

# Konferensi Nasional MATEMATIKA 20 21



## PROSIDING

Konferensi Nasional Matematika XX  
Tahun 2021

Dipublikasikan Online Pada :  
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology  
e-ISSN : 2829-3770

Powered by  
IndoMS



Organized by  
Universitas Pattimura

# PROSIDING

## KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XX

“Peranan Ilmu Matematika dalam Menjawab Tantangan Bangsa yang Semakin Kompleks dan Dinamis di Era Revolusi Industri 4.0”

Diterbitkan oleh Universitas Pattimura

@Hak Cipta dilindungi Undang-undang

e-ISSN: 2829-3770

DOI issue: <https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX>

Dipublikasikan online pada:

Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology

Terindeks Oleh:



Mei 2022

## **Editor:**

Dr. Harmanus Batkunde, S.Si, M.Si, Berny P. Tomasouw, S.Si, M.Si,  
Taufan Talib, S.Pd., M.Si, M. I. Tilukay, S.Si, M.Si, Monalisa E. Rijoly, S.Si, M.Sc.  
Z.A. Leleury, S.Si, M.Si, M. B. Mananggal, S.Pd., M.Pd., L. J. Sinay, S.Si, M.Sc.,  
Y. A. Lesnussa, S.Si, M.Si. Vicardy Kempa, S.Si, M.Si. M. Yahya Matdoan, S.Si, M.Si.  
Novalin C. Huwaa, S.Pd., M.Sc., D. L. Rahakbauw, S.Si, M.Si.

## **Design cover:**

L. J. Sinay, S.Si, M.Sc

Ukuran: 29,7 x 21 cm

## ***Tim Reviewer***

1. Prof. Dr. Budi Nurani Ruchjana, M.S. (Universitas Padjajaran)
2. Prof. Dr. T. G. Ratumanan, M.Pd. (Universitas Pattimura)
3. Prof. Dr. W. Mataheru (Universitas Pattimura)
4. Dr. Eka Kurnia Lestari.(Universitas Singapebangsa)
5. Dr. Yundari. (Universitas Tanjungpura)
6. Dr. Delsi Kariman (STKIP PGRI Sumatera Barat)
7. Dr. Ch. Laamena. (Universitas Pattimura)
8. Dr. Moch Idris. (Universitas Lambung Mangkurat)
9. Dr. Daniel Salim. (Universitas Parahyangan)
10. Dr. Al Azhary Masta.(Universitas Pendidikan Indonesia)
11. Dr. Risnawita. (IAIN Bukittinggi)
12. Dr. Nicky K. Tumulun.(Universitas Negeri Manado)
13. Dr. Susilawati. (Politeknik Bengkalis Riau)
14. Dr. Debi Oktia Haryeni (Universitas Pertahanan)
15. Dr. Anderson Palinussa (Universitas Pattimura)
16. Dr. Harmanus Batkunde. (Universitas Pattimura)

## DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Tim Reviewer	ii
Kata Pengantar	iii
Susunan Panitia KNM XX	iv
Daftar Isi	vii

### ALJABAR

<b>KLASIFIKASI TITIK KRITIS POLINOMIAL DUA VARIABEL BERDERAJAT TIGA</b>	1 – 8
Afif Humam	
<b>KAJIAN KEKUATAN <math>\mathbb{Z}</math> - MODUL <math>\mathbb{Q}</math> SEBAGAI INSPIRASI MUNCULNYA KONSEP DAN SIFAT DALAM TEORI MODUL</b>	9 – 14
Sri Wahyuni, Yunita Septriana Anwar, I Putu Yudi Prabhadika	
<b>GRAF PEMBAGI NOL DARI RING KOMUTATIF</b>	15 – 20
Maria Vianney Any Herawati	
<b>IDEAL TAK TEREDUKSI KUAT ATAS SEMIRING KOMUTATIF</b>	21 – 26
Fitriana Hasnani, Nikken Prima Puspita	
<b>BATAS ATAS PADA NORM – TAK HINGGA DARI INVERS MATRIKS NEKRASOV</b>	27 – 32
Eddy Djauhari	
<b>KOREPRESENTASI KOALJABAR <math>F[G]</math></b>	33 – 40
Na'imah Hijriati, Indah Emilia Wijayanti	
<b>HUBUNGAN SIFAT BERSIH PADA RING, MODUL, KOMODUL DAN KOALJABAR</b>	41 – 50
Nikken Prima Puspita, Indah Emilia Wijayanti, Budi Surodjo	
<b>KONTRAKSI PERTINGKATAN PADA PERTINGKATAN PAULI <math>\mathfrak{S}\mathfrak{L}(N, \mathbb{C})</math></b>	51 – 60
Reynald Saputra, Gantina Rachmaputri	

### ANALISIS

<b>BUKTI ALTERNATIF INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG LEBESGUE DENGAN EKSPONEN PEUBAH</b>	61 – 66
Dina Nur Amalina dan Denny Iwanal Hakim	
<b>SEGITIGA TITIK CIRCUMCENTER PADA MODIFIKASI TEOREMA NAPOLEON</b>	67 – 76
Yunisa Fadhilah Hartati, Mashadi	
<b>FUNGSI SIMETRI TERHADAP TITIK <math>(a, b)</math> DAN BEBERAPA SIFATNYA</b>	77 – 82
Firdaus Ubaidillah	
<b>INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG MORREY-ADAMS DAN OPERATOR MAKSIMAL FRAKSIONAL</b>	83 – 90
Daniel Salim, Moch. Taufik Hakiki, Denny Iwanal Hakim	
<b>PENDEKATAN KALKULUS HIDA UNTUK PROSES HERMITE</b>	91 – 98
Herry Pribawanto Suryawan	
<b>KETAKSAMAAN HARDY DI RUANG HERZ HOMOGEN</b>	99 – 106
Pebrudal Zanu, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi1	
<b>OPERATOR KANTOROVICH PADA RUANG MORREY DIPERUMUM</b>	107 – 114
Mu'afa Purwa Arsana, Denny Iwanal Hakim	
<b>PERLUASAN DEFINISI RATA-RATA VIA TEOREMA NILAI RATA-RATA</b>	115 – 124
Mochammad Idris	
<b>SISTEM EIGEN OPERATOR LAPLACE BERBASIS RUAS PADA SUATU POHON KUANTUM</b>	125 – 134
Moh. Januar I. Burhan, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi	

<b>SUKU BANYAK BERNSTEIN DAN OPERATOR KANTOROVICH UNTUK BEBERAPA FUNGSI YANG TIDAK KONTINU</b> Reinhart Gunadi, Denny I. Hakim	135 – 142
<b>KETERBATASAN OPERATOR TIPE VOLTERRA PADA RUANG MORREY ANALITIK <math>L_{p,\lambda}</math></b> Moch Taufik Hakiki, Wono Setya Budhi, dan Denny Ivanal Hakim	585 - 590
<b>KOMBINATORIK</b>	
<b>PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF SIPUT DAN GRAF UBUR-UBUR</b> Kevin Akbar, Kiki Ariyanti Sugeng	143 – 148
<b>DIMENSI METRIK LOKAL PADA GRAF FLOWER DAN GRAF GEAR KORONA GRAF LINTASAN</b> Salma Fauziyah Ashim, Tri Atmojo Kusmayadi, Titin Sri Martini	149 – 154
<b>PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF LILIN</b> Rizqi Rachmadhani, Kiki Ariyanti Sugeng	155 – 160
<b>PELABELAN HARMONIS PADA GRAF SEGITIGA BELAH KETUPAT VARIASI <math>LM_n</math></b> Evi Maharani, Kurniawan Atmadja	161 – 164
<b>PEWARNAAN SIMPUL <math>r</math> – DINAMIS PADA GRAF TERATAI <math>T_n</math></b> Audi Fierera, Kiki A. Sugeng	165 – 170
<b>SIFAT-SIFAT GRAF CAYLEY GRUP <math>S_n</math></b> Afifan Hadi, Kiki Ariyanti Sugeng	171-176
<b>PENDIDIKAN MATEMATIKA</b>	
<b>LKPD BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING BERBANTUAN ALAT PERAGA PADA MATERI LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME PRISMA DAN LIMAS</b> Fithroh Nafa Dzillah, Latifah Mustofa Lestyanto	177 – 182
<b>PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA DARING BERBASIS MODEL PENEMUAN TERBIMBING MENGGUNAKAN LIVEWORKSHEETS PADA MATERI PRISMA DAN LIMAS</b> Sania Sururul Khususna, Latifah Mustofa Lestyanto, Eddy Budiono	183 – 188
<b>PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA BERBASIS MASALAH BERBANTUAN GOOGLE FORM UNTUK PEMAHAMAN KONSEP SISWA KELAS VII SMP PADA MATERI SEGITIGA DAN SEGIEMPAT</b> Herlin Oktavita, Latifah Mustofa Lestyanto2	189 – 194
<b>EKSPLORASI ETNOMATEMATIKA PADA GELANG MANIK-MANIK KHAS DAYAK KALIMANTAN SEBAGAI SUMBER PENYUSUNAN LKPD</b> Silvia	195 – 206
<b>ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA DENGAN PEMBELAJARAN MODEL BRAIN BASED LEARNING BERBASIS LEARNING MANANGEMENT SYSTEM</b> N. R. Mumtaz, M. Asikin	207 – 214
<b>PENGEMBANGAN ASESMEN ALTERNATIF DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA KONTEKS LINGKUNGAN LAHAN BASAH UNTUK SISWA TINGKAT SMP/MTS</b> Muhammad Rizal, Noor Fajriah, Agni Danaryanti	215 – 222
<b>MATERI PENGAYAAN TEORI BILANGAN DASAR DI SEKOLAH DASAR</b> Awanga Dijayangrana, Hilda Assiyatun	223-228
<b>KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS TULIS MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH VOLUME BENDA PUTAR MELALUI MODEL PERKULIAHAN KOLABORATIF</b> Fadhila Kartika Sari, Anies Fuady	229 – 236
<b>PERAN PENULISAN JURNAL DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SECARA DARING DI MASA PANDEMI COVID-19</b>	237 – 244

Gusti Firda Khairunnisa, Frida Siswiyanti	
<b>ANALISIS KRUSKAL WALLIS UNTUK MENGETAHUI TINGKAT KOSENTRASI BELAJAR MAHASISWA BERDASARKAN PROGRAM STUDI</b>	245 – 250
Venessa Y. A. Brabar, Grace A. V. Hikoyabi, Agustinus Langowuyo	
<b>ANALISIS PENGARUH PEMANFAATAN INTERNET TERHADAP MINAT BELAJAR MAHASISWA PRODI STATISTIKA</b>	251 – 258
Mariana Tanawani, Meilani Yarangga, dan Agustinus Langowuy	
<b>PENGARUH PROSES BELAJAR MENGAJAR LURING DAN DARING TERHADAP HASIL BELAJAR MAHASISWA JURUSAN MATEMATIKA ANGAKATAN 2018 FMIPA UNIVERSITAS CENDERAWASIH</b>	259 – 264
Dewi Rahmawati, Tiara A. Nadapdap, Agustinus Langowuyo	
<b>PENILAIAN ESAI MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN MESIN</b>	265 – 270
Farah Qotrunnada, Marcus Wono Setya Budhi, Hilda Assiyatun	
<b>PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS ETNOMATEMATIKA BUDAYA MASYARAKAT NEGERI TULEHU PADA MATERI SEGIEMPAT DAN SEGITIGA UNTUK SISWA DI KELAS VII MTS NEGERI I MALUKU TENGAH.</b>	271 – 276
Heni Rahim, W. Mataheru, J. Takaria	
<b>PENERAPAN FUZZY LINEAR PROGRAMMING UNTUK OPTIMASI PRODUKSI TAHU (STUDI KASUS DI DESA TANJUNGREJO KABUPATEN JEMBER)</b>	277 – 284
Anisa Wahyu Illahi, Agustina Pradjaningsih, Abduh Riski	
<b>PENENTUAN SOLUSI FISIBEL AWAL MASALAH TRANSPORTASI DENGAN MINIMUM DEMAND METHOD</b>	285 – 292
Ulniyatul Ula, Siti Khabibah, Robertus Heri S.U	
<b>OPTIMALISASI RUTE DAN PENJADWALAN PENGANGKUTAN SAMPAH DENGAN METODE INSERTION HEURISTIC DAN INTRA- ROUTE IMPROVEMENT (STUDI KASUS: UNIVERSITAS BRAWIJAYA MALANG)</b>	293 – 298
Fara El Nandhita Pratiwi	
<b>MODEL MATEMATIS RUTE WISATA DI RIAU DENGAN MENGGUNAKAN PEMROGRAMAN GOL</b>	299 – 312
Ihda Hasbiyati, Hasriati, T. P. Nababan	
<b>MATEMATIKA TERAPAN</b>	
<b>MODEL SUSCEPTIBLE INFECTED RECOVERED (SIR) PADA DEMAM BERDARAH DENGUE (DBD)</b>	313 – 320
Oscar Andhry Barata, Rahmat, Rengga Nanda Pramudya	
<b>ANALISA PERSAMAAN DIFERENSIAL ORDE FRAKSIONAL NUMERIK MENGGUNAKAN METODE EULER DAN APLIKASINYA</b>	321 – 326
Leli Deswita, Syamsudhuha, Asral. M	
<b>TERAPAN FUNGSI SIGMOID UNTUK MENENTUKAN NILAI MAKSIMAL KOEFISIEN GAYA ANGKAT DAN SUDUT STALL PADA KURVA LINEAR <math>C_L</math> TERHADAP <math>\alpha</math></b>	327 – 334
Angga Septiyana, Singgih Satrio W, Fuad Surastyo P, Try Kusuma Wardana, Ardian Rizaldi, Novita Atmasari, Eries Bagita Jayanti, Prasetyo Ardi P	
<b>IMPLEMENTASI DEEP LEARNING UNTUK KLASIFIKASI GAMBAR MENGGUNAKAN CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK (CNN) PADA BATIK SASAMBO</b>	335 – 340
Muna Malika, Edy Widodo	
<b>STATISTIKA</b>	
<b>PENERAPAN MODEL SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (STARI(1,1,1)) PADA DATA NTP TANAMAN PANGAN DARI TIGA PROVINSI DI PULAU JAWA</b>	341 -350
Fajriatus Sholihah, Kartika Sari, Budi Nurani Ruchjana, Toni Toharudin	
<b>ANALISIS KORESPONDENSI BERGANDA UNTUK MENGETAHUI INDIKATOR-INDIKATOR YANG MEMPENGARUHI KEJADIAN LOW BACK PAIN PADA KUSIR</b>	351 - 358

<b>KUDA/DELMAN DI KOTA CIMAH I TAHUN 2019</b>	
Dhita Diana Dewi, Fajriatus Sholihah, Rosa Rosmanah, Lucy Fitria Dewi, Mochamad Yudhi Afrizal, Irlandia Ginanjar	
<b>PROSES POISSON NON HOMOGEN DAN PENERAPANNYA PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT</b>	359 – 362
Viona Prisyella Balqis, Muhammad Herlambang Prakasa Yudha, Budi Nurani Ruchjana	
<b>PENERAPAN DISTRIBUSI STASIONER RANTAI MARKOV PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT</b>	363 – 370
Tubagus Robbi Megantara, Ayun Sri Rahmani, Budi Nurani Ruchjana	
<b>SPATIAL CLUSTER ING DENGAN METODE SKATER (K'LUSTER ANALYSIS BY TREE EDGE REMOVAL) UNTUK PENGELOMPOKAN SEBARAN COVID-19 DI KABUPATEN TULUNGAGUNG</b>	371 – 380
Danang Ariyanto, Henny Pramodyo, Novi Nur Aini	
<b>ANALISIS KLASTER KABUPATEN/KOTA INDONESIA BERDASARKAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DENGAN MODEL MIXTURE SKEW-T</b>	381 – 388
Kristoforus Exelsis Pratama, Irwan Susanto, Yuliana Susanti	
<b>ANALISIS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN BURU SELATAN DENGAN MENGGUNAKAN REGRESI LINIER BERGANDA</b>	389 – 396
Muhidin Jariyah, Inayah. P. F. Solong, Juan C. S. Jamco	
<b>TINJAUAN KEPUTUSAN HIPOTESA FUZZY BERBASIS P-VALUE FUZZY (STUDI KASUS DATA COVID-19 DI NUSA TENGGARA BARAT)</b>	397 – 404
Wahidaturrahmi	
<b>PENERAPAN METODE AUTO SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS PADA PERAMALAN DATA INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA</b>	405 – 410
Andreas Reza Chrisantama*, Winita Sulandari, Sugiyanto	
<b>PERAMALAN JUMLAH PRODUKSI PERIKANAN DI KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL</b>	411 – 418
Asrul Irfanullah, Claudia Sumanik, Romy Makatita	
<b>ANALISIS PENGARUH STRUKTUR KONSUMSI AKHIR RUMAH TANGGA BERDASARKAN KOMPONEN PENGELUARAN KABUPATEN BURU SELATAN PERIODE 2015 – 2019 DENGAN RAKL</b>	419 – 424
Nikita A. Putiray, Dea M. Tuhumury, Angel M.P. Manuputty	
<b>EKSPLORASI SISA USIA BEARING MENGGUNAKAN DISTRIBUSI WEIBULL</b>	425 – 430
Sutawanir Darwis, Nusar Hajarisman, Suliadi, Achmad Widodo	
<b>PENERAPAN MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE (VARIMA) UNTUK PRAKIRAAN INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DAN KURS RUPIAH TERHADAP USD</b>	431 – 442
Ani Pertiwi, Lucy Fitria Dewi, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
<b>PENGELOMPOKAN JUMLAH PENDUDUK KABUPATEN BURU SELATAN BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA TAHUN 2018 DENGAN ALGORITMA K- MEANS</b>	443 – 450
Samin Radjid, Nadia Istifarin, Meylani Tuasella	
<b>PENERAPAN METODE ARIMAX PADA PERAMALAN PRODUKSI DAGING SAPI DI SUKOHARJO</b>	451 – 458
Fitrian Nur Ardyansyah, Winita Sulandari, Sugiyanto	
<b>ANALISIS KEPUASAN DAN POSITIONING SELLER E-MARKETPLACE DENGAN MENGGUNAKAN IMPORTANCE PERFORMANCE ANALYSIS DAN BILOT</b>	459 – 464
Farah Dibah, Dwi Endah Kusri	
<b>KLASTERISASI LOKASI PASAR KABUPATEN BANYUMAS GUNA MEMPERMUDAH UPTD DALAM MENGELOLA KELAS PASAR</b>	465 – 470
Pradini Nurul Safitri, Abdullah Ahmad Dzikrullah	

<b>PENGARUH MOTIVASI INTRINSIK DAN KEPUASAN KERJA TERHADAP ORGANIZATIONAL CITIZENSHIP BEHAVIOR</b>	471 – 476
Diya Kasih Puspitasari, Dwi Endah Kusrini	
<b>KLASTERING JUMLAH PENDUDUK BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA KECAMATAN LEKSULA TAHUN 2018 DENGAN MENGGUNAKAN METODE ALGORITMA K-MEANS</b>	477 – 484
Morensi T. Risakotta, Rensya Siwalette, Rola E. Leasa	
<b>PERAMALAN DENGAN METODE SIMPLE MOVING AVERAGE DAN DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING BROWN (STUDI KASUS: JUMLAH CURAH HUJAN DAN JUMLAH HARI HUJAN KABUPATEN BURU SELATAN)</b>	485 – 494
Apriano R. Narahawarin, Ravensky Silangen, Rahania Patiekon	
<b>PERAMALAN GARIS KEMISKINAN KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING DARI HOLT</b>	495 – 502
Ade Irma La Murdani, Intan Gainau, Unique Resiloy	
<b>ANALISIS PERBEDAAN PENDAPATAN TOKO WALET MAS SEBELUM DAN SESUDAH PANDEMI COVID-19 DENGAN METODE MANN-WHITNEY</b>	503 – 508
Marselina Ema Koten, Yunida Kurniasih, Agustinus Langowuyo	
<b>ANALISIS PENGARUH BELANJA DAERAH, JUMLAH PENDUDUK, DAN PDRB TERHADAP PENDAPATAN DAERAH DI KABUPATEN BURU SELATAN TAHUN 2013-2020</b>	509 – 516
Dephie Latumahina, Martje Riry, Olfen Sabono	
<b>UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI RAYLEIGH BIVARIAT MENGGUNAKAN UJI KOLMOGOROV-SMIRNOV BIVARIAT PADA DATA HASIL PERTANDINGAN PERSIB BANDUNG</b>	517 – 522
Wulan Jati Nuraya, Aceng Komarudin Mutaqin	
<b>MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) UNTUK PERAMALAN BANYAKNYA KASUS TERKONFIRMASI DAN KASUS SEMBUH COVID-19 DI INDONESIA</b>	523 – 532
Sri Indra Maiyanti, Mahrudinda, Al Fataa W. Haq, Budi Nurani Ruchjana	
<b>MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) DAN PENERAPANNYA PADA DATA PERKEMBANGAN HARGA ECERAN BERAS DI TIGA IBU KOTA PROVINSI WILAYAH PULAU JAWA</b>	533 – 544
Zulfa Hidayah Satria Putri, Asri Yuniar, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
<b>PENERAPAN METODE REGRESI LINEAR BERGANDA UNTUK MELIHAT PENGARUH JUMLAH PENDUDUK DAN LUAS WILAYAH TERHADAP JUMLAH PENGGUNA LISTRIK DI KECAMATAN AMBALAU KABUPATEN BURU SELATAN</b>	545 – 552
Fadly Ode, Nur Statib J, Elsy Malwewar	
<b>ANALISIS TINGKAT KEGEMARAN AYAM GEPUK PAK GEMBUS DARI BERBAGAI JENIS PAKET MELALUI PENDEKATAN UJI STATISTIK</b>	553 – 558
Maharani Tiara Pramuditya, Evan Claude Boudewijn Kainama, Agustinus Langowuyo	
<b>SIMULASI PERGERAKAN HARGA SAHAM MENGGUNAKAN MODEL GERAK BROWN GEOMETRIK DENGAN R STUDIO</b>	559 – 564
Ahmad Fawaid Ridwan, Rizki Apriva Hidayana, Budi Nurani Ruchjana	
<b>PENAKSIRAN RATA-RATA <i>EXCESS CLAIM</i> PESERTA DARI PERUSAHAAN PEMBERI LAYANAN KESEHATAN PT. X</b>	565 – 572
Wildan*, Indah Permatasari, and Aceng Komarudin Mutaqin	
<b>PENGARUH SELF EFFICACY DAN MOTIVASI BELAJAR TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA KELAS VII SMP NEGERI 3 GANTUNG</b>	573 – 584
Alperu, Nerru Pranuta Murnaka*, Indra Bayu M, Andy Wahyu H	



## SIFAT-SIFAT GRAF CAYLEY GRUP $S_n$

Afifan Hadi\*, Kiki Ariyanti Sugeng

Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas  
Indonesia

\*e-mail: [afifanhadi@sci.ui.ac.id](mailto:afifanhadi@sci.ui.ac.id), [kiki@sci.ui.ac.id](mailto:kiki@sci.ui.ac.id)

**Abstrak.** Grup merupakan suatu struktur aljabar berupa himpunan tak kosong yang apabila didefinisikan suatu operasi biner harus memenuhi empat sifat yaitu: tertutup, berlaku aturan asosiatif, terdapat elemen identitas, serta tiap elemen memiliki elemen invers. Graf Cayley merupakan graf yang berupa representasi elemen-elemen suatu grup sebagai simpul-simpul di graf serta keberadaan busur ditentukan oleh suatu subhimpunan pembangkit dari grup yang tidak mengandung elemen identitas grup. Pada paper ini akan dibahas beberapa jenis graf Cayley yang dibentuk dari grup simetri dengan subhimpunan pembangkit berupa transposisi dan reversal, akan ditunjukkan pula konstruksinya, serta sifat-sifat dasar yang terkait graf Cayley yang dibentuk dengan tujuan untuk memberikan gambaran tentang graf Cayley dari grup simetri.

**Kata Kunci:** Grup simetri, graf Cayley, transposisi, reversal.

### 1 PENDAHULUAN

Teori graf aljabar merupakan ilmu tentang penggunaan teknik-teknik aljabar dalam teori graf. Orang yang dianggap sebagai pionir dalam mengasosiasikan graf dengan grup berhingga adalah Arthur Cayley. Cayley menghubungkan teori graf dengan struktur grup pada aljabar melalui *diagram warna Cayley* pada 1878. Dia membuat sebuah graf yang merepresentasikan suatu grup yang kini lebih dikenal sebagai graf Cayley. Graf Cayley merupakan subjek penelitian yang menarik dalam bidang teori graf aljabar dan memunculkan berbagai penerapan praktis pada beragam bidang ilmu contohnya ilmu komputer dan teknologi informasi memanfaatkan graf Cayley untuk membuat jaringan dengan diameter kecil serta konektivitas tinggi [1]. Selain itu, beberapa bidang ilmu lain yang memanfaatkan graf Cayley dalam penerapannya di antaranya bidang aljabar, bidang biologi seperti pada pengukuran jarak antara dua genom bakteri yang terbentuk dalam proses inversi, dan bidang teori pengkodean, dan *machine learning* [2, 3, 4].

Grup didefinisikan sebagai suatu himpunan tak kosong  $G$  yang di dalamnya didefinisikan suatu operasi biner dan memenuhi empat sifat yaitu tertutup pada operasi di dalamnya, berlaku aturan asosiatif, terdapat suatu elemen identitas, serta tiap elemen memiliki elemen invers. Grup simetri adalah suatu grup yang anggota-anggotanya merupakan permutasi dengan operasi komposisi fungsi [5].

Suatu graf  $G$  adalah pasangan himpunan tak kosong berhingga  $V(G)$  yang elemennya disebut sebagai simpul dari  $G$ , dan himpunan  $E(G)$  yang berisi pasangan tak terurut dari

simpul di  $V(G)$  yang disebut busur dari  $G$  [6]. Diberikan sebuah grup berhingga  $\Gamma$ . Misal  $C \subset \Gamma$  adalah himpunan pembangkit yang simetris dan tidak mengandung elemen identitas, graf Cayley pada grup  $\Gamma$  dengan himpunan pembangkit  $C \subset \Gamma$  dinotasikan dengan  $Cay(\Gamma, C)$ , didefinisikan sebagai graf dengan tiap simpulnya adalah elemen dari  $\Gamma$  yaitu  $V = \Gamma$ , dan busurnya sesuai dengan operasi kanan elemen di  $\Gamma$  oleh elemen di  $C$ , yaitu  $E = \{\{\gamma, \gamma c\}: \gamma \in \Gamma, c \in C\}$ .

## 2 GRUP DAN GRAF: DEFINISI DAN NOTASI

Misal  $G$  suatu grup berhingga. Anggota dari suatu himpunan bagian  $C$  dari  $G$  disebut pembangkit, serta  $C$  disebut sebagai himpunan pembangkit apabila setiap anggota grup  $G$  dapat dinyatakan sebagai hasil operasi berhingga dari pembangkit-pembangkit di  $C$ , dengan kata lain  $G$  dibangkitkan oleh  $C$ . Suatu himpunan bagian  $C$  dari  $G$  disebut simetris jika  $c \in C$  berakibat  $c^{-1} \in C$ , bisa juga dinotasikan sebagai  $C = C^{-1}$  dengan  $C^{-1} = \{c^{-1}: c \in C\}$  [2].

Diberikan sebarang himpunan tak kosong berhingga  $S$ , maka himpunan semua pemetaan satu-satu dari  $S$  ke  $S$  dengan operasi komposisi fungsi disebut sebagai grup simetri berderajat  $n$  dan dinotasikan sebagai  $S_n$  serta elemennya disebut permutasi dari  $S$ . Permutasi biasa dinotasikan sebagai  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ i_1 & i_2 & \dots & i_n \end{pmatrix}$  atau dalam satu baris sebagai  $(i_1, i_2, \dots, i_n)$  [5].

Notasi  $(i_1 i_2 \dots i_k)$  merepresentasikan suatu permutasi di  $S_n$ , dengan  $\sigma(i_1) = i_2, \sigma(i_2) = i_3, \dots, \sigma(i_j) = i_{j+1}$  untuk  $j < k$ ,  $\sigma(i_k) = i_1$ , dan  $\sigma(s) = s$  untuk  $s$  berbeda dari  $i_1, i_2, \dots, i_k$ . Notasi  $(i_1 i_2 \dots i_k)$  disebut sebuah  $k$ -cycle. Jika  $k = 2$ , yaitu permutasi  $(i_1 i_2)$  disebut transposisi. Dua cycle disebut *disjoint* apabila keduanya tidak memiliki suatu bilangan bulat yang sama. Suatu permutasi  $\sigma \in S_n$  merupakan permutasi ganjil jika  $\sigma$  adalah hasil operasi sejumlah bilangan ganjil transposisi-transposisi, dan merupakan permutasi genap jika  $\sigma$  adalah hasil operasi sejumlah bilangan genap transposisi-transposisi [7].

**Teorema 2.1.** [5] Semua permutasi di  $S_n$  adalah hasil operasi *disjoint cycles*.

**Teorema 2.2.** [5] Semua permutasi di  $S_n$  adalah hasil operasi transposisi-transposisi.

**Teorema 2.3.** [8] Untuk  $n \geq 2$ ,  $S_n$  dibangkitkan oleh  $(n - 1)$  transposisi

$$(1\ 2), (1\ 3), \dots, (1\ n).$$

**Teorema 2.4.** [8] Untuk  $n \geq 2$ ,  $S_n$  dibangkitkan oleh  $(n - 1)$  transposisi

$$(1\ 2), (2\ 3), \dots, ((n - 1)\ n).$$

**Teorema 2.5.** [8] Untuk  $n \geq 2$ ,  $S_n$  dibangkitkan oleh transposisi  $(1\ 2)$  dan  $n$ -cycle  $(1\ 2 \dots n)$ .

Sebuah *reversal*  $r_{i,j}$  adalah sebuah operasi yang membalikkan urutan segmen  $[i, j]$ ,  $1 \leq i < j \leq n$ , dari suatu permutasi, yakni  $[\dots, \pi_i, \pi_{i+1}, \dots, \pi_{j-1}, \pi_j, \dots] r_{i,j} = [\dots, \pi_j, \pi_{j-1}, \dots, \pi_{i+1}, \pi_i, \dots]$ . Diberikan dua buah grup  $G$  dan  $G'$ , maka pemetaan  $\varphi: G \rightarrow G'$  disebut suatu homomorfisma grup  $G$  ke grup  $G'$  jika memenuhi  $\varphi(ab) = \varphi(a)\varphi(b)$  untuk setiap  $a, b \in G$ , sehingga homomorfisma disebut mempertahankan operasi di  $G$ . Grup  $G$  dan  $G'$  disebut isomorfis jika terdapat suatu homomorfisma dari  $G$  ke  $G'$  yang bersifat satu-satu dan pada.

Suatu graf  $G$  adalah pasangan himpunan tak kosong berhingga  $V(G)$  yang elemennya disebut sebagai simpul dari  $G$ , dan himpunan  $E(G)$  yang berisi pasangan tak terurut dari simpul di  $V(G)$  yang disebut busur dari  $G$ . Dua buah simpul  $v$  dan  $w$  disebut bertetangga

apabila ada sebuah busur  $(v, w)$ . (Untuk menyederhanakan penulisan, selanjutnya busur  $(v, w)$  juga dinotasikan sebagai  $vw$ ). Dua buah busur dikatakan bertetangga apabila keduanya memiliki sebuah simpul yang sama pada ujungnya. Derajat dari suatu simpul adalah banyaknya busur yang memiliki simpul tersebut sebagai ujungnya dinotasikan  $d(v)$ . Derajat maksimal dan minimal dari suatu graf  $G$  berturut-turut adalah  $\Delta(G)$  dan  $\delta(G)$ , serta  $G$  disebut  $k$ -reguler jika  $\Delta(G) = \delta(G) = k$ . Orde dan ukuran dari graf  $G$  berturut-turut adalah banyaknya simpul dan banyaknya busur di  $G$ . Dua graf  $G_1$  dan  $G_2$  isomorfis jika ada pemetaan satu-satu antara simpul-simpul di  $G_1$  dengan simpul-simpul di  $G_2$  sedemikian sehingga banyaknya busur yang menghubungkan sebarang pasang simpul di  $G_1$  sama dengan banyaknya busur yang menghubungkan pasangan simpul yang berkorespondensi di  $G_2$ .

Suatu graf dikatakan terhubung jika dan hanya jika ada lintasan antara setiap pasang simpulnya. Jarak lintasan antara simpul  $u$  dan  $v$  pada suatu graf terhubung  $G$ , dinotasikan dengan  $d(u, v)$  adalah banyaknya busur pada lintasan terpendek yang menghubungkan  $u$  dan  $v$ . Jarak lintasan terbesar pada suatu graf  $G$  dinotasikan dengan  $d(G)$ , disebut diameter dari graf  $G$  [9].

Jika himpunan simpul pada suatu graf dapat dipisah menjadi dua himpunan yang saling lepas  $A$  dan  $B$  sedemikian sehingga setiap busur di graf menghubungkan sebuah simpul di  $A$  dengan sebuah simpul di  $B$ , maka graf tersebut adalah graf bipartit. Suatu graf bipartit dengan setiap simpul di  $A$  bertetangga dengan semua simpul di  $B$  dan hanya terhubung oleh satu busur disebut graf bipartit lengkap, dinotasikan sebagai  $K_{r,s}$  dengan  $r$  dan  $s$  menyatakan banyaknya elemen di  $A$  dan  $B$ .

Suatu permutasi  $\sigma$  dari himpunan simpul suatu graf  $\Gamma$  disebut sebuah automorfisma apabila  $(u, v)$  adalah sebuah busur di  $\Gamma$  jika dan hanya jika  $(\sigma(u), \sigma(v))$  adalah busur di  $\Gamma$ . Suatu graf  $\Gamma$  disebut transitif simpul jika untuk sebarang 2 simpul  $u$  dan  $v$  di  $\Gamma$  terdapat suatu automorfisma  $\sigma$  yang memenuhi  $\sigma(u) = v$ . Suatu graf  $\Gamma$  disebut transitif busur jika untuk sebarang 2 busur  $x$  dan  $y$  di  $\Gamma$  terdapat suatu automorfisma  $\sigma$  yang memetakan  $x$  ke  $y$ .

### 3 GRAF CAYLEY

Diberikan sebuah grup berhingga  $\Gamma$ . Misal  $C$  adalah himpunan pembangkit yang simetris dan tidak mengandung elemen identitas. **Graf Cayley** pada grup  $\Gamma$  dengan himpunan pembangkit  $C \subset \Gamma$  dinotasikan dengan  $Cay(\Gamma, C)$  didefinisikan sebagai graf dengan tiap simpulnya adalah elemen dari  $\Gamma$  yaitu  $V = \Gamma$  dan busurnya sesuai dengan operasi kanan elemen di  $\Gamma$  oleh elemen di  $C$ , yaitu  $E = \{(\gamma, \gamma c) : \gamma \in \Gamma, c \in C\}$ .

**Teorema 3.1.** [10] Misal  $C$  adalah himpunan pembangkit dari suatu grup berhingga  $G$ . Maka graf Cayley yang terbentuk,  $Cay(G, C)$ , memiliki sifat-sifat berikut:

1. merupakan graf terhubung  $|C|$ -reguler.
2. merupakan graf yang transitif simpul.

Bukti. (1) Misal  $G$  suatu grup berhingga, dengan  $C$  adalah himpunan pembangkit yang simetris dari  $G$ . Berdasarkan definisi busur pada graf Cayley, sebarang simpul  $\gamma$  di  $Cay(G, C)$  bertetangga dengan simpul  $\gamma c_1, \gamma c_2, \dots, \gamma c_{|C|}$  sehingga setiap simpul di  $Cay(G, C)$  berderajat  $|C|$  sehingga  $Cay(G, C)$  adalah graf  $|C|$ -reguler. Perhatikan juga bahwa setiap anggota  $G$  dapat dinyatakan sebagai operasi berhingga dari anggota-anggota  $C$ . Sehingga pada

sembarang simpul di  $\text{Cay}(G, C)$  terdapat lintasan ke simpul-simpul lainnya, dengan kata lain  $\text{Cay}(G, C)$  terhubung.

(2). Untuk setiap  $g \in G$ , pemetaan

$$\rho_g : x \rightarrow g^{-1}x$$

adalah permutasi elemen-elemen di  $G$ . Pemetaan  $\rho_g$  adalah automorfisma dari  $\text{Cay}(G, C)$  karena

$$(g^{-1}y)^{-1}(g^{-1}x) = y^{-1}gg^{-1}x = y^{-1}x$$

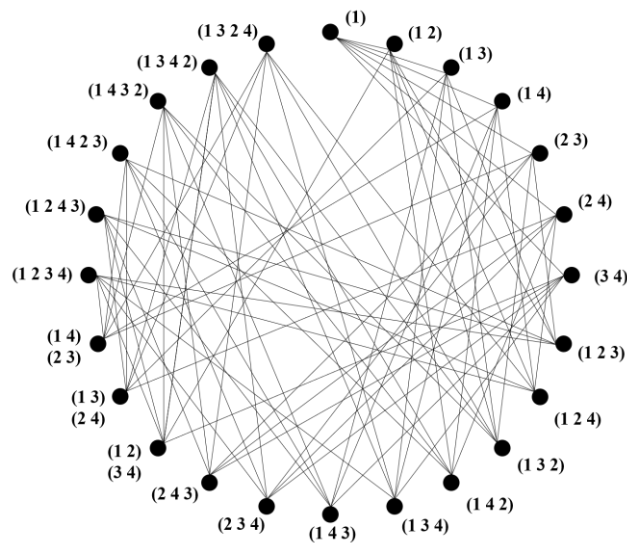
Sehingga  $g^{-1}x \sim g^{-1}y$  jika dan hanya jika  $x \sim y$ . Pemetaan-pemetaan  $\rho_g$  membentuk subgrup dari grup automorfisma dari  $\text{Cay}(G, C)$  yang isomorfis dengan  $G$ . Subgrup ini berlaku transitif dengan simpul-simpul  $\text{Cay}(G, C)$  karena untuk sembarang pasang simpul  $g$  dan  $h$ , automorfisma  $\rho_{gh^{-1}}$  memetakan  $g$  ke  $h$ .  $\square$

Pada subbab berikut diberikan sifat graf transposisi dari  $S_n$  dan graf pancake dari  $S_n$  yang dinyatakan di [6] tanpa bukti. Bukti yang diberikan untuk Teorema 3.2 dan 3.3 diberikan sebagai bukti alternatif.

### 3.1 Graf Transposisi dari $S_n$

Diberikan himpunan transposisi  $C = \{(i_a i_b) \in S_n, 1 \leq i_a \leq i_b \leq n\}$ . Himpunan transposisi  $C$  mengandung semua transposisi di  $S_n$  sehingga merupakan sebuah himpunan pembangkit untuk  $S_n$ . Graf Cayley yang dibentuk dengan himpunan transposisi  $C$  disebut graf transposisi dari  $S_n$ . Berikut diberikan contoh konstruksi graf transposisi dari  $S_4$ .

**Contoh 3.1.** Diberikan grup simetri berderajat 4, yang dinotasikan dengan  $S_4$ . Graf transposisi dari  $S_4$  dengan himpunan transposisi  $C = \{(1 2), (1 3), (1 4), (2 3), (2 4), (3 4)\}$ , adalah graf  $\text{Cay}(S_4, C)$  dengan  $V(\text{Cay}(S_4, C)) = S_4$  dan  $E(\text{Cay}(S_4, C)) = \{(\gamma, \gamma c) : \gamma \in S_4, c \in C\}$ . Graf ini diilustrasikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Graf Transposisi dari  $S_4$

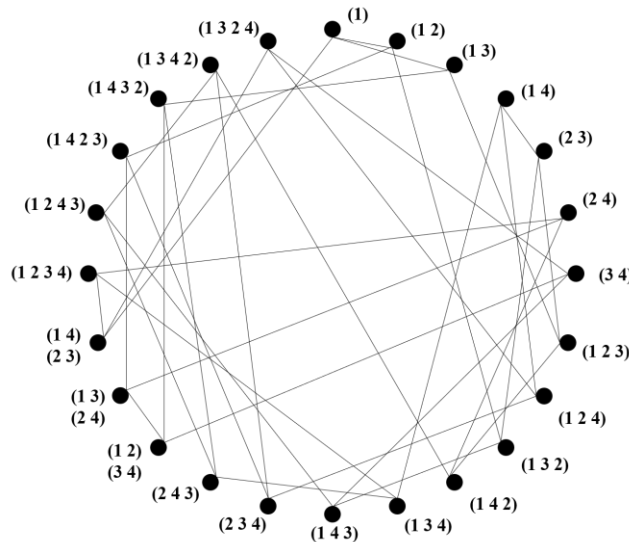
**Teorema 3.2.** Graf transposisi dari  $S_n$  dengan  $n \geq 3$ , merupakan graf bipartit  $\binom{n}{2}$ -reguler berorde  $n!$  dan diameter  $(n - 1)$ .

Bukti. Berdasarkan definisi graf transposisi dari  $S_n$  dengan himpunan transposisi  $C = \{(i_a i_b) \in S_n, 1 \leq i_a \leq i_b \leq n\}$ , setiap busur pada graf transposisi dari  $S_n$  menghubungkan suatu simpul  $\gamma \in S_n$  dengan simpul  $\gamma c$  dengan  $c$  anggota himpunan transposisi  $C$ . Sehingga setiap busur menghubungkan simpul permutasi genap dengan simpul permutasi ganjil, maka grafnya bipartit. Perhatikan bahwa  $|V| = |S_n| = n!$  serta himpunan transposisi  $C$  memiliki  $\binom{n}{2}$  elemen, sehingga graf transposisi dari  $S_n$  berorde  $n!$  serta berdasarkan Teorema 3.1. graf transposisi dari  $S_n$  adalah graf terhubung  $\binom{n}{2}$ -reguler. Karena paling banyak  $(n - 1)$  transposisi cukup untuk mengubah sembarang permutasi dengan  $n$  elemen menjadi permutasi lainnya maka diameter graf transposisi dari  $S_n$  adalah  $(n - 1)$ .  $\square$

**3.2 Graf Pancake dari  $S_n$**

Diberikan himpunan reversal  $C = \{r_{1,i} \in S_n, 1 < i \leq n\}$ . Perhatikan bahwa  $r_{1,i} = (1 i) (2 (i - 1)) \dots \binom{i+1}{2}$  untuk  $i$  genap,  $r_{1,i} = (1 i) (2 (i - 1)) \dots \binom{i-1}{2} \binom{i+3}{2}$  untuk  $i$  ganjil, sehingga pada himpunan  $C$  terdapat transposisi-transposisi  $(1 2), (1 3), \dots, (1 n)$ . Sehingga himpunan reversal  $C$  merupakan pembangkit  $S_n$ . Graf Cayley yang dibentuk dengan himpunan reversal  $C$  disebut graf pancake dari  $S_n$ . Berikut diberikan contoh konstruksi graf pancake dari  $S_4$ .

**Contoh 3.2.** Diberikan grup simetri berderajat 4, yang dinotasikan dengan  $S_4$ . Graf pancake dari  $S_4$  dengan himpunan reversal  $C = \{r_{1,2}, r_{1,3}, r_{1,4}\} = \{(1 2), (1 3), (1 4)(2 3)\}$ , adalah graf  $Cay(S_4, C)$  dengan  $V(Cay(S_4, C)) = S_4$  dan  $E(Cay(S_4, C)) = \{(\gamma, \gamma c) : \gamma \in S_4, c \in C\}$ . Ilustrasi dari graf ini dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Graf Pancake dari  $S_4$

**Teorema 3.3.** Graf pancake dari  $S_n$ ,  $n \geq 3$ , merupakan graf terhubung  $(n - 1)$ -reguler berorde  $n!$ .

Bukti. Berdasarkan definisi graf *pancake* dari  $S_n$  dengan himpunan *reversal*  $C = \{r_{1,i} \in S_n, 1 < i \leq n\}$ , setiap busur pada graf *pancake* dari  $S_n$  menghubungkan suatu simpul  $\gamma \in S_n$  dengan simpul  $\gamma c$  dengan  $c$  anggota himpunan *reversal*  $C$ . Perhatikan bahwa  $|V| = |S_n| = n!$  serta himpunan *reversal*  $C$  memiliki  $(n - 1)$  elemen, sehingga graf *pancake* dari  $S_n$  berorde  $n!$  serta berdasarkan Teorema 3.1. graf *pancake*  $S_n$  adalah graf terhubung  $(n - 1)$ -reguler.  $\square$

#### 4 KESIMPULAN

- Graf Cayley merupakan graf yang dibentuk dari suatu grup sedemikian sehingga simpul-simpul pada graf adalah representasi elemen-elemen grup serta terbentuknya busur ditentukan suatu subhimpunan grup yang bebas elemen identitas serta membangkitkan grup tersebut.
- Jika himpunan pembangkit yang digunakan adalah himpunan pembangkit grup yang bersifat simetris, graf Cayley yang terbentuk,  $Cay(G, C)$ , merupakan graf terhubung  $|C|$ -reguler dan merupakan graf yang transitif simpul.
- Graf transposisi dari  $S_n$  dengan  $n \geq 3$ , merupakan graf bipartit  $\binom{n}{2}$ -reguler berorde  $n!$  dengan diameter  $(n - 1)$ .
- Graf *pancake* dari  $S_n$ ,  $n \geq 3$ , merupakan graf terhubung  $(n - 1)$ -reguler berorde  $n!$ .

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Steinhardt, J., "Cayley Graphs Formed by Conjugate Generating Sets of  $S_n$ ", *arXiv preprint arXiv:0711.3057* (2007).
- [2] Konstantinova, E., "Some Problems on Cayley Graphs", *Linear Algebra and its applications*, 429(11-12), 2754-2769 (2008).
- [3] Bhatia, S., Egri-Nagy, A., Serdoz, S., Praeger, C. E., Gebhardt, V., & Francis, A. "A Path-deformation Framework for Determining Weighted Genome Rearrangement Distance". *Frontiers in Genetics*, 11, 1035 (2020).
- [4] Otness, K. T. "Graph Convolutions and Machine Learning" (Doctoral dissertation). [internet] (diunduh pada 8 Oktober 2021) tersedia pada <http://nrs.harvard.edu/urn-3:HUL.InstRepos:38811540> (2018).
- [5] Herstein, I. N., *Abstract Algebra* (3rd ed.), Prentice Hall, Inc (1996).
- [6] Wilson, R. J., *Introduction to Graph Theory* (5th ed.), Pearson (2010).
- [7] Gallian, J. A., *Contemporary Abstract Algebra* (9th ed.), Cengage Learning (2015).
- [8] Conrad, K., "Generating sets", [internet] (diunduh pada 21 Juni 2021), tersedia pada <https://kconrad.math.uconn.edu/blurbs/grouptheory/genset.pdf>
- [9] Konstantinova, E., "Vertex Reconstruction in Cayley Graphs", *Discrete Mathematics*, 309(3), 548-559 (2009).
- [10] West, D. B., *Introduction to Graph Theory* (Vol. 2), Prentice Hall, Inc (2001).

ISSN 2829-3770



9

772829

377007