

Konferensi Nasional MATEMATIKA 20 21



PROSIDING

Konferensi Nasional Matematika XX
Tahun 2021

Dipublikasikan Online Pada :
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology
e-ISSN : 2829-3770

Powered by
IndoMS



Organized by
Universitas Pattimura

PROSIDING

KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XX

“Peranan Ilmu Matematika dalam Menjawab Tantangan Bangsa yang Semakin Kompleks dan Dinamis di Era Revolusi Industri 4.0”

Diterbitkan oleh Universitas Pattimura

@Hak Cipta dilindungi Undang-undang

e-ISSN: 2829-3770

DOI issue: <https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX>

Dipublikasikan online pada:

Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology

Terindeks Oleh:



Mei 2022

Editor:

Dr. Harmanus Batkunde, S.Si, M.Si, Berny P. Tomasouw, S.Si, M.Si,
Taufan Talib, S.Pd., M.Si, M. I. Tilukay, S.Si, M.Si, Monalisa E. Rijoly, S.Si, M.Sc.
Z.A. Leleury, S.Si, M.Si, M. B. Mananggal, S.Pd., M.Pd., L. J. Sinay, S.Si, M.Sc.,
Y. A. Lesnussa, S.Si, M.Si. Vicardy Kempa, S.Si, M.Si. M. Yahya Matdoan, S.Si, M.Si.
Novalin C. Huwaa, S.Pd., M.Sc., D. L. Rahakbauw, S.Si, M.Si.

Design cover:

L. J. Sinay, S.Si, M.Sc

Ukuran: 29,7 x 21 cm

Tim *Reviewer*

1. Prof. Dr. Budi Nurani Ruchjana, M.S. (Universitas Padjajaran)
2. Prof. Dr. T. G. Ratumanan, M.Pd. (Universitas Pattimura)
3. Prof. Dr. W. Mataheru (Universitas Pattimura)
4. Dr. Eka Kurnia Lestari.(Universitas Singapebangsa)
5. Dr. Yundari. (Universitas Tanjungpura)
6. Dr. Delsi Kariman (STKIP PGRI Sumatera Barat)
7. Dr. Ch. Laamena. (Universitas Pattimura)
8. Dr. Moch Idris. (Universitas Lambung Mangkurat)
9. Dr. Daniel Salim. (Universitas Parahyangan)
10. Dr. Al Azhary Masta.(Universitas Pendidikan Indonesia)
11. Dr. Risnawita. (IAIN Bukittinggi)
12. Dr. Nicky K. Tumulun.(Universitas Negeri Manado)
13. Dr. Susilawati. (Politeknik Bengkalis Riau)
14. Dr. Debi Oktia Haryeni (Universitas Pertahanan)
15. Dr. Anderson Palinussa (Universitas Pattimura)
16. Dr. Harmanus Batkunde. (Universitas Pattimura)

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Tim Reviewer	ii
Kata Pengantar	iii
Susunan Panitia KNM XX	iv
Daftar Isi	vii

ALJABAR

KLASIFIKASI TITIK KRITIS POLINOMIAL DUA VARIABEL BERDERAJAT TIGA Afif Humam	1 – 8
KAJIAN KEKUATAN \mathbb{Z} - MODUL \mathbb{Q} SEBAGAI INSPIRASI MUNCULNYA KONSEP DAN SIFAT DALAM TEORI MODUL Sri Wahyuni, Yunita Septriana Anwar, I Putu Yudi Prabhadika	9 – 14
GRAF PEMBAGI NOL DARI RING KOMUTATIF Maria Vianney Any Herawati	15 – 20
IDEAL TAK TEREDUKSI KUAT ATAS SEMIRING KOMUTATIF Fitriana Hasnani, Nikken Prima Puspita	21 – 26
BATAS ATAS PADA NORM – TAK HINGGA DARI INVERS MATRIKS NEKRASOV Eddy Djauhari	27 – 32
KOREPRESENTASI KOALJABAR $F[G]$ Na'imah Hijriati, Indah Emilia Wijayanti	33 – 40
HUBUNGAN SIFAT BERSIH PADA RING, MODUL, KOMODUL DAN KOALJABAR Nikken Prima Puspita, Indah Emilia Wijayanti, Budi Surodjo	41 – 50
KONTRAKSI PERTINGKATAN PADA PERTINGKATAN PAULI $\mathfrak{S}\mathfrak{L}(N, \mathbb{C})$ Reynald Saputra, Gantina Rachmaputri	51 – 60

ANALISIS

BUKTI ALTERNATIF INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG LEBESGUE DENGAN EKSPONEN PEUBAH Dina Nur Amalina dan Denny Ivanal Hakim	61 – 66
SEGITIGA TITIK CIRCUMCENTER PADA MODIFIKASI TEOREMA NAPOLEON Yunisa Fadhilah Hartati, Mashadi	67 – 76
FUNGSI SIMETRI TERHADAP TITIK (a, b) DAN BEBERAPA SIFATNYA Firdaus Ubaidillah	77 – 82
INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG MORREY-ADAMS DAN OPERATOR MAKSIMAL FRAKSIONAL Daniel Salim, Moch. Taufik Hakiki, Denny Ivanal Hakim	83 – 90
PENDEKATAN KALKULUS HIDA UNTUK PROSES HERMITE Herry Pribawanto Suryawan	91 – 98
KETAKSAMAAN HARDY DI RUANG HERZ HOMOGEN Pebrudal Zanu, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi1	99 – 106
OPERATOR KANTOROVICH PADA RUANG MORREY DIPERUMUM Mu'afa Purwa Arsana, Denny Ivanal Hakim	107 – 114
PERLUASAN DEFINISI RATA-RATA VIA TEOREMA NILAI RATA-RATA Mochammad Idris	115 – 124
SISTEM EIGEN OPERATOR LAPLACE BERBASIS RUAS PADA SUATU POHON KUANTUM Moh. Januar I. Burhan, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi	125 – 134

SUKU BANYAK BERNSTEIN DAN OPERATOR KANTOROVICH UNTUK BEBERAPA FUNGSI YANG TIDAK KONTINU Reinhart Gunadi, Denny I. Hakim	135 – 142
KETERBATASAN OPERATOR TIPE VOLTERRA PADA RUANG MORREY ANALITIK $L_{p,\lambda}$ Moch Taufik Hakiki, Wono Setya Budhi, dan Denny Ivanal Hakim	585 - 590
KOMBINATORIK	
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF SIPUT DAN GRAF UBUR-UBUR Kevin Akbar, Kiki Ariyanti Sugeng	143 – 148
DIMENSI METRIK LOKAL PADA GRAF FLOWER DAN GRAF GEAR KORONA GRAF LINTASAN Salma Fauziyah Ashim, Tri Atmojo Kusmayadi, Titin Sri Martini	149 – 154
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF LILIN Rizqi Rachmadhani, Kiki Ariyanti Sugeng	155 – 160
PELABELAN HARMONIS PADA GRAF SEGITIGA BELAH KETUPAT VARIASI LM_n Evi Maharani, Kurniawan Atmadja	161 – 164
PEWARNAAN SIMPUL r – DINAMIS PADA GRAF TERATAI T_n Audi Fierera, Kiki A. Sugeng	165 – 170
SIFAT-SIFAT GRAF CAYLEY GRUP S_n Afifan Hadi, Kiki Ariyanti Sugeng	171-176
PENDIDIKAN MATEMATIKA	
LKPD BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING BERBANTUAN ALAT PERAGA PADA MATERI LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME PRISMA DAN LIMAS Fithroh Nafa Dzillah, Latifah Mustofa Lestyanto	177 – 182
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA DARING BERBASIS MODEL PENEMUAN TERBIMBING MENGGUNAKAN LIVEWORKSHEETS PADA MATERI PRISMA DAN LIMAS Sania Sururul Khususna, Latifah Mustofa Lestyanto, Eddy Budiono	183 – 188
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA BERBASIS MASALAH BERBANTUAN GOOGLE FORM UNTUK PEMAHAMAN KONSEP SISWA KELAS VII SMP PADA MATERI SEGITIGA DAN SEGIEMPAT Herlin Oktavita, Latifah Mustofa Lestyanto2	189 – 194
EKSPLORASI ETNOMATEMATIKA PADA GELANG MANIK-MANIK KHAS DAYAK KALIMANTAN SEBAGAI SUMBER PENYUSUNAN LKPD Silvia	195 – 206
ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA DENGAN PEMBELAJARAN MODEL BRAIN BASED LEARNING BERBASIS LEARNING MANANGEMENT SYSTEM N. R. Mumtaz, M. Asikin	207 – 214
PENGEMBANGAN ASESMEN ALTERNATIF DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA KONTEKS LINGKUNGAN LAHAN BASAH UNTUK SISWA TINGKAT SMP/MTS Muhammad Rizal, Noor Fajriah, Agni Danaryanti	215 – 222
MATERI PENGAYAAN TEORI BILANGAN DASAR DI SEKOLAH DASAR Awanga Dijayangrana, Hilda Assiyatun	223-228
KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS TULIS MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH VOLUME BENDA PUTAR MELALUI MODEL PERKULIAHAN KOLABORATIF Fadhila Kartika Sari, Anies Fuady	229 – 236
PERAN PENULISAN JURNAL DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SECARA DARING DI MASA PANDEMI COVID-19	237 – 244

Gusti Firda Khairunnisa, Frida Siswiyanti	
ANALISIS KRUSKAL WALLIS UNTUK MENGETAHUI TINGKAT KOSENTRASI BELAJAR MAHASISWA BERDASARKAN PROGRAM STUDI	245 – 250
Venessa Y. A. Brabar, Grace A. V. Hikoyabi, Agustinus Langowuyo	
ANALISIS PENGARUH PEMANFAATAN INTERNET TERHADAP MINAT BELAJAR MAHASISWA PRODI STATISTIKA	251 – 258
Mariana Tanawani, Meilani Yarangga, dan Agustinus Langowuy	
PENGARUH PROSES BELAJAR MENGAJAR LURING DAN DARING TERHADAP HASIL BELAJAR MAHASISWA JURUSAN MATEMATIKA ANGAKATAN 2018 FMIPA UNIVERSITAS CENDERAWASIH	259 – 264
Dewi Rahmawati, Tiara A. Nadapdap, Agustinus Langowuyo	
PENILAIAN ESAI MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN MESIN	265 – 270
Farah Qotrunnada, Marcus Wono Setya Budhi, Hilda Assiyatun	
PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS ETNOMATEMATIKA BUDAYA MASYARAKAT NEGERI TULEHU PADA MATERI SEGIEMPAT DAN SEGITIGA UNTUK SISWA DI KELAS VII MTS NEGERI I MALUKU TENGAH.	271 – 276
Heni Rahim, W. Mataheru, J. Takaria	
PENERAPAN FUZZY LINEAR PROGRAMMING UNTUK OPTIMASI PRODUKSI TAHU (STUDI KASUS DI DESA TANJUNGREJO KABUPATEN JEMBER)	277 – 284
Anisa Wahyu Illahi, Agustina Pradjaningsih, Abduh Riski	
PENENTUAN SOLUSI FISIBEL AWAL MASALAH TRANSPORTASI DENGAN MINIMUM DEMAND METHOD	285 – 292
Ulniyatul Ula, Siti Khabibah, Robertus Heri S.U	
OPTIMALISASI RUTE DAN PENJADWALAN PENGANGKUTAN SAMPAH DENGAN METODE INSERTION HEURISTIC DAN INTRA- ROUTE IMPROVEMENT (STUDI KASUS: UNIVERSITAS BRAWIJAYA MALANG)	293 – 298
Fara El Nandhita Pratiwi	
MODEL MATEMATIS RUTE WISATA DI RIAU DENGAN MENGGUNAKAN PEMROGRAMAN GOL	299 – 312
Ihda Hasbiyati, Hasriati, T. P. Nababan	
 MATEMATIKA TERAPAN	
MODEL SUSCEPTIBLE INFECTED RECOVERED (SIR) PADA DEMAM BERDARAH DENGUE (DBD)	313 – 320
Oscar Andhry Barata, Rahmat, Rengga Nanda Pramudya	
ANALISA PERSAMAAN DIFERENSIAL ORDE FRAKSIONAL NUMERIK MENGGUNAKAN METODE EULER DAN APLIKASINYA	321 – 326
Leli Deswita, Syamsudhuha, Asral. M	
TERAPAN FUNGSI SIGMOID UNTUK MENENTUKAN NILAI MAKSIMAL KOEFISIEN GAYA ANGKAT DAN SUDUT STALL PADA KURVA LINEAR C_L TERHADAP α	327 – 334
Angga Septiyana, Singgih Satrio W, Fuad Surastyo P, Try Kusuma Wardana, Ardian Rizaldi, Novita Atmasari, Eries Bagita Jayanti, Prasetyo Ardi P	
IMPLEMENTASI DEEP LEARNING UNTUK KLASIFIKASI GAMBAR MENGGUNAKAN CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK (CNN) PADA BATIK SASAMBO	335 – 340
Muna Malika, Edy Widodo	
 STATISTIKA	
PENERAPAN MODEL SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (STARI(1,1,1)) PADA DATA NTP TANAMAN PANGAN DARI TIGA PROVINSI DI PULAU JAWA	341 -350
Fajriatus Sholihah, Kartika Sari, Budi Nurani Ruchjana, Toni Toharudin	
ANALISIS KORESPONDENSI BERGANDA UNTUK MENGETAHUI INDIKATOR-INDIKATOR YANG MEMPENGARUHI KEJADIAN LOW BACK PAIN PADA KUSIR	351 - 358

KUDA/DELMAN DI KOTA CIMAH I TAHUN 2019	
Dhita Diana Dewi, Fajriatus Sholihah, Rosa Rosmanah, Lucy Fitria Dewi, Mochamad Yudhi Afrizal, Irlandia Ginanjar	
PROSES POISSON NON HOMOGEN DAN PENERAPANNYA PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	359 – 362
Viona Prisyella Balqis, Muhammad Herlambang Prakasa Yudha, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN DISTRIBUSI STASIONER RANTAI MARKOV PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	363 – 370
Tubagus Robbi Megantara, Ayun Sri Rahmani, Budi Nurani Ruchjana	
SPATIAL CLUSTER ING DENGAN METODE SKATER (K'LUSTER ANALYSIS BY TREE EDGE REMOVAL) UNTUK PENGELOMPOKAN SEBARAN COVID-19 DI KABUPATEN TULUNGAGUNG	371 – 380
Danang Ariyanto, Henny Pramodyo, Novi Nur Aini	
ANALISIS KLASTER KABUPATEN/KOTA INDONESIA BERDASARKAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DENGAN MODEL MIXTURE SKEW-T	381 – 388
Kristoforus Exelsis Pratama, Irwan Susanto, Yuliana Susanti	
ANALISIS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN BURU SELATAN DENGAN MENGGUNAKAN REGRESI LINIER BERGANDA	389 – 396
Muhidin Jariyah, Inayah. P. F. Solong, Juan C. S. Jamco	
TINJAUAN KEPUTUSAN HIPOTESA FUZZY BERBASIS P-VALUE FUZZY (STUDI KASUS DATA COVID-19 DI NUSA TENGGARA BARAT)	397 – 404
Wahidaturrahmi	
PENERAPAN METODE AUTO SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS PADA PERAMALAN DATA INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA	405 – 410
Andreas Reza Chrisantama*, Winita Sulandari, Sugiyanto	
PERAMALAN JUMLAH PRODUKSI PERIKANAN DI KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL	411 – 418
Asrul Irfanullah, Claudia Sumanik, Romy Makatita	
ANALISIS PENGARUH STRUKTUR KONSUMSI AKHIR RUMAH TANGGA BERDASARKAN KOMPONEN PENGELUARAN KABUPATEN BURU SELATAN PERIODE 2015 – 2019 DENGAN RAKL	419 – 424
Nikita A. Putiray, Dea M. Tuhumury, Angel M.P. Manuputty	
EKSPLORASI SISA USIA BEARING MENGGUNAKAN DISTRIBUSI WEIBULL	425 – 430
Sutawanir Darwis, Nusar Hajarisman, Suliadi, Achmad Widodo	
PENERAPAN MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE (VARIMA) UNTUK PRAKIRAAN INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DAN KURS RUPIAH TERHADAP USD	431 – 442
Ani Pertiwi, Lucy Fitria Dewi, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENGELOMPOKAN JUMLAH PENDUDUK KABUPATEN BURU SELATAN BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA TAHUN 2018 DENGAN ALGORITMA K- MEANS	443 – 450
Samir Radjid, Nadia Istifarin, Meylani Tuasella	
PENERAPAN METODE ARIMAX PADA PERAMALAN PRODUKSI DAGING SAPI DI SUKOHARJO	451 – 458
Fitrian Nur Ardyansyah, Winita Sulandari, Sugiyanto	
ANALISIS KEPUASAN DAN POSITIONING SELLER E-MARKETPLACE DENGAN MENGGUNAKAN IMPORTANCE PERFORMANCE ANALYSIS DAN BILOT	459 – 464
Farah Dibah, Dwi Endah Kusri	
KLASTERISASI LOKASI PASAR KABUPATEN BANYUMAS GUNA MEMPERMUDAH UPTD DALAM MENGELOLA KELAS PASAR	465 – 470
Pradini Nurul Safitri, Abdullah Ahmad Dzikrullah	

PENGARUH MOTIVASI INTRINSIK DAN KEPUASAN KERJA TERHADAP ORGANIZATIONAL CITIZENSHIP BEHAVIOR	471 – 476
Diya Kasih Puspitasari, Dwi Endah Kusrini	
KLASTERING JUMLAH PENDUDUK BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA KECAMATAN LEKSULA TAHUN 2018 DENGAN MENGGUNAKAN METODE ALGORITMA K-MEANS	477 – 484
Morensi T. Risakotta, Rensya Siwalette, Rola E. Leasa	
PERAMALAN DENGAN METODE SIMPLE MOVING AVERAGE DAN DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING BROWN (STUDI KASUS: JUMLAH CURAH HUJAN DAN JUMLAH HARI HUJAN KABUPATEN BURU SELATAN)	485 – 494
Apriano R. Narahawarin, Ravensky Silangen, Rahania Patiekon	
PERAMALAN GARIS KEMISKINAN KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING DARI HOLT	495 – 502
Ade Irma La Murdani, Intan Gainau, Unique Resiloy	
ANALISIS PERBEDAAN PENDAPATAN TOKO WALET MAS SEBELUM DAN SESUDAH PANDEMI COVID-19 DENGAN METODE MANN-WHITNEY	503 – 508
Marselina Ema Koten, Yunida Kurniasih, Agustinus Langowuyo	
ANALISIS PENGARUH BELANJA DAERAH, JUMLAH PENDUDUK, DAN PDRB TERHADAP PENDAPATAN DAERAH DI KABUPATEN BURU SELATAN TAHUN 2013-2020	509 – 516
Dephie Latumahina, Martje Riry, Olfen Sabono	
UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI RAYLEIGH BIVARIAT MENGGUNAKAN UJI KOLMOGOROV-SMIRNOV BIVARIAT PADA DATA HASIL PERTANDINGAN PERSIB BANDUNG	517 – 522
Wulan Jati Nuraya, Aceng Komarudin Mutaqin	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) UNTUK PERAMALAN BANYAKNYA KASUS TERKONFIRMASI DAN KASUS SEMBUH COVID-19 DI INDONESIA	523 – 532
Sri Indra Maiyanti, Mahrudinda, Al Fataa W. Haq, Budi Nurani Ruchjana	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) DAN PENERAPANNYA PADA DATA PERKEMBANGAN HARGA ECERAN BERAS DI TIGA IBU KOTA PROVINSI WILAYAH PULAU JAWA	533 – 544
Zulfa Hidayah Satria Putri, Asri Yuniar, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN METODE REGRESI LINEAR BERGANDA UNTUK MELIHAT PENGARUH JUMLAH PENDUDUK DAN LUAS WILAYAH TERHADAP JUMLAH PENGGUNA LISTRIK DI KECAMATAN AMBALAU KABUPATEN BURU SELATAN	545 – 552
Fadly Ode, Nur Statib J, Elsy Malwewar	
ANALISIS TINGKAT KEGEMARAN AYAM GEPUK PAK GEMBUS DARI BERBAGAI JENIS PAKET MELALUI PENDEKATAN UJI STATISTIK	553 – 558
Maharani Tiara Pramuditya, Evan Claude Boudewijn Kainama, Agustinus Langowuyo	
SIMULASI PERGERAKAN HARGA SAHAM MENGGUNAKAN MODEL GERAK BROWN GEOMETRIK DENGAN R STUDIO	559 – 564
Ahmad Fawaid Ridwan, Rizki Apriva Hidayana, Budi Nurani Ruchjana	
PENAKSIRAN RATA-RATA <i>EXCESS CLAIM</i> PESERTA DARI PERUSAHAAN PEMBERI LAYANAN KESEHATAN PT. X	565 – 572
Wildan*, Indah Permatasari, and Aceng Komarudin Mutaqin	
PENGARUH SELF EFFICACY DAN MOTIVASI BELAJAR TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA KELAS VII SMP NEGERI 3 GANTUNG	573 – 584
Alperu, Nerru Pranuta Murnaka*, Indra Bayu M, Andy Wahyu H	

PEWARNAAN SIMPUL r –DINAMIS PADA GRAF TERATAI T_n

Audi Fierera*, Kiki A. Sugeng

Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Indonesia, Depok 16424, Indonesia
*e-mail: audi.fierera@sci.ui.ac.id

Abstrak. $G = (V, E)$ merupakan pasangan dari himpunan V tak kosong dan berhingga yang dinamakan sebagai himpunan simpul dan himpunan E yang seluruh elemennya merupakan subhimpunan dari dua elemen dari V atau bisa disebut juga dengan busur. Pewarnaan dinamis didefinisikan sebagai pewarnaan tepat sedemikian sehingga untuk setiap simpul berderajat minimal dua mempunyai lebih dari satu warna yang berbeda pada setiap simpul-simpul tetangga. Pewarnaan r –dinamis merupakan bentuk perumuman dari pewarnaan dinamis. Misalkan r merupakan bilangan bulat positif. Pewarnaan r –dinamis dengan k –warna pada suatu graf G adalah pewarnaan tepat simpul dengan k –warna pada graf G sedemikian sehingga untuk setiap simpul v maka himpunan tetangganya akan menggunakan warna setidaknya $\min\{r, \deg(v)\}$. nilai minimal k untuk graf G pada pewarnaan r –dinamis dengan k –warna disebut dengan bilangan kromatik r –dinamis pada graf G , dan dapat dinotasikan dengan $\chi_r(G)$. Graf teratai T_n merupakan hasil dari operasi korona antara graf lengkap K_1 dengan graf bintang S_n ($K_1 \odot S_n$) yang kemudian $n - 1$ simpul pada graf bintang digantikan menjadi $n - 1$ simpul baru dan terhubung pada simpul pusat pada graf bintang. Sehingga, graf teratai akan memiliki $2n + 2$ simpul dan $2n + 1$ busur. Dari hasil konstruksi dengan menggunakan definisi pewarnaan r –dinamis pada graf teratai T_n , diperoleh bilangan kromatik graf teratai T_n adalah $\chi_r(T_n) = 3$, untuk $r = 1$ dan 2 , serta $\chi_r(T_n) = \min(r, 2n + 1) + 1$ untuk $r \geq 3$.

Kata kunci: bilangan kromatik r –dinamis, graf teratai T_n , pewarnaan r –dinamis

1 PENDAHULUAN

Pewarnaan dinamis didefinisikan sebagai pewarnaan tepat sedemikian sehingga untuk setiap simpul berderajat minimal dua mempunyai lebih dari satu warna yang berbeda pada setiap simpul ketetanggaannya. Bilangan kromatik untuk pewarnaan dinamis dari suatu graf G , dinotasikan sebagai $\chi_d(G)$. Pewarnaan r –dinamis merupakan bentuk perumuman dari pewarnaan dinamis, yaitu pewarnaan tepat simpul dengan k –warna pada graf G sedemikian sehingga untuk setiap simpul v menerima setidaknya $\min\{r, d(v)\}$ warna untuk simpul tetangga. Nilai minimal k untuk graf G pada pewarnaan r –dinamis dengan k –warna disebut dengan bilangan kromatik r –dinamis pada graf G , dan dapat dinotasikan sebagai $\chi_r(G)$ [7].

Graf teratai T_n merupakan salah satu graf hasil operasi korona, yakni hasil dari operasi korona antara graf lengkap K_1 dengan graf bintang S_n yang kemudian ditambahkan sebanyak

$n - 1$ buah salinan simpul baru dan masing-masing simpul ini dihubungkan pada simpul pusat graf bintang. Sehingga, graf teratai memiliki $2n + 2$ simpul dan $2n + 1$ busur [4].

Penelitian terkini mengenai pewarnaan r -dinamis untuk beberapa graf khusus sudah dilakukan, seperti graf prisma dan sirkulan [6] dan bilangan kromatik dinamis pada graf bipartit [2]. Namun, untuk pewarnaan simpul r -dinamis pada graf teratai T_n masih menjadi masalah terbuka.

2. TEORI PENDUKUNG

2.1 Istilah Dasar dalam Graf

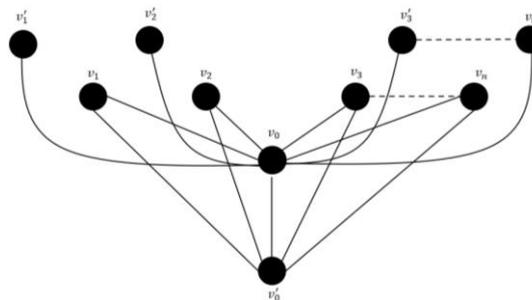
Suatu graf $G = (V, E)$ merupakan pasangan dari himpunan V yang tak kosong dan berhingga, dinamakan sebagai himpunan simpul, dan himpunan E yang elemennya merupakan subhimpunan dari dua elemen dari V dan disebut sebagai busur [3]. Sebagai bentuk penyederhanaan penulisan, jika $u, v \in V$, maka notasi dari busur $\{u, v\}$ dapat dinotasikan sebagai uv . Jika uv merupakan suatu busur dari G , maka dapat dikatakan bahwa u dan v bertetangga pada G . Dengan kata lain, simpul u dan v dikatakan bertetangga apabila keduanya terhubung langsung dengan suatu busur e [3].

2.2 Operasi Korona pada Graf

Misalkan G_1 merupakan sebuah graf dengan orde n dan G_2 merupakan sembarang graf tak kosong, operasi korona dari graf G_1 dan G_2 dinotasikan sebagai $G_1 \odot G_2$ yang dihasilkan dari G_1 dan G_2 dengan mengambil sebuah G_1 dan n buah salinan G_2 dan menghubungkan simpul ke- i dari G_1 dengan setiap simpul pada salinan ke- i dari G_2 [1].

2.3 Graf Teratai T_n

Graf teratai merupakan hasil dari operasi korona antara graf lengkap K_1 dengan graf bintang S_n yang kemudian ditambahkan sebanyak $n - 1$ buah salinan simpul baru dan masing-masing simpul tersebut dihubungkan pada simpul pusat graf bintang. Sehingga, graf teratai memiliki $2n + 2$ simpul dan $2n + 1$ busur [4]. Ilustrasi dari graf teratai dapat dilihat pada Gambar 1. Graf bintang S_n yang dimaksud adalah graf bintang dengan $n + 1$ simpul dan n buah simpul daun.



Gambar 1. Graf Teratai T_n

2.3 Pewarnaan Simpul

Pewarnaan simpul (*proper coloring*) dari graf G merupakan penetapan warna untuk simpul yang ada pada graf G , satu warna untuk masing-masing simpulnya, sedemikian sehingga simpul yang bertetangga diberikan warna yang berbeda. Banyak warna terkecil yang dibutuhkan dalam memberikan warna pada graf G , disebut dengan bilangan kromatik simpul dari graf G , dapat dinotasikan dengan $\chi(G)$. Jika graf G dapat diberi warna sebanyak

k –warna, maka dapat dikatakan bahwa graf G adalah k –colorable. Jika $\chi(G) = k$, maka dapat dikatakan bahwa G adalah k –kromatik [3].

2.4 Pewarnaan Dinamis

Pewarnaan dinamis didefinisikan sebagai pewarnaan tepat (*proper coloring*) sedemikian sehingga untuk setiap simpul berderajat minimal dua mempunyai lebih dari satu warna yang berbeda pada setiap simpul-simpul ketetanggaannya. Pewarnaan dinamis merupakan suatu pemetaan c dari V ke himpunan warna sedemikian sehingga memenuhi kondisi berikut:

- Jika $uv \in E(G)$, maka $c(u) \neq c(v)$, dan
- $\forall v \in V(G)$, $|c(N(v))| \geq \min\{2, d(v)\}$

dengan $N(v)$ adalah banyaknya tetangga pada simpul v [7].

2.5 Pewarnaan r –Dinamis

Pewarnaan r –dinamis merupakan bentuk perumuman dari pewarnaan dinamis yang telah diungkapkan oleh Montgomery (2001). Misalkan r merupakan bilangan bulat positif. Pewarnaan r –dinamis dengan k –warna pada suatu graf G adalah pewarnaan tepat simpul dengan k –warna pada graf G sedemikian sehingga untuk setiap simpul v menerima setidaknya $\min\{r, d(v)\}$ warna untuk simpul ketetanggaannya. Nilai minimal k untuk graf G pada pewarnaan r –dinamis dengan k –warna disebut dengan bilangan kromatik r –dinamis pada graf G , dan dapat dinotasikan dengan $\chi_r(G)$ [7, 8].

Teorema 1 [7] *Bilangan kromatik dinamis untuk lingkaran C_n adalah:*

$$\chi_d(C_n) = \begin{cases} 5, & \text{jika } n = 5, \\ 3, & \text{jika } n = 3k, k \geq 1, \\ 4, & \text{jika } n \text{ lainnya.} \end{cases}$$

Bukti. Misalkan $v_1v_2 \dots v_nv_1$ menyatakan sebuah graf lingkaran C_n . Perhatikan bahwa tiga simpul berurutan dari sebuah lingkaran harus diberi warna berbeda dalam pewarnaan dinamis graf lingkaran C_n , karena hanya simpul pertama dan ketiga yang merupakan tetangga dari simpul kedua dan harus diberi warna yang berbeda dan juga harus berbeda dari simpul kedua. Karena setiap tiga simpul berurutan diberikan warna yang berbeda, maka $c(v_1), c(v_2)$, dan $c(v_3)$ haruslah merupakan tiga warna yang berbeda pada pewarnaan dinamis pada graf lingkaran C_5 . Karena v_4, v_5 , dan v_1 merupakan tiga simpul berurut, maka haruslah $c(v_4) \neq c(v_1) \neq c(v_5)$ dan karena v_2, v_3 , dan v_4 merupakan tiga simpul berurut, maka haruslah $c(v_4) \neq c(v_2) \neq c(v_3)$. Sehingga, kelima simpul pada graf lingkaran C_5 haruslah diberikan warna yang berbeda, maka $\chi_d(C_5) = 5$.

Untuk $n = 3k$, karena untuk setiap tiga simpul berurutan haruslah diberikan warna yang berbeda, maka dapat dilakukan pewarnaan seperti $1,2,3,1,2,3, \dots, 1,2,3$. Maka, berdasarkan hasil pewarnaan tersebut menunjukkan bahwa $\chi_d(C_{3k}) = 3$.

Untuk $k \geq 1$, andaikan $\chi_d(C_{3k+1}) = 3$. Setiap tiga simpul berurutan akan diberikan warna yang berbeda, dengan menggunakan warna 1,2, dan 3. Sehingga didapati pewarnaan seperti $1,2,3,1,2,3, \dots, 1,2,3, c(v_{3k+1}), 1$. Hasil tersebut memberikan kesimpulan bahwa $c(v_{3k+1}) \neq 1, 2$, atau 3. Maka, $\chi_d(C_{3k+1}) \geq 4$ dengan hasil pewarnaan $1,2,3,1,2,3, \dots, 1,2,3,4,1$ menunjukkan bahwa $\chi_d(C_{3k+1}) = 4$.

Untuk $k \geq 2$, andaikan $\chi_d(C_{3k+2}) = 3$. Dengan cara yang serupa untuk kasus $n = 3k + 1$, maka pewarnaan yang akan dihasilkan adalah seperti $1,2,3,1,2,3, \dots, 1,2,3,1, c(v_{3k+1}), 1$. Hasil tersebut memberikan kesimpulan bahwa $c(v_{3k+2}) \neq 1, 2$, atau 3, maka, $\chi_d(C_{3k+2}) \geq 4$. Hasil pewarnaan $1,2,3,1,2,3, \dots, 4,2,1,4,3,1$ menunjukkan bahwa $\chi_d(C_{3k+2}) = 4$. ■

Teorema 2 [7]

Jika $r \geq 2$, maka *bilangan kromatik r – dinamis untuk lingkaran C_n adalah:*

$$\chi_r(C_n) = \begin{cases} 5, & \text{jika } n = 5, \\ 3, & \text{jika } n = 3k, k \geq 1 \\ 4, & \text{jika } n \text{ lainnya} \end{cases}$$

Bukti. Untuk setiap $r \geq 2, \chi_r(C_n) \geq \chi_2(C_n)$, dan untuk kasus $r = 2$ dan untuk setiap $n \geq 3$ (telah dibuktikan pada Teorema 1) memiliki nilai seperti di atas. Karena pada pewarnaan setiap kasus dari Teorema 1 merupakan pewarnaan graf lingkaran C_n yang telah memenuhi definisi pewarnaan r –dinamis untuk setiap $r \geq 2$, maka hasil yang sama akan diperoleh untuk $\chi_r(C_n)$ untuk setiap $r \geq 2$. ■

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini dijelaskan mengenai hasil konstruksi pewarnaan r –dinamis dari bentuk umum graf teratai T_n . Sebelum itu, akan diperkenalkan teorema mengenai bilangan kromatik r –dinamis pada graf bintang S_n .

Teorema 3 *Suatu graf bintang S_n memiliki bilangan kromatik r – dinamis,*

$$\chi_r(S_n) = \min(r, n) + 1; \quad r \geq 1, n \geq 3.$$

Bukti. Misalkan v_0 merupakan simpul pusat dari graf bintang S_n dengan $\text{deg}(v_0) = n$ dan v_0 memiliki label warna $c(v_0)$. Diketahui bahwa $v_i, 1 \leq i \leq n$, merupakan simpul-simpul daun yang merupakan tetangga dari v_0 , dengan $\text{deg}(v_i) = 1$. Misalkan v_i memiliki label warna $c(v_i), 1 \leq i \leq n$. Setiap simpul tetangga dari v_0 sudah memenuhi definisi pewarnaan r –dinamis, dengan $|c(N(v_i))| \geq \min(r, 1)$ untuk $r \geq 1$, yakni untuk setiap simpul daun memiliki tetangga dengan satu warna berbeda dengan $c(v_i)$, yakni $c(v_0)$. Selanjutnya, karena v_0 memiliki $\text{deg}(v_0) = n$, maka untuk memenuhi definisi pewarnaan dinamis, haruslah memenuhi $|c(N(v_0))| \geq \min(r, n)$. Hal ini mengakibatkan bahwa $c(v_i)$ akan memiliki sebanyak $\min(r, n)$ warna. Dengan demikian untuk melakukan pewarnaan r –dinamis pada graf bintang S_n dibutuhkan setidaknya $\min(r, n) + 1$ warna, dengan kata lain $\chi_r(S_n) = \min(r, n) + 1$ untuk $r \geq 1$. ■

Teorema 4 *Misalkan G merupakan suatu graf teratai T_n , maka:*

$$\chi_r(T_n) = \begin{cases} 3, & r = 1 \text{ dan } 2, n \geq 3, \\ \min(r, 2n + 1) + 1, & r \geq 3, n \geq 3. \end{cases}$$

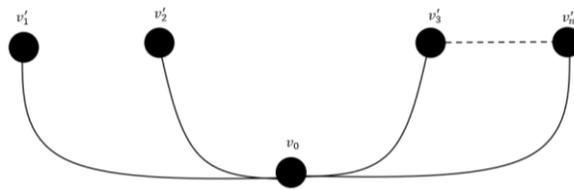
Bukti.

Kasus $r = 1$

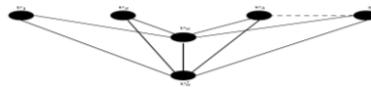
Misalkan G_3 adalah subgraf dari T_n , dimana konstruksi dari G_3 isomorfisma dengan graf bintang S_n dengan $E = \{\{v_0, v_k\} | 1 \leq k \leq n\}$ dan $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$. Ilustrasi dari G_3 dapat dilihat pada Gambar 2. Berdasarkan Teorema 3, bilangan r –kromatik dari graf bintang adalah $\chi_r(G_3) = \min(1, n) + 1$ untuk $r = 1$, maka misalkan pula G_4 merupakan graf $T_n - G_3$. Ilustrasi dari G_4 dapat dilihat pada Gambar 3. Pada graf G_4 dapat dilihat bahwa terdapat n buah subgraf lingkaran C_3 . Berdasarkan definisi pewarnaan r –dinamis, maka untuk $r = 1$, setiap simpul di T_n setidaknya memiliki satu simpul tetangga dengan warna yang berbeda, atau dalam hal ini bisa disebut dengan pewarnaan tepat. Karena terdapat n buah lingkaran C_3 , maka berdasarkan Teorema 1, setidaknya dibutuhkan tiga warna untuk mewarnai graf tersebut. Misalkan untuk n buah subgraf lingkaran

$C_3: v_0 v_0' v_1 v_0, v_0 v_0' v_2 v_0, v_0 v_0' v_3 v_0, \dots, v_0 v_0' v_n v_0$, dimana v_0 dan v_0' menjadi simpul

irisan dari n buah subgraf lingkaran C_3 tersebut. Karena v_0 dan v_0' merupakan simpul irisan dari n buah subgraf lingkaran C_3 , maka dalam hal ini v_0 dan v_0' akan memiliki warna yang tetap meskipun r bertambah. Misalkan $c(v_0)$ dan $c(v_0')$ merupakan label warna untuk v_1 dan v_2 , dimana $c(v_0) \neq c(v_0')$. Karena $r = 1$ dan antara simpul $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ tidak saling bertetangga, maka $c(v_1), c(v_2), c(v_3),$ hingga $c(v_n)$ dapat dilabeli warna yang sama selain $c(v_0)$ dan $c(v_0')$, maka diperoleh bahwa $\chi_r(G_4) = 3$ untuk $r = 1$ dan untuk $v_1', v_2', v_3', \dots, v_n'$ dapat menggunakan warna yang sudah digunakan selain $c(v_0)$ agar memenuhi definisi pewarnaan r -dinamis. Karena simpul v_0 merupakan simpul bersama dari graf G_3 dan G_4 maka untuk menghitung bilangan kromatik T_n , banyak warna pada salah satu bilangan kromatik G_4 atau G_3 dapat dikurangi satu, sehingga bilangan kromatik graf teratai T_n adalah $\chi_r(T_n) = 3$, untuk $r = 1$.



Gambar 2. Graf G_3



Gambar 3. Graf G_4

Kasus $r = 2$

Dengan menggunakan cara yang serupa seperti kasus $r = 1$, diperoleh bahwa untuk kasus $r = 2$, memiliki hasil yang sama dengan kasus $r = 1$. Sehingga, kasus untuk $r = 2$ memiliki bilangan kromatik dinamis $\chi_2(T_n) = 3$.

Kasus $r \geq 3$

Dengan menggunakan cara yang serupa seperti kasus $r = 1$, diperoleh bahwa untuk kasus $r = 3$ bilangan kromatik graf teratai T_n adalah $\chi_r(T_n) = \min(r, 2n + 1) + 1$. Nilai r maksimal yang dapat digunakan adalah $2n + 1$, karena $\Delta(T_n) = 2n + 1$. Karena, ketika pewarnaan r -dinamis menggunakan r yang melebihi dari derajat terbesar simpul pada graf T_n , maka sesuai definisi pewarnaan r -dinamis, akan tetap menghasilkan pewarnaan dengan $r = \Delta(T_n)$. Maka diperoleh bilangan kromatik graf teratai T_n adalah $\chi_r(T_n) = 3$, untuk $r = 1$ dan 2 serta $\chi_r(T_n) = \min(r, 2n + 1) + 1$ untuk $r \geq 3$. ■

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan pewarnaan r -dinamis pada graf teratai T_n yang telah dibahas, diperoleh kesimpulan:

1. Suatu graf bintang S_n , memiliki bilangan r -kromatik,

$$\chi_r(S_n) = \min(r, n) + 1, \quad r \geq 1, n \geq 3.$$
2. Suatu graf teratai T_n memiliki bilangan r -kromatik,

$$\chi_r(T_n) = \begin{cases} 3, & r = 1 \text{ dan } 2, n \geq 3, \\ \min(r, 2n + 1) + 1, & r \geq 3, n \geq 3. \end{cases}$$

Dengan nilai r maksimal yang dapat digunakan adalah $2n + 1$, karena $\Delta(T_n) = 2n + 1$. Ketika pewarnaan r -dinamis menggunakan r yang melebihi dari derajat terbesar simpul pada graf T_n , maka sesuai definisi pewarnaan r -dinamis, akan tetap menghasilkan pewarnaan dengan $r = \Delta(T_n)$.

Pewarnaan r -dinamis pada graf teratai T_n yang dilakukan pada penelitian ini, menggunakan pewarnaan simpul r -dinamis. Dengan demikian penelitian dapat dilanjutkan dengan melakukan pewarnaan sisi r -dinamis atau dapat melakukan pewarnaan total r -dinamis pada graf teratai maupun graf lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] V. S. Agnes, Degree Distance and Gutman Index of Corona Product of Graphs. *Transactions on Combinatorics*, 4, 11-23 (2015).
- [2] S. Akbari, S. Jananbekam, and M. Ghanbari, On the Dynamic Chromatic Number of Graphs. *Contemporary Mathematics – American Mathematical Society*, 513, 11 –18 (2010).
- [3] G. Chartrand, and P. Zhang, *A First Course in Graph Theory*. New York: Dover Publications, Inc (2012).
- [4] S. Fatimah, I. W. Sudarsana, and S. Musdalifah, Pelabelan $L(2,1)$ Pada Operasi Beberapa Kelas Graf. *JIMT*, 13(2), 73-84 (2016).
- [5] S. Jahanbekam, J. Kim, S. O, and D. B. West. On r -dynamic coloring of graphs. *Discrete Applied Mathematics*, 206, 65-72 (2016).
- [6] D. E. W. Meganingtyas. *Analisis Pewarnaan r -dinamis pada Graf-Graf Khusus*. Tesis. Digital Repository Universitas Jember (2015).
- [7] B. Montgomery. *Dynamic Coloring of Graphs*. Tesis. West Virginia University (2001).
- [8] A. Taherkhani. On r -Dynamic Chromatic Number of Graphs. *Discrete Applied Mathematics*, 201, 222 –227 (2016).

ISSN 2829-3770



9 772829 377007