots, w_n\}$. Dimensi metrik lokal pada graf flower Fl_n dibagi menjadi dua kasus yaitu sebagai berikut.

1. Kasus $n = 3$.

- (a) Ditunjukkan bahwa $dim_l(Fl_3) \geq 3$
 Andaikan graf Fl_3 mempunyai himpunan pembeda lokal dengan kardinalitas $|W| < 3$. Misal diambil $W = \{v_a, v_b\}$ dimana $v_a, v_b \in Fl_3$, maka terdapat dua titik yang bertetangga yaitu $c, v_c \in V(Fl_3)$ sedemikian sehingga $r(c|W) = r(v_c|W)$. Oleh karena itu, W dengan kardinalitas $|W| < 3$ bukan merupakan himpunan pembeda lokal. Hal ini kontradiksi dengan pengandaian, sehingga $dim_l(Fl_n) \geq 3$.
- (b) Dimisalkan $W = \{v_1, v_2, v_3\}$ dengan kardinalitas $|W| = 3$, sehingga representasi setiap titik pada graf Fl_3 terhadap W adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} r(c|W) &= (1, 1, 1); \\ r(v_1|W) &= (0, 1, 1); & r(w_1|W) &= (1, 2, 2); \\ r(v_2|W) &= (1, 0, 1); & r(w_2|W) &= (2, 1, 2); \\ r(v_3|W) &= (1, 1, 0); & r(w_3|W) &= (2, 2, 1); \end{aligned}$$

Artinya representasi setiap dua titik di Fl_3 yang bertetangga adalah berbeda terhadap W , sehingga W adalah himpunan pembeda lokal graf Fl_3 .

Dari (a) dan (b), terbukti bahwa $dim_l(Fl_n) = 3$ untuk $n = 3$.

2. Kasus $n \geq 4$.

(a) Ditunjukkan $dim_l(Fl_n) \leq n - 2$

Misalkan $W = \{v_i\}$ dengan $1 \leq i \leq n - 2$, diperoleh representasi setiap dua titik yang bertetangga adalah berbeda terhadap W . Dengan demikian, diperoleh bahwa $dim_l(Fl_n) \leq n - 2$ untuk $n \geq 4$.

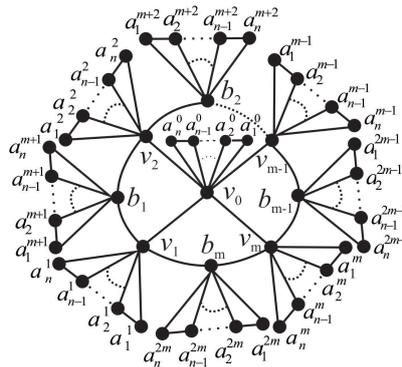
(b) Ditunjukkan $dim_l(Fl_n) \geq n - 2$

Andaikan graf *flower* Fl_n mempunyai himpunan pembeda lokal dengan kardinalitas $W < n - 2$. Misal diambil $W \subset \{c, v_1, v_2, \dots, v_n, w_1, w_2, \dots, w_n\} \setminus \{v_i, v_j, v_k, w_j\}$ dimana $1 \leq i < j < k \leq n$, maka terdapat dua titik yang bertetangga yaitu $v_j, w_j \in V(Fl_n)$ sedemikian sehingga $r(v_j|W) = r(w_j|W)$. Hal ini kontradiksi dengan pengandaian, sehingga $dim_l(Fl_n) \geq n - 2$.

Dengan demikian, diperoleh $dim_l(Fl_n) \leq n - 2$ dan $dim_l(Fl_n) \geq n - 2$. Sehingga terbukti bahwa $dim_l(Fl_n) = n - 2$ untuk $n \geq 4$. □

4.2 Dimensi Metrik Lokal pada Graf Gear Korona Graf Lintasan

Graf $G_m \odot P_n$ merupakan graf yang dibentuk dari graf G_m dan sebanyak $|V(G_m)|$ salinan P_n yaitu P_{ni} , kemudian menghubungkan titik ke- i dari G_m ke setiap titik di P_{ni} , untuk $1 \leq i \leq |V(G_m)|$. Bentuk umum graf $G_m \odot P_n$ ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Graf gear korona graf lintasan $G_m \odot P_n$.

Berikut ini dibahas mengenai dimensi metrik lokal pada graf gear korona graf lintasan $G_m \odot P_n$ beserta pembuktiannya.

Teorema 4.3. *Jika $G_m \odot P_n$ merupakan graf hasil korona antara graf gear G_m dengan graf lintasan P_n dengan $m \geq 3$ dan $n \geq 1$, maka*

$$dim_l(G_m \odot P_n) = \begin{cases} 1, & m \geq 3 \text{ dan } n = 1; \\ 2m + 1, & m \geq 3 \text{ dan } 2 \leq n \leq 5; \\ (2m + 1) \lfloor \frac{n+2}{4} \rfloor, & m \geq 3 \text{ dan } n \geq 6. \end{cases}$$

Bukti. Diberikan graf gear korona graf lintasan $G_m \odot P_n$ dengan $m \geq 3, n \geq 1$, dan himpunan titik $V(G_m \odot P_n) = \{v_0, v_1, v_2, v_3, \dots, v_m, b_1, b_2, \dots, b_m, a_1^0, a_2^0, a_3^0, \dots, a_n^0, a_1^1, a_2^1, a_3^1, \dots, a_n^1, \dots, a_n^2, \dots, a_n^3, \dots, a_n^m, a_1^{m+1}, a_2^{m+1}, a_3^{m+1}, \dots, a_n^{m+1}, \dots, a_n^{m+2}, \dots, a_n^{m+3}, \dots, a_n^{2m}\}$. Pembuktian rumus umum dimensi metrik lokal pada graf $G_m \odot P_n$ terbagi menjadi tiga kasus sebagai berikut.

Kasus 1. $m \geq 3$ dan $n = 1$.

Misalkan himpunan titik $V(G_m \odot P_n)$ dipartisi menjadi dua himpunan titik yaitu $V_1 = \{v_0, b_1, b_2, \dots, b_m, a_1^1, a_1^2, a_1^3, \dots, a_1^m\}$ dan $V_2 = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_m, a_1^0, a_1^{m+1}, a_1^{m+2}, a_1^{m+3}, \dots, a_1^{2m}\}$. Setiap titik pada masing-masing partisi tidak bertetangga, artinya graf $G_m \odot P_n$ dengan $m \geq 3$ dan $n = 1$ merupakan graf bipartit. Akibatnya, $\dim_l(G_m \odot P_n) = 1$ untuk $m \geq 3$ dan $n = 1$.

Kasus 2. $m \geq 3$ dan $2 \leq n \leq 5$.

Misalkan terdapat graf $(G_m \odot P_n)$ dengan $m \geq 3$ dan $2 \leq n \leq 5$.

1. Ditunjukkan bahwa $\dim_l(G_m \odot P_n) \geq 2m + 1$

Andaikan graf $G_m \odot P_n$ mempunyai himpunan pembeda lokal dengan kardinalitas $W < 2m + 1$. Misal diambil $W = \{a_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}^i\}$ dimana $2 \leq n \leq 5$ dan $0 \leq i \leq 2m - 1$, maka terdapat dua titik yang bertetangga yaitu $a_{n-1}^{2m}, a_n^{2m} \in V(G_m \odot P_n)$ sedemikian sehingga $r(a_{n-1}^{2m}|W) = r(a_n^{2m}|W)$. Dengan demikian, W dengan kardinalitas $W < 2m + 1$ bukan merupakan himpunan pembeda lokal. Hal ini kontradiksi dengan pengandaian, sehingga $\dim_l(Fl_n) \geq 2m + 1$.

2. Ditunjukkan bahwa $\dim_l(G_m \odot P_n) = 2m + 1$

Misalkan $W = \{a_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}^i\}$ dimana $W \in V(P_n)$, $2 \leq n \leq 5$, dan $0 \leq i \leq 2m$ dengan kardinalitas W adalah $2m + 1$. Diperoleh representasi setiap dua titik yang bertetangga adalah berbeda terhadap W . Dengan demikian, terbukti bahwa $\dim_l(G_m \odot P_n) = 2m + 1$ untuk $m \geq 3$ dan $2 \leq n \leq 5$.

Dari (1) dan (2), terbukti bahwa $\dim_l(G_m \odot P_n) = 2m + 1$ untuk $m \geq 3$ dan $2 \leq n \leq 5$.

Kasus 3. $m \geq 3$ dan $n \geq 6$.

1. Jika setiap titik $a_1^i, a_2^i, a_3^i \notin W$, maka $d(a_1^j, v_j) = d(v_2^j, v_j) = 1$, $d(a_1^k, b_l) = d(a_2^k, b_l) = 1$, dan $d(a_1^i, a_q^i) = d(a_2^i, a_q^i) = 2$ dengan $0 \leq j \leq m$, $m + 1 \leq k \leq 2m$, $1 \leq l \leq m$, $j \leq i \leq k$, dan $4 \leq q \leq n$ sehingga $r(a_1^i|W) = r(a_2^i|W)$. Diketahui bahwa titik a_1^i dan a_2^i adalah dua titik yang bertetangga, sehingga W bukan himpunan pembeda lokal. Dengan kata lain, jika W himpunan pembeda lokal maka setidaknya terdapat satu dari tiga titik a_1^i, a_2^i atau a_3^i adalah elemen dari W . Dengan alasan yang sama, jika W merupakan himpunan pembeda lokal, maka setidaknya terdapat satu dari tiga titik $a_{n-2}^i, a_{n-1}^i, a_n^i \in W$.

2. Misal suatu titik $a_r^i \in V(G_m \odot P_n)$ dengan $1 \leq r \leq n - 4$ adalah elemen dari W . Jika titik $a_{(r+1)}^i, a_{(r+2)}^i, a_{(r+3)}^i, a_{(r+4)}^i \notin W$, maka $d(a_{(r+2)}^j, v_j) = d(a_{(r+3)}^j, v_j) = 1$, $d(a_{(r+2)}^k, b_l) = d(a_{(r+3)}^k, b_l) = 1$, dan $d(a_{(r+2)}^i, a_s^i) = d(a_{(r+3)}^i, a_s^i) = 2$, dengan $1 \leq s \leq r$ atau $r + 5 \leq s \leq n$, sehingga $r(a_{(r+2)}^i|W) = r(a_{(r+3)}^i|W)$. Karena titik $a_{(r+2)}^i$ dan $a_{(r+3)}^i$ merupakan dua titik yang bertetangga, maka W bukan himpunan pembeda lokal. Dengan kata lain, jika W himpunan pembeda lokal dan $a_r^i \in W$, maka setidaknya satu dari empat titik $a_{(r+1)}^i, a_{(r+2)}^i, a_{(r+3)}^i, a_{(r+4)}^i \in W$.

Berdasarkan kondisi (1) dan (2), dapat ditentukan kardinalitas minimum W dari graf $G_m \odot P_n$ dengan $m \geq 3$ dan $n \geq 6$ dengan memperhatikan pengambilan titik yang menjadi elemen dari W , yaitu dengan memilih setiap titik a_{4t-1}^i dengan $t = 1, 2, 3, \dots, \lfloor \frac{n+2}{4} \rfloor$ dan $0 \leq i \leq 2m$. Kemudian, jika $a_{4\lfloor \frac{n+2}{4} \rfloor - 1} = a_{n+1}$ maka terdapat satu diantara titik a_{n-2}^i, a_{n-1}^i , atau a_n^i yang menjadi elemen dari W . Terdapat $2m + 1$ salinan graf P_n pada graf $G_m \odot P_n$, dan sebanyak $\lfloor \frac{n+2}{4} \rfloor$ titik pada setiap salinan graf P_n yang menjadi elemen dari W . Sehingga dapat dirumuskan kardinalitas minimum W adalah $(2m + 1) \lfloor \frac{n+2}{4} \rfloor$. Dengan demikian, terbukti bahwa $\dim_l(G_m \odot P_n) = (2m + 1) \lfloor \frac{n+2}{4} \rfloor$ untuk $m \geq 3$ dan $n \geq 6$. \square

5 KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan, diperoleh kesimpulan bahwa dimensi metrik lokal pada graf *flower* Fl_n dan graf *gear* korona graf lintasan $G_m \odot P_n$ secara berturut-turut dinyatakan dalam Teorema 4.2 dan Teorema 4.3.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Slater, P. J., *Leave on Trees*, Congressus Numerantium, 14, 549-559 (1975).
- [2] Harary, F. and R. A. Melter, *On The Metric Dimension of a Graph*, Ars Combinatoria, 2, 191-195 (1976).
- [3] Okamoto, F., B. Phinezy, and P. Zhang, *The Local Metric Dimension of a Graph*, Mathematica Bohemica, 135, 610-620 (2010).
- [4] Ningsih, E. U. S., N. Estuningsih, dan L. Susilowati, *Dimensi Metrik Lokal pada Graf Hasil Kali Comb dari Graf Siklus dan Graf Lintasan*, Jurnal Matematika, 1 no. 1, 24-33 (2014).
- [5] Rodríguez-Velázquez, J. A., G. A. Barragán-Ramírez, and C.G. Gómez, *On The Local Metric Dimension of Corona Product Graphs*, Bull. Malays. Math. Sci. Soc., 39 no. 2, 157-173 (2016).
- [6] Cahyabudi, A. N. and T. A. Kusmayadi, *On The Local Metric Dimension of A Lollipop Graph, A Web Graph, and A Friendship Graph*, Journal of Physics: Conference Series, 909, 012039 (2017).
- [7] Solekhah, R. A. and T. A. Kusmayadi, *On The Local Metric Dimension of t-Fold Wheel, $P_n \odot K_m$ and Generalized Fan*, Indonesian Journal of Combinatorics, 2(2), 88-96 (2018).
- [8] Khoiriah, S. dan T. A. Kusmayadi, *Dimensi Metrik Lokal pada Graf Antiprisma dan Graf Sun*, Journal of Mathematics and Mathematics Education, 8 no. 1, 9-15 (2018).
- [9] Khoiriah, S. and T. A. Kusmayadi, *The Local Metric Dimension of Generalized Broken Fan Graph and Edge Corona Product of Star Graph and Path Graph*, Journal of Physics: Conference Series, 1306, 012015 (2019).
- [10] Gallian, J. A., *A Dynamic Survey of Graph Labeling*, The Electronic Journal of Combinatorics #DS6, 1, 1-535 (2019).

ISSN 2829-3770



9 772829 377007