

Konferensi Nasional MATEMATIKA 20 21



PROSIDING

Konferensi Nasional Matematika XX
Tahun 2021

Dipublikasikan Online Pada :
Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology
e-ISSN : 2829-3770

Powered by
IndoMS



Organized by
Universitas Pattimura

PROSIDING

KONFERENSI NASIONAL MATEMATIKA XX

“Peranan Ilmu Matematika dalam Menjawab Tantangan Bangsa yang Semakin Kompleks dan Dinamis di Era Revolusi Industri 4.0”

Diterbitkan oleh Universitas Pattimura

@Hak Cipta dilindungi Undang-undang

e-ISSN: 2829-3770

DOI issue: <https://doi.org/10.30598/PattimuraSci.2021.KNMXX>

Dipublikasikan online pada:

Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology

Terindeks Oleh:



Mei 2022

Editor:

Dr. Harmanus Batkunde, S.Si, M.Si, Berny P. Tomasouw, S.Si, M.Si,
Taufan Talib, S.Pd., M.Si, M. I. Tilukay, S.Si, M.Si, Monalisa E. Rijoly, S.Si, M.Sc.
Z.A. Leleury, S.Si, M.Si, M. B. Mananggal, S.Pd., M.Pd., L. J. Sinay, S.Si, M.Sc.,
Y. A. Lesnussa, S.Si, M.Si. Vicardy Kempa, S.Si, M.Si. M. Yahya Matdoan, S.Si, M.Si.
Novalin C. Huwaa, S.Pd., M.Sc., D. L. Rahakbauw, S.Si, M.Si.

Design cover:

L. J. Sinay, S.Si, M.Sc

Ukuran: 29,7 x 21 cm

Tim *Reviewer*

1. Prof. Dr. Budi Nurani Ruchjana, M.S. (Universitas Padjajaran)
2. Prof. Dr. T. G. Ratumanan, M.Pd. (Universitas Pattimura)
3. Prof. Dr. W. Mataheru (Universitas Pattimura)
4. Dr. Eka Kurnia Lestari.(Universitas Singapebangsa)
5. Dr. Yundari. (Universitas Tanjungpura)
6. Dr. Delsi Kariman (STKIP PGRI Sumatera Barat)
7. Dr. Ch. Laamena. (Universitas Pattimura)
8. Dr. Moch Idris. (Universitas Lambung Mangkurat)
9. Dr. Daniel Salim. (Universitas Parahyangan)
10. Dr. Al Azhary Masta.(Universitas Pendidikan Indonesia)
11. Dr. Risnawita. (IAIN Bukittinggi)
12. Dr. Nicky K. Tumulun.(Universitas Negeri Manado)
13. Dr. Susilawati. (Politeknik Bengkalis Riau)
14. Dr. Debi Oktia Haryeni (Universitas Pertahanan)
15. Dr. Anderson Palinussa (Universitas Pattimura)
16. Dr. Harmanus Batkunde. (Universitas Pattimura)

DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Tim Reviewer	ii
Kata Pengantar	iii
Susunan Panitia KNM XX	iv
Daftar Isi	vii

ALJABAR

KLASIFIKASI TITIK KRITIS POLINOMIAL DUA VARIABEL BERDERAJAT TIGA	1 – 8
Afif Humam	
KAJIAN KEKUATAN \mathbb{Z} - MODUL \mathbb{Q} SEBAGAI INSPIRASI MUNCULNYA KONSEP DAN SIFAT DALAM TEORI MODUL	9 – 14
Sri Wahyuni, Yunita Septriana Anwar, I Putu Yudi Prabhadika	
GRAF PEMBAGI NOL DARI RING KOMUTATIF	15 – 20
Maria Vianney Any Herawati	
IDEAL TAK TEREDUKSI KUAT ATAS SEMIRING KOMUTATIF	21 – 26
Fitriana Hasnani, Nikken Prima Puspita	
BATAS ATAS PADA NORM – TAK HINGGA DARI INVERS MATRIKS NEKRASOV	27 – 32
Eddy Djauhari	
KOREPRESENTASI KOALJABAR $F[G]$	33 – 40
Na'imah Hijriati, Indah Emilia Wijayanti	
HUBUNGAN SIFAT BERSIH PADA RING, MODUL, KOMODUL DAN KOALJABAR	41 – 50
Nikken Prima Puspita, Indah Emilia Wijayanti, Budi Surodjo	
KONTRAKSI PERTINGKATAN PADA PERTINGKATAN PAULI $\mathfrak{S}\mathfrak{L}(N, \mathbb{C})$	51 – 60
Reynald Saputra, Gantina Rachmaputri	

ANALISIS

BUKTI ALTERNATIF INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG LEBESGUE DENGAN EKSPONEN PEUBAH	61 – 66
Dina Nur Amalina dan Denny Ivanal Hakim	
SEGITIGA TITIK CIRCUMCENTER PADA MODIFIKASI TEOREMA NAPOLEON	67 – 76
Yunisa Fadhilah Hartati, Mashadi	
FUNGSI SIMETRI TERHADAP TITIK (a, b) DAN BEBERAPA SIFATNYA	77 – 82
Firdaus Ubaidillah	
INTERPOLASI KOMPLEKS RUANG MORREY-ADAMS DAN OPERATOR MAKSIMAL FRAKSIONAL	83 – 90
Daniel Salim, Moch. Taufik Hakiki, Denny Ivanal Hakim	
PENDEKATAN KALKULUS HIDA UNTUK PROSES HERMITE	91 – 98
Herry Pribawanto Suryawan	
KETAKSAMAAN HARDY DI RUANG HERZ HOMOGEN	99 – 106
Pebrudal Zanu, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi1	
OPERATOR KANTOROVICH PADA RUANG MORREY DIPERUMUM	107 – 114
Mu'afa Purwa Arsana, Denny Ivanal Hakim	
PERLUASAN DEFINISI RATA-RATA VIA TEOREMA NILAI RATA-RATA	115 – 124
Mochammad Idris	
SISTEM EIGEN OPERATOR LAPLACE BERBASIS RUAS PADA SUATU POHON KUANTUM	125 – 134
Moh. Januar I. Burhan, Yudi Soeharyadi, Wono Setya Budhi	

SUKU BANYAK BERNSTEIN DAN OPERATOR KANTOROVICH UNTUK BEBERAPA FUNGSI YANG TIDAK KONTINU Reinhart Gunadi, Denny I. Hakim	135 – 142
KETERBATASAN OPERATOR TIPE VOLTERRA PADA RUANG MORREY ANALITIK $L_{p,\lambda}$ Moch Taufik Hakiki, Wono Setya Budhi, dan Denny Ivanal Hakim	585 - 590
KOMBINATORIK	
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF SIPUT DAN GRAF UBUR-UBUR Kevin Akbar, Kiki Ariyanti Sugeng	143 – 148
DIMENSI METRIK LOKAL PADA GRAF FLOWER DAN GRAF GEAR KORONA GRAF LINTASAN Salma Fauziyah Ashim, Tri Atmojo Kusmayadi, Titin Sri Martini	149 – 154
PELABELAN GRACEFUL PADA GRAF LILIN Rizqi Rachmadhani, Kiki Ariyanti Sugeng	155 – 160
PELABELAN HARMONIS PADA GRAF SEGITIGA BELAH KETUPAT VARIASI LM_n Evi Maharani, Kurniawan Atmadja	161 – 164
PEWARNAAN SIMPUL r – DINAMIS PADA GRAF TERATAI T_n Audi Fierera, Kiki A. Sugeng	165 – 170
SIFAT-SIFAT GRAF CAYLEY GRUP S_n Afifan Hadi, Kiki Ariyanti Sugeng	171-176
PENDIDIKAN MATEMATIKA	
LKPD BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING BERBANTUAN ALAT PERAGA PADA MATERI LUAS PERMUKAAN DAN VOLUME PRISMA DAN LIMAS Fithroh Nafa Dzillah, Latifah Mustofa Lestyanto	177 – 182
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA DARING BERBASIS MODEL PENEMUAN TERBIMBING MENGGUNAKAN LIVEWORKSHEETS PADA MATERI PRISMA DAN LIMAS Sania Sururul Khususna, Latifah Mustofa Lestyanto, Eddy Budiono	183 – 188
PENGEMBANGAN LEMBAR KEGIATAN SISWA BERBASIS MASALAH BERBANTUAN GOOGLE FORM UNTUK PEMAHAMAN KONSEP SISWA KELAS VII SMP PADA MATERI SEGITIGA DAN SEGIEMPAT Herlin Oktavita, Latifah Mustofa Lestyanto2	189 – 194
EKSPLORASI ETNOMATEMATIKA PADA GELANG MANIK-MANIK KHAS DAYAK KALIMANTAN SEBAGAI SUMBER PENYUSUNAN LKPD Silvia	195 – 206
ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA DENGAN PEMBELAJARAN MODEL BRAIN BASED LEARNING BERBASIS LEARNING MANANGEMENT SYSTEM N. R. Mumtaz, M. Asikin	207 – 214
PENGEMBANGAN ASESMEN ALTERNATIF DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA KONTEKS LINGKUNGAN LAHAN BASAH UNTUK SISWA TINGKAT SMP/MTS Muhammad Rizal, Noor Fajriah, Agni Danaryanti	215 – 222
MATERI PENGAYAAN TEORI BILANGAN DASAR DI SEKOLAH DASAR Awanga Dijayangrana, Hilda Assiyatun	223-228
KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS TULIS MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH VOLUME BENDA PUTAR MELALUI MODEL PERKULIAHAN KOLABORATIF Fadhila Kartika Sari, Anies Fuady	229 – 236
PERAN PENULISAN JURNAL DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SECARA DARING DI MASA PANDEMI COVID-19	237 – 244

Gusti Firda Khairunnisa, Frida Siswiyanti	
ANALISIS KRUSKAL WALLIS UNTUK MENGETAHUI TINGKAT KOSENTRASI BELAJAR MAHASISWA BERDASARKAN PROGRAM STUDI	245 – 250
Venessa Y. A. Brabar, Grace A. V. Hikoyabi, Agustinus Langowuyo	
ANALISIS PENGARUH PEMANFAATAN INTERNET TERHADAP MINAT BELAJAR MAHASISWA PRODI STATISTIKA	251 – 258
Mariana Tanawani, Meilani Yarangga, dan Agustinus Langowuy	
PENGARUH PROSES BELAJAR MENGAJAR LURING DAN DARING TERHADAP HASIL BELAJAR MAHASISWA JURUSAN MATEMATIKA ANGAKATAN 2018 FMIPA UNIVERSITAS CENDERAWASIH	259 – 264
Dewi Rahmawati, Tiara A. Nadapdap, Agustinus Langowuyo	
PENILAIAN ESAI MENGGUNAKAN MODEL PEMBELAJARAN MESIN	265 – 270
Farah Qotrunnada, Marcus Wono Setya Budhi, Hilda Assiyatun	
PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN BERBASIS ETNOMATEMATIKA BUDAYA MASYARAKAT NEGERI TULEHU PADA MATERI SEGIEMPAT DAN SEGITIGA UNTUK SISWA DI KELAS VII MTS NEGERI I MALUKU TENGAH.	271 – 276
Heni Rahim, W. Mataheru, J. Takaria	
PENERAPAN FUZZY LINEAR PROGRAMMING UNTUK OPTIMASI PRODUKSI TAHU (STUDI KASUS DI DESA TANJUNGREJO KABUPATEN JEMBER)	277 – 284
Anisa Wahyu Illahi, Agustina Pradjaningsih, Abduh Riski	
PENENTUAN SOLUSI FISIBEL AWAL MASALAH TRANSPORTASI DENGAN MINIMUM DEMAND METHOD	285 – 292
Ulniyatul Ula, Siti Khabibah, Robertus Heri S.U	
OPTIMALISASI RUTE DAN PENJADWALAN PENGANGKUTAN SAMPAH DENGAN METODE INSERTION HEURISTIC DAN INTRA- ROUTE IMPROVEMENT (STUDI KASUS: UNIVERSITAS BRAWIJAYA MALANG)	293 – 298
Fara El Nandhita Pratiwi	
MODEL MATEMATIS RUTE WISATA DI RIAU DENGAN MENGGUNAKAN PEMROGRAMAN GOL	299 – 312
Ihda Hasbiyati, Hasriati, T. P. Nababan	
MATEMATIKA TERAPAN	
MODEL SUSCEPTIBLE INFECTED RECOVERED (SIR) PADA DEMAM BERDARAH DENGUE (DBD)	313 – 320
Oscar Andhry Barata, Rahmat, Rengga Nanda Pramudya	
ANALISA PERSAMAAN DIFERENSIAL ORDE FRAKSIONAL NUMERIK MENGGUNAKAN METODE EULER DAN APLIKASINYA	321 – 326
Leli Deswita, Syamsudhuha, Asral. M	
TERAPAN FUNGSI SIGMOID UNTUK MENENTUKAN NILAI MAKSIMAL KOEFISIEN GAYA ANGKAT DAN SUDUT STALL PADA KURVA LINEAR C_L TERHADAP α	327 – 334
Angga Septiyana, Singgih Satrio W, Fuad Surastyo P, Try Kusuma Wardana, Ardian Rizaldi, Novita Atmasari, Eries Bagita Jayanti, Prasetyo Ardi P	
IMPLEMENTASI DEEP LEARNING UNTUK KLASIFIKASI GAMBAR MENGGUNAKAN CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK (CNN) PADA BATIK SASAMBO	335 – 340
Muna Malika, Edy Widodo	
STATISTIKA	
PENERAPAN MODEL SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (STARI(1,1,1)) PADA DATA NTP TANAMAN PANGAN DARI TIGA PROVINSI DI PULAU JAWA	341 -350
Fajriatus Sholihah, Kartika Sari, Budi Nurani Ruchjana, Toni Toharudin	
ANALISIS KORESPONDENSI BERGANDA UNTUK MENGETAHUI INDIKATOR-INDIKATOR YANG MEMPENGARUHI KEJADIAN LOW BACK PAIN PADA KUSIR	351 - 358

KUDA/DELMAN DI KOTA CIMAH I TAHUN 2019	
Dhita Diana Dewi, Fajriatus Sholihah, Rosa Rosmanah, Lucy Fitria Dewi, Mochamad Yudhi Afrizal, Irlandia Ginanjar	
PROSES POISSON NON HOMOGEN DAN PENERAPANNYA PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	359 – 362
Viona Prisyella Balqis, Muhammad Herlambang Prakasa Yudha, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN DISTRIBUSI STASIONER RANTAI MARKOV PADA DATA BANYAKNYA ORANG TERKONFIRMASI POSITIF COVID-19 DI JAWA BARAT	363 – 370
Tubagus Robbi Megantara, Ayun Sri Rahmani, Budi Nurani Ruchjana	
SPATIAL CLUSTER ING DENGAN METODE SKATER (K'LUSTER ANALYSIS BY TREE EDGE REMOVAL) UNTUK PENGELOMPOKAN SEBARAN COVID-19 DI KABUPATEN TULUNGAGUNG	371 – 380
Danang Ariyanto, Henny Pramodyo, Novi Nur Aini	
ANALISIS KLASTER KABUPATEN/KOTA INDONESIA BERDASARKAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DENGAN MODEL MIXTURE SKEW-T	381 – 388
Kristoforus Exelsis Pratama, Irwan Susanto, Yuliana Susanti	
ANALISIS INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI KABUPATEN BURU SELATAN DENGAN MENGGUNAKAN REGRESI LINIER BERGANDA	389 – 396
Muhidin Jariyah, Inayah. P. F. Solong, Juan C. S. Jamco	
TINJAUAN KEPUTUSAN HIPOTESA FUZZY BERBASIS P-VALUE FUZZY (STUDI KASUS DATA COVID-19 DI NUSA TENGGARA BARAT)	397 – 404
Wahidaturrahmi	
PENERAPAN METODE AUTO SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS PADA PERAMALAN DATA INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DI INDONESIA	405 – 410
Andreas Reza Chrisantama*, Winita Sulandari, Sugiyanto	
PERAMALAN JUMLAH PRODUKSI PERIKANAN DI KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE PEMULUSAN EKSPONENSIAL	411 – 418
Asrul Irfanullah, Claudia Sumanik, Romy Makatita	
ANALISIS PENGARUH STRUKTUR KONSUMSI AKHIR RUMAH TANGGA BERDASARKAN KOMPONEN PENGELUARAN KABUPATEN BURU SELATAN PERIODE 2015 – 2019 DENGAN RAKL	419 – 424
Nikita A. Putiray, Dea M. Tuhumury, Angel M.P. Manuputty	
EKSPLORASI SISA USIA BEARING MENGGUNAKAN DISTRIBUSI WEIBULL	425 – 430
Sutawanir Darwis, Nusar Hajarisman, Suliadi, Achmad Widodo	
PENERAPAN MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE (VARIMA) UNTUK PRAKIRAAN INDEKS HARGA SAHAM GABUNGAN DAN KURS RUPIAH TERHADAP USD	431 – 442
Ani Pertiwi, Lucy Fitria Dewi, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENGELOMPOKAN JUMLAH PENDUDUK KABUPATEN BURU SELATAN BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA TAHUN 2018 DENGAN ALGORITMA K- MEANS	443 – 450
Samin Radjid, Nadia Istifarin, Meylani Tuasella	
PENERAPAN METODE ARIMAX PADA PERAMALAN PRODUKSI DAGING SAPI DI SUKOHARJO	451 – 458
Fitrian Nur Ardyansyah, Winita Sulandari, Sugiyanto	
ANALISIS KEPUASAN DAN POSITIONING SELLER E-MARKETPLACE DENGAN MENGGUNAKAN IMPORTANCE PERFORMANCE ANALYSIS DAN BILOT	459 – 464
Farah Dibah, Dwi Endah Kusri	
KLASTERISASI LOKASI PASAR KABUPATEN BANYUMAS GUNA MEMPERMUDAH UPTD DALAM MENGELOLA KELAS PASAR	465 – 470
Pradini Nurul Safitri, Abdullah Ahmad Dzikrullah	

PENGARUH MOTIVASI INTRINSIK DAN KEPUASAN KERJA TERHADAP ORGANIZATIONAL CITIZENSHIP BEHAVIOR	471 – 476
Diya Kasih Puspitasari, Dwi Endah Kusrini	
KLASTERING JUMLAH PENDUDUK BERDASARKAN JENIS KELAMIN PADA KECAMATAN LEKSULA TAHUN 2018 DENGAN MENGGUNAKAN METODE ALGORITMA K-MEANS	477 – 484
Morensi T. Risakotta, Rensya Siwalette, Rola E. Leasa	
PERAMALAN DENGAN METODE SIMPLE MOVING AVERAGE DAN DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING BROWN (STUDI KASUS: JUMLAH CURAH HUJAN DAN JUMLAH HARI HUJAN KABUPATEN BURU SELATAN)	485 – 494
Apriano R. Narahawarin, Ravensky Silangen, Rahania Patiekon	
PERAMALAN GARIS KEMISKINAN KABUPATEN BURU SELATAN MENGGUNAKAN METODE DOUBLE EXPONENTIAL SMOOTHING DARI HOLT	495 – 502
Ade Irma La Murdani, Intan Gainau, Unique Resiloy	
ANALISIS PERBEDAAN PENDAPATAN TOKO WALET MAS SEBELUM DAN SESUDAH PANDEMI COVID-19 DENGAN METODE MANN-WHITNEY	503 – 508
Marselina Ema Koten, Yunida Kurniasih, Agustinus Langowuyo	
ANALISIS PENGARUH BELANJA DAERAH, JUMLAH PENDUDUK, DAN PDRB TERHADAP PENDAPATAN DAERAH DI KABUPATEN BURU SELATAN TAHUN 2013-2020	509 – 516
Dephie Latumahina, Martje Riry, Olfen Sabono	
UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI RAYLEIGH BIVARIAT MENGGUNAKAN UJI KOLMOGOROV-SMIRNOV BIVARIAT PADA DATA HASIL PERTANDINGAN PERSIB BANDUNG	517 – 522
Wulan Jati Nuraya, Aceng Komarudin Mutaqin	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) UNTUK PERAMALAN BANYAKNYA KASUS TERKONFIRMASI DAN KASUS SEMBUH COVID-19 DI INDONESIA	523 – 532
Sri Indra Maiyanti, Mahrudinda, Al Fataa W. Haq, Budi Nurani Ruchjana	
MODEL VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED (VARI) DAN PENERAPANNYA PADA DATA PERKEMBANGAN HARGA ECERAN BERAS DI TIGA IBU KOTA PROVINSI WILAYAH PULAU JAWA	533 – 544
Zulfa Hidayah Satria Putri, Asri Yuniar, Toni Toharudin, Budi Nurani Ruchjana	
PENERAPAN METODE REGRESI LINEAR BERGANDA UNTUK MELIHAT PENGARUH JUMLAH PENDUDUK DAN LUAS WILAYAH TERHADAP JUMLAH PENGGUNA LISTRIK DI KECAMATAN AMBALAU KABUPATEN BURU SELATAN	545 – 552
Fadly Ode, Nur Statib J, Elsy Malwewar	
ANALISIS TINGKAT KEGEMARAN AYAM GEPUK PAK GEMBUS DARI BERBAGAI JENIS PAKET MELALUI PENDEKATAN UJI STATISTIK	553 – 558
Maharani Tiara Pramuditya, Evan Claude Boudewijn Kainama, Agustinus Langowuyo	
SIMULASI PERGERAKAN HARGA SAHAM MENGGUNAKAN MODEL GERAK BROWN GEOMETRIK DENGAN R STUDIO	559 – 564
Ahmad Fawaid Ridwan, Rizki Apriva Hidayana, Budi Nurani Ruchjana	
PENAKSIRAN RATA-RATA <i>EXCESS CLAIM</i> PESERTA DARI PERUSAHAAN PEMBERI LAYANAN KESEHATAN PT. X	565 – 572
Wildan*, Indah Permatasari, and Aceng Komarudin Mutaqin	
PENGARUH SELF EFFICACY DAN MOTIVASI BELAJAR TERHADAP HASIL BELAJAR SISWA KELAS VII SMP NEGERI 3 GANTUNG	573 – 584
Alperu, Nerru Pranuta Murnaka*, Indra Bayu M, Andy Wahyu H	

UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI RAYLEIGH BIVARIAT MENGUNAKAN UJI KOLMOGOROV-SMIRNOV BIVARIAT PADA DATA HASIL PERTANDINGAN PERSIB BANDUNG

Wulan Jati Nuraya*, Aceng Komarudin Mutaqin

Program Studi Statistika, Fakultas MIPA, Universitas Islam Bandung, Indonesia
*e-mail: wulanjati12@gmail.com

Abstrak. Salah satu kriteria terpenting dalam membedakan kualitas seorang pemain penyerang dalam olahraga sepakbola adalah kemampuannya untuk mencetak gol. Berdasarkan analisis stress-strength waktu yang dibutuhkan untuk mencetak gol pertama dari seorang pemain sepakbola dalam suatu pertandingan dinyatakan sebagai komponen stress (Y), sedangkan waktu terjadinya gol kedua oleh pemain mana pun dinyatakan sebagai komponen strength (X). Salah satu distribusi yang dapat digunakan untuk memodelkan data bivariat X dan Y adalah distribusi Rayleigh bivariat. Untuk menguji secara statistik, apakah data bivariat berdistribusi tertentu dapat menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov bivariat. parameter-parameter yang ada pada distribusi Rayleigh bivariat ditaksir menggunakan metode penaksiran kemungkinan maksimum. Pada artikel ini, uji Kolmogorov-Smirnov bivariat digunakan untuk menguji kecocokan distribusi Rayleigh bivariat pada data hasil pertandingan Liga 1 tim Persib Bandung pada tahun 2018 dan 2019, dimana pemain yang menjadi perhatian adalah pemain penyerang Tim Persib Bandung Ezechiel N'Douassel. Berdasarkan hasil perhitungan dapat disimpulkan bahwa data bivariat waktu mencetak gol pertama (dalam menit) oleh Ezechiel N'Douassel, dan data waktu mencetak gol kedua (dalam menit) oleh pemain dari tim manapun di pertandingan Liga 1 tim Persib Bandung pada tahun 2018 dan 2019 berasal dari populasi yang berdistribusi Rayleigh bivariat.

Kata kunci: Analisis stress-strength, distribusi Rayleigh bivariat, metode penaksiran kemungkinan maksimum, uji Kolmogorov-Smirnov bivariat.

1 LATAR BELAKANG

Salah satu kriteria terpenting kualitas seorang pemain penyerang dalam olahraga sepak bola adalah kemampuan mencetak gol. Lebih spesifik lagi adalah mencetak gol pertama sangat penting dalam suatu pertandingan sepak bola. Oleh karena itu salah satu ukuran penting dari kualitas pemain penyerang adalah waktu yang dibutuhkan untuk mencetak gol pertama dalam suatu pertandingan sepak bola. [1] menggunakan analisis *stress-strength* untuk melihat kinerja seorang pemain sepak bola berdasarkan data waktu mencetak gol pertama dalam suatu pertandingan sepak bola. Waktu yang dibutuhkan untuk mencetak gol pertama dari seorang

pemain sepak bola dalam suatu pertandingan dinyatakan sebagai komponen *stress* (Y), sedangkan waktu terjadinya gol kedua dari pertandingan sepak bola oleh pemain mana pun dinyatakan sebagai komponen *strength* (X). [1] menggunakan distribusi Rayleigh bivariat untuk memodelkan data peubah acak X dan Y , dimana keduanya diasumsikan tidak saling bebas. [1] menggunakan data hasil-hasil pertandingan di Liga Spanyol untuk musim 2013-2014, 2014-2015, dan 2015-2016, dimana pemain yang menjadi perhatian adalah pemain klub Real Madrid yaitu Cristiano Ronaldo. Di sisi lain [4] membahas uji kecocokan distribusi Kolmogorov-Smirnov untuk kasus data multivariat. Tujuan dari penulisan artikel ini adalah membahas uji kecocokan distribusi Rayleigh bivariat menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov bivariat pada data hasil pertandingan Liga 1 tim sepak bola Persib Bandung saat kandang dan tandang pada tahun 2018 dan 2019.

2 DISTRIBUSI RAYLEIGH BIVARIAT DAN SIFAT-SIFATNYA

Fungsi densitas distribusi Rayleigh bivariat [1] adalah:

$$f(x, y; \lambda) = \begin{cases} 4\lambda_1(\lambda_2 + \lambda_3)xye^{-\lambda_1x^2 - (\lambda_2 + \lambda_3)y^2} & ; 0 < x < y \\ 4\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_3)xye^{-\lambda_2y^2 - (\lambda_1 + \lambda_3)x^2} & ; x > y > 0 \\ 2\lambda_3ze^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)z^2} & ; x = y = z \end{cases} \quad (1)$$

dengan $\lambda^T = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ adalah vektor parameter yang tidak diketahui dari distribusi Rayleigh bivariat. Fungsi distribusi kumulatif untuk distribusi Rayleigh bivariat [2,3] adalah

$$F(x, y; \lambda) = P(X \leq x, Y \leq y) = \int_0^y \int_0^x f(s, t; \lambda) ds dt. \quad (2)$$

Untuk menyelesaikan integral persamaan (2), ada 3 kasus, yaitu (1) untuk $x > y$; (2) untuk $x < y$; dan (3) untuk $x = y$.

Kasus (1) untuk $x > y$:

$$\begin{aligned} F(x, y; \lambda) &= P(X \leq x, Y \leq y) \quad (3) \\ &= (1 - e^{-(\lambda_2 + \lambda_3)y^2}) - \frac{(\lambda_2 + \lambda_3)}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)y^2}) \\ &\quad + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)y^2}) - e^{-(\lambda_1 + \lambda_3)x^2} (1 - e^{-\lambda_2y^2}) \\ &\quad + \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)y^2}). \end{aligned}$$

Kasus (2) untuk $x < y$:

$$\begin{aligned} F(x, y; \lambda) &= P(X \leq x, Y \leq y) \quad (4) \\ &= \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)x^2}) - e^{-(\lambda_2 + \lambda_3)y^2} (1 - e^{-\lambda_1x^2}) \\ &\quad + (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_3)x^2}) - \frac{(\lambda_1 + \lambda_3)}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)x^2}) \end{aligned}$$

$$+ \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)x^2}).$$

Kasus (3) untuk $x = y$:

$$F(x, y; \lambda) = P(X \leq x, Y \leq y) \tag{5}$$

$$\begin{aligned} &= (1 - e^{-(\lambda_2 + \lambda_3)y^2}) - \frac{(\lambda_2 + \lambda_3)}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)y^2}) \\ &+ (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_3)x^2}) - \frac{(\lambda_1 + \lambda_3)}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)x^2}) \\ &+ \frac{\lambda_3}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} (1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)x^2}). \end{aligned}$$

3 Uji Kecocokan Distribusi Kolmogorov-Smirnov Bivariat

Misalkan x_1, \dots, x_n merupakan peubah-peubah acak saling bebas dan berdistribusi identik dengan fungsi distribusi kumulatif F . Diberikan pengujian hipotesis $H_0 : F = F_0$ melawan $H_1 : F \neq F_0$, dimana F_0 adalah fungsi distribusi tertentu. Dalam kasus univariat H_0 dapat diuji dengan menggunakan statistik Kolmogorov-Smirnov sebagai berikut:

$$D_n = \sup_{x \in R} |F_n(x) - F(x)| \tag{6}$$

dimana F_n adalah fungsi distribusi empirik dari sampel. Berdasarkan [4] persamaan di atas dapat ditulis ulang sebagai berikut:

$$D_n = \sup_{0 \leq u \leq 1} |G_n(u) - u| \tag{7}$$

dimana $G_n(u)$ adalah fungsi distribusi empirik dari sampel yang ditransformasi ke uniform $(0,1)$, $u_i = F_0(x_i)$, untuk $i = 1, \dots, n$.

Sifat bebas distribusi dari statistik Kolmogorov-Smirnov diturunkan dari hasil bahwa peubah acak kontinu X dengan fungsi distribusi kumulatif F dapat ditransformasi ke peubah acak uniform Y melalui transformasi $Y = F(X)$. Hasil yang sama juga bisa didapat untuk peubah acak multivariat kontinu \mathbf{X} , sebagaimana ditunjukkan dalam teorema berikut.

Teorema 1. Misalkan $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_p)$ adalah satu vektor acak dengan fungsi densitas gabungan $f(x_1, \dots, x_p) = f_1(x_1)f_2(x_2|x_1) \dots f_p(x_p|x_1, \dots, x_{p-1})$, dan definisikan transformasi $\mathbf{Y} = T(\mathbf{X})$, melalui $Y_1 = F_1(X_1)$; $Y_i = F_i(X_i | X_1, \dots, X_{i-1})$, untuk $i = 2, \dots, p$. Dengan demikian Y_1, \dots, Y_p adalah sampel acak yang saling bebas dan berdistribusi identik uniform $(0,1)$.

Dalam bagian ini akan dibahas suatu prosedur untuk menghitung statistik uji Kolmogorov-Smirnov untuk kasus bivariat. Asumsikan bahwa $\mathbf{u}_1 = (s_1, t_1), \dots, \mathbf{u}_n = (s_n, t_n)$ adalah suatu sampel acak dari dua distribusi uniform $(0,1)$ yang saling bebas. Dalam konteks ini, pasangan (s_j, t_i) disebut suatu titik persimpangan (*intersection point*) jika $s_i < s_j = s_j = s_i^*$ dan $t_i > t_j = t_i = t_i^*$. Untuk $\mathbf{u} = (s, t)$, kita definisikan jarak superior $D_n^+(\mathbf{u}) = (G_n(\mathbf{u}) - (G(\mathbf{u})))$ dan jarak inferior $D_n^-(\mathbf{u}) = (G(\mathbf{u}) - (G_n(\mathbf{u})))$, dimana G adalah fungsi distribusi dari dua peubah acak saling bebas berdistribusi uniform $(0,1)$ dan G_n adalah fungsi distribusi empirik.

Statistik Kolmogorv-Smirnov dapat dinyatakan sebagai $D_n = \max \{D_n^+, D_n^-\}$ [4]. Prosedur di bawah ini dapat digunakan untuk menghitung statistik uji Kolmogorov-Smirnov untuk kasus bivariat [4]:

1. Hitung jarak maksimum pada titik-titik pengamatan,

$$D_n^1 = \max_{i=1, \dots, n} D_n^+(\mathbf{u}_i). \quad (8)$$

2. Hitung jarak maksimum dan jarak minimum pada titik persimpangan (*intersection point*)

$$D_n^2 = \max_{i,j=1, \dots, n} \{D_n^+(s_j, t_i) | s_j > s_i, t_j < t_i\} \quad (9)$$

dan

$$D_n^3 = \frac{2}{n} - \min_{i,j=1, \dots, n} \{D_n^+(s_j, t_i) | s_j > s_i, t_j < t_i\}. \quad (10)$$

3. Hitung jarak maksimum diantara proyeksi titik-titik pengamatan pada batas persegi kanan,

$$D_n^4 = \frac{1}{n} - \min_{i=1, \dots, n} D_n^+(1, t_i). \quad (11)$$

4. Hitung jarak maksimum diantara proyeksi titik-titik pengamatan pada batas persegi atas,

$$D_n^5 = \frac{1}{n} - \min_{i=1, \dots, n} D_n^+(s_i, 1). \quad (12)$$

5. Hitung nilai maksimum,

$$D_n = \max\{D_n^1, D_n^2, D_n^3, D_n^4, D_n^5\}. \quad (13)$$

Nilai D_n pada langkah 5 adalah nilai statistik uji Kolmogorv-Smirnov untuk kasus bivariat. Nilai kritis untuk uji Kolmogorv-Smirnov bivariat dapat dilihat dalam journal [4].

4 HASIL DAN PEMBAHASAN

Data yang digunakan adalah data sekunder hasil pencatatan yang diperoleh dari website transfermarkt.co.id. Asumsi yang diperlukan adalah data harus kontinyu, 2 variabel acak saling bebas, variabel acak tidak boleh bernilai negatif, tidak ada missing data, tidak ada data tersensor dalam data dan memenuhi distribusi Rayleigh bivariat. Data yang akan dianalisis adalah data hasil pertandingan Liga 1 tim Persib Bandung saat kandang dan tandang pada tahun 2018 dan 2019. Pada tahun 2018 dan 2019 Liga 1 diikuti oleh jumlah tim yang sama, yaitu 18 tim. Sehingga Tim Persib Bandung bermain sebanyak 34 pertandingan (17 pertandingan kandang dan 17 pertandingan tandang) pada tahun 2018 dan tahun 2019. Variabel yang menjadi perhatian adalah, Y , yaitu waktu mencetak gol pertama (dalam menit) oleh pemain Tim Persib Bandung, Ezechiel N'Douassel. Variabel lainnya adalah, X , yaitu waktu mencetak gol kedua (dalam menit) oleh pemain dari tim manapun. Tabel 1 menyajikan kasus data lengkapnya (data tanpa data hilang dan data tersensor).

Tabel 1. Kasus Data Lengkap Hasil Pertandingan Liga 1 Tahun 2018-2019

No	x (Menit)	y (Menit)	No	x (Menit)	y (Menit)
1	90	32	16	90	90
2	61	90	17	38	22
3	68	9	18	90	90
4	65	28	19	17	5
5	54	39	20	69	90
6	90	40	21	56	56
7	90	90	22	89	79
8	63	90	23	58	58
9	45	29	24	44	49
10	90	90	25	45	39
11	20	43	26	59	59
12	48	28	27	61	61
13	20	20	28	53	10
14	90	90	29	54	48
15	2	90	30	8	8

Taksiran parameter distribusi Rayleigh bivariat dihitung dengan menggunakan metode iterasi Newton Raphson. Nilai awal untuk λ_1 sebesar 0,00047399 diperoleh dari taksiran parameter Rayleigh univariat dari peubah X dengan bantuan perangkat lunak yaitu aplikasi Easyfit 5.0. Nilai awal untuk λ_2 sebesar 0,00057209 diperoleh dari taksiran parameter Rayleigh univariat dari peubah Y dengan bantuan perangkat lunak yaitu aplikasi Easyfit 5.0. Nilai awal untuk λ_3 sebesar 0,00052304 diperoleh dari rata-rata nilai awal λ_1 dan λ_2 . Dengan bantuan perangkat lunak yaitu Matlab 2017, diperoleh hasil taksiran parameter $\hat{\lambda}_1 = 0,00008967$, $\hat{\lambda}_2 = 0,00014611$, dan $\hat{\lambda}_3 = 0,00015916$. Hipotesis nol dalam uji Kolmogorov-Smirnov bivariat nya adalah bahwa data bivariat waktu mencetak gol pertama (dalam menit) oleh pemain tim Persib Bandung, Ezechiel N'Douassel, dan data waktu mencetak gol kedua (dalam menit) oleh pemain dari tim manapun di pertandingan Liga 1 tim Persib Bandung pada tahun 2018 dan 2019 berasal dari populasi yang berdistribusi Rayleigh bivariat. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa nilai statistik ujinya adalah 0,1860. Dengan menggunakan taraf nyata, $\alpha = 0,05$ dan ukuran sampel, $n = 30$, nilai kritis uji Kolmogorov-Smirnov bivariatnya adalah 0,2513. Terlihat bahwa nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov di atas lebih kecil dari nilai kritisnya. Dengan demikian hipotesis nol diterima.

5 KESIMPULAN

Berdasarkan hasil perhitungan uji Kolmogorov-Smirnov bivariat dapat disimpulkan bahwa data bivariat waktu mencetak gol pertama (dalam menit) oleh pemain tim Persib Bandung, Ezechiel N'Douassel, dan data waktu mencetak gol kedua (dalam menit) oleh pemain dari tim manapun di pertandingan Liga 1 tim Persib Bandung pada tahun 2018 dan 2019 hasilnya cocok dan berasal dari populasi yang berdistribusi Rayleigh bivariat.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] F. Bahari, Safari, and Motjaba. "Reliability of soccer player based on the bivariate Rayleigh distribution with right censored and ignorabble missing data". *Journal of Applied Statistic*, **48**(2), 1-15 (2020).
- [2] H. Dina and Abdel-Hady "Bivariate Generalized Rayleigh Distribution". *Journal of Applied Sciences Research*. (2013).
- [3] A. Jafari, A. Pak, and B.N. Khoolenjani. "Inference on $P(Y < X)$ in Bivariate". Rayleigh Distribution. *journal Mathematic*. (2014)
- [4] A. Justel, Daniel, and Ruben. "A multivariate Kolmogorov Smirnov Test Of Goodness Of Fit". *Journal Statistics and Econometris series*, **13**, (1994)

ISSN 2829-3770



9

772829

377007