

ANALISIS KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS SISWA PADA MATERI PERSAMAAN KUADRAT

Jovanca A Siahaya^{1*}, Carolina S Ayal², Darma A Ngilawajan³

^{1,2,3}Prodi Pendidikan Matematika FKIP, Universitas Pattimura
Jalan Ir. M. Putuhena, Kampus Unpatti, Poka, Ambon, Indonesia

*Corresponding author. Email: jovancajovanca.js@gmail.com

Abstrak

Kemampuan penalaran matematis adalah kemampuan proses berpikir tingkat tinggi untuk menghubungkan-hubungkan suatu data atau fakta dengan suatu data atau fakta lainnya secara matematis untuk menjawab suatu persoalan atau permasalahan sehingga menghasilkan suatu ide gagasan, pemecahan atau jawaban yang logis. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui dan mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis siswa pada materi persamaan kuadrat di kelas IX SMP Negeri 2 Ambon. Jenis Penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif. Penelitian dilakukan di SMP Negeri 2 Ambon dengan jumlah subjek sebanyak 25 siswa dari kelas IX-1 dan subjek yang dipilih untuk diwawancarai yaitu 1 siswa dengan kategori sangat tinggi, 1 siswa kategori sedang, dan 1 siswa dengan kategori rendah. Materi persamaan kuadrat diberikan untuk melihat kemampuan penalaran matematis siswa. Presentase terbesar hasil tes siswa berada pada kategori rendah. Berdasarkan hasil tes menunjukkan bahwa siswa dengan kategori sangat tinggi mampu memenuhi semua indikator kemampuan penalaran matematis. Siswa dengan kemampuan sedang untuk setiap soal tidak memenuhi indikator mengajukan dugaan dikarenakan siswa lebih memilih menyelesaikan soal terlebih dahulu agar mendapat jawaban yang pasti tanpa harus menduga-duga. Sedangkan untuk siswa dengan kategori sedang hanya mampu memenuhi tiga indikator pada soal tes nomor satu tetapi untuk soal tes nomor dua siswa dengan kategori rendah hanya mampu memenuhi indikator mengajukan dugaan dikarenakan tidak memahami soal tes nomor dua dengan baik sehingga tidak dapat menyelesaikan soal tes nomor dua.

Kata Kunci: kemampuan penalaran matematis, persamaan kuadrat

Abstract

Mathematical reasoning ability is the ability of high - level thinking processes to connect a data or fact with a data or other fact mathematically to answer a problem so as to produce an idea, solution or logical answer. This study aims to determine and describe the mathematical reasoning ability of students on quadratic equation material in class IX of SMP Negeri 2 Ambon. The type of research used is qualitative research. The research was conducted at SMP Negeri 2 Ambon with a total of 25 students from class IX-1 and the subjects selected for interview were 1 student in the very high category, 1 student in the medium category, and 1 student in the low category. Quadratic equation material is given to see students' mathematical reasoning abilities. The largest percentage of student test results are in the low category. Based on the test results showed that students with very high category were able to meet all indicators of mathematical reasoning ability. Students with moderate ability for each question do not meet the indicators of submitting conjectures because students prefer to solve the problem first in order to get a definite answer without having to guess. Meanwhile, student in the medium category were only able to meet the three indicators on test number one, but for test questions number two, student in the medium category were only able to fulfill the indicators of proposing allegations because they did not understand test number two well so they could not solve test number two

Keywords: mathematical reasoning ability, quadratic equation



1. Pendahuluan

Dalam pembelajaran matematika, kemampuan penalaran berperan dalam pemahaman konsep dan pemecahan (Ratnasari, 2016: 4). Penalaran matematika berkaitan dengan sejauh mana kita dapat memahami pengetahuan matematika berdasarkan diagram dan citra visual. National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2000) mengemukakan bahwa penalaran matematika digunakan untuk mencapai kemampuan mengkonstruksi konjektur matematika, mengembangkan dan mengevaluasi argument, serta menyeleksi dan menggunakan berbagai tipe representasi. Begitu juga menurut Fadjar Shadiq (Aisyah, 2015: 3) adalah suatu proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau proses berpikir dalam rangka membuat suatu pernyataan baru yang berdasarkan pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya. Secara garis besar terdapat dua tipe penalaran matematika, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif. Lithner (2012) mengemukakan dua tipe penalaran dalam belajar matematika yaitu Imitative reasoning dan Creative Mathematically Founded reasoning (CMR) sebagai bentuk karakterisasi mengaktifkan proses berpikir siswa dalam pemecahan masalah. Sehingga dapat disimpulkan bahwa kemampuan penalaran diperlukan siswa dalam meningkatkan kemampuan berpikir untuk memecahkan masalah matematika yang kebenarannya telah dibuktikan.

Dewi (2018: 5) menyatakan kemampuan penalaran merupakan salah satu faktor yang harus dikuasai oleh setiap siswa dalam mempelajari matematika. Departemen Pendidikan Nasional telah menyatakan bahwa materi matematika dan penalaran matematika tidak dapat dipisahkan, yaitu materi matematika dipahami melalui penalaran dan penalaran dipahami dan dilatih melalui belajar materi matematika. Sehingga penalaran matematis memiliki peranan penting dalam mempelajari mata pelajaran matematika, dan keduanya saling berhubungan. Suatu proses berpikir dalam menarik kesimpulan pengetahuan disebut penalaran. Sedangkan dalam hukum penyimpulan, penalaran adalah proses berpikir, yang berdasarkan premis yang benar menarik konklusi yang benar pula, dan ini dicapai kalau bentuk penalarannya sah.

O'daffler (Ruslan dan Santoso, 2013: 139) mengatakan penalaran matematik adalah bagian dari berpikir matematik yang meliputi membuat perumusan dan menarik kesimpulan yang sah tentang gagasan-gagasan dan bagaimana gagasan tersebut saling terkait. Berdasarkan pernyataan diatas diperoleh bahwa penalaran melibatkan beberapa keterampilan penting seperti menyelidiki pola, membuat dan menguji dugaan (conjecture) dan menggunakan penalaran deduktif formal untuk memformulasikan argument matematika. Jadi dapat kita lihat bahwa salah satu tujuan umum pembelajaran matematika adalah menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi dalam membuat generalisasi atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika. Penalaran dijelaskan sebagai proses pencapaian kesimpulan logis berdasarkan fakta dan sumber yang relevan. Salah satu manfaat penalaran dalam pembelajaran matematika adalah membantu siswa meningkatkan kemampuan dari yang hanya sekedar mengingat fakta, aturan, dan prosedur kepada kemampuan pemahaman. Berdasarkan hal tersebut maka penalaran merupakan kemampuan yang sangat penting dalam belajar matematika.

Dari beberapa pernyataan para ahli diatas dapat disimpulkan bahwa dalam dunia matematika penalaran sangat diperlukan seseorang guna memecahkan permasalahan yang dihadapi. Karena dalam penalaran terdapat tahapan yang logis serta sistematis jalannya proses berpikir matematis. Proses berpikir matematis sendiri merupakan suatu kejadian yang dialami seseorang ketika menerima respon sehingga menghasilkan kemampuan untuk menghubungkan-hubungkan sesuatu dengan sesuatu yang lainnya secara matematis untuk memecahkan atau menjawab suatu persoalan atau permasalahan sehingga menghasilkan ide gagasan, pemecahan atau jawaban yang logis. Jika banyak siswa yang mengalami kesulitan dalam hal menalar merupakan suatu permasalahan matematika. Dalam hal ini saya selaku penulis sekaligus peneliti ingin mencoba melakukan penelitian untuk menganalisis kemampuan penalaran matematis siswa khususnya pada materi persamaan kuadrat kelas IX SMP. Sehingga pertanyaan dalam penelitian ini adalah bagaimana kemampuan penalaran matematis siswa pada materi persamaan kuadrat?

2. Metode Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif yang bertujuan untuk menggambarkan secara sistematis mengenai kemampuan penalaran matematika siswa pada materi persamaan kuadrat. Penelitian ini dilaksanakan di SMP Negeri 2 Ambon pada tanggal 3 September sampai dengan 3 Oktober 2021. Sumber data dalam penelitian ini adalah siswa kelas IX-1 SMP Negeri 2 Ambon yang berjumlah 25 siswa dengan subjek yang dipilih 3 siswa untuk diwawancarai yaitu berdasarkan hasil tes kemampuan penalaran matematis pada materi persamaan kuadrat. Berdasarkan hasil tes diambil subjek yang diwawancarai yaitu 1 siswa dengan kategori tinggi, 1 siswa dengan kategori sedang dan 1 siswa dengan kategori rendah. Selain berdasarkan hasil tes kemampuan penalaran matematis, subjek yang diwawancarai juga dipilih berdasarkan pendapat guru yakni siswa yang aktif saat belajar mengajar dan dapat berkomunikasi dengan baik. Berikut merupakan daftar subjek terpilih berdasarkan hasil tes kemampuan penalaran matematis yang diperoleh.

Instrumen yang digunakan adalah instrument tes kemampuan penalaran matematis dan pedoman wawancara. Instrumen soal tes disusun dalam bentuk uraian untuk mengukur kemampuan penalaran matematis siswa pada materi persamaan kuadrat, dan telah divalidasi oleh seorang dosen Pendidikan Matematika Universitas Pattimura dan 2 orang guru Matematika SMP Negeri 2 Ambon.

Hasil validasi menunjukkan instrument tes kemampuan penalaran matematis valid dan siap digunakan untuk penelitian. Sedangkan pedoman wawancara digunakan sebagai teknik pendukung di samping tes untuk memperoleh gambaran tentang kemampuan penalaran matematis. Selain itu pedoman wawancara juga digunakan dengan tujuan untuk mencocokkan jawaban di lembar jawab dengan yang sebenarnya dipahami.

Teknik analisis data dalam penelitian ini adalah analisis data kualitatif. Dari hasil tes kemampuan penalaran matematis siswa kemudian di kategorikan berdasarkan penilaian acuan patokan. Peneliti mengkategorikan data menjadi 3 kategori mutlak yaitu: tinggi, sedang dan rendah dengan interval yang diterjemahkan ke dalam kategori sebagai berikut.

Interval	Kategori
$x \geq 80$	Tinggi
$65 \leq x < 80$	Sedang
$x < 65$	Rendah

Sumber: Yuwono, dkk (2020)

Analisis data kualitatif dalam penelitian ini menggunakan teknik analisis data menurut Huberman (Emzir, 2014), yaitu reduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan

3. Hasil dan Pembahasan

Berdasarkan hasil tes kemampuan penalaran matematis siswa diperoleh frekuensi dan presentase sebagai berikut:

Tabel 2. Klasifikasi hasil tes kemampuan penalaran matematis siswa kelas IX-1 SMP Negeri 2 Ambon

Kategori	Interval	Frekuensi	Presentase (%)
Tinggi	$x \geq 80$	2	8%
Sedang	$65 \leq x < 80$	10	40%
Rendah	$x < 65$	13	52%
Total		25	100%

Berdasarkan tabel di atas, diketahui bahwa 2 siswa (8%) berada pada kategori tinggi, 10 siswa (40%) berada pada kategori sedang dan 13 siswa (52%) pada kategori rendah. Jadi dapat disimpulkan bahwa presentase terbesar hasil tes kemampuan penalaran matematis siswa keseluruhan berada pada pada kategori rendah.

Dari Tabel 2, maka siswa yang dipilih untuk diwawancarai yaitu 1 siswa dari 2 siswa dengan kategori tinggi, 1 siswa dari 10 siswa dengan kategori sedang dan 1 siswa dari 13 siswa dengan kategori rendah. Masing-masing siswa antara lain: S dengan kategori tinggi, K dengan kategori sedang dan R dengan kategori rendah.

Soal yang digunakan dalam penelitian meliputi 4 indikator kemampuan penalaran matematis yaitu: mengajukan dugaan, melakukan manipulasi matematika, memberikan bukti dan alasan terhadap kebenaran solusi dan menarik kesimpulan. Ada 2 soal bentuk uraian yang digunakan untuk mengukur kemampuan penalaran matematis siswa yakni.

1. Perhatikanlah pernyataan dibawah ini!
 “Persamaan kuadrat $4x^2 + 11x - 3 = 0$ memiliki 2 akar real yang berbeda yaitu $x_1 = -\frac{1}{4}$ dan $x_2 = 3$ ”
 a. Apakah pernyataan tersebut benar?
 b. Berikan alasannya!
2. Misalkan m dan n akar-akar persamaan kuadrat $4x^2 + px + 8 = 0$ dengan $p \neq 0$, serta $\frac{2}{m} + \frac{2}{n} = m^3 + n^3$! Dari pernyataan tersebut jawablah pertanyaan dibawah ini!
 a. Apakah p merupakan bilangan bulat?
 b. Tentukanlah nilai dari $p^2 - 16 = \dots$

Hasil wawancara ketiga subjek berdasarkan instrumen tes di atas adalah sebagai berikut.

3.1. Subjek S (Kategori Tinggi)

Soal Nomor 1

1.a. salah

Gambar 1. Jawaban Subjek S untuk soal nomor 1 bagian a

Subjek S mampu memenuhi indikator mengajukan dugaan (*conjecture*). Hal ini ditunjukkan dari hasil jawaban tertulis subjek S, subjek menjawab soal nomor 1 bagian a sebagai sebuah pengajuan dugaan. Subjek S membuat dugaan tersebut tanpa alasan yang jelas diawal, hal ini dapat dilihat dari jawaban subjek S_{1.4} untuk pertanyaan wawancara P_{1.4}.

- P_{1.4} : Kenapa Syella bilang pernyataan itu salah?
 S_{1.4} : Itu Syella tebak saja (mengangguk)
 P_{1.5} : Oh itu tebak. Jadi Syella tebak saja?
 S_{1.5} : Iya (mengangguk)

$$\begin{aligned}
 \text{b. Dik} &= a = 4 \\
 &b = -11 \\
 &c = -3 \\
 \text{Jawab} &= x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 &= \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3)}}{2 \cdot 4} \\
 &= \frac{11 \pm \sqrt{121 - (-48)}}{8} \\
 &= \frac{11 \pm \sqrt{169}}{8} \\
 &= \frac{11 \pm 13}{8} \\
 x_1 &= \frac{11 + 13}{8} = \frac{24}{8} = 3 \\
 x_2 &= \frac{11 - 13}{8} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Gambar 2. Jawaban Subjek S untuk soal nomor 2 bagian b

Dari jawaban tertulis subjek S juga dapat dilihat dalam alur penyelesaiannya mencari akar-akar persamaan kuadrat dengan menggunakan rumus abc subjek S mampu memenuhi indikator melakukan manipulasi matematika dengan baik dan benar. Subjek S juga mampu memenuhi indikator menyusun bukti dan memberikan alasan terhadap kebenaran solusi. Hal ini dapat dilihat dari bagian hasil wawancara subjek yang menjelaskan

alur penyelesaian mencari akar-akar persamaan kuadrat dengan menggunakan rumus abc. Berikut merupakan cuplikan wawancaranya.

P _{1.15}	: Disini sudah dikerjakan Syella dengan menggunakan rumus abc. Syella bisa menjelaskan alur penyelesaiannya dan jawabannya?
S _{1.15}	: (Mengangguk) bisa ibu, (membaca alur penyelesaiannya) x satu koma dua sama dengan minus b lebih kurang akar minus b ehh b pangkat dua kurang empat kali a kali c per dua kali a sama dengan minus sebelas lebih kurang akar sebelas pangkat dua kurang empat kali empat kali minus tiga per dua kali empat, sama dengan minus sebelas lebih kurang akar seratus dua puluh satu kurang negative empat puluh delapan per delapan, sama dengan minus sebelas lebih kurang akar seratus enam puluh Sembilan per delapan, x satu sama dengan minus sebelas tambah tiga belas per delapan sama dengan dua per delapan sama dengan satu per empat, x dua sama dengan minus sebelas kurang tiga belas per delapan sama dengan negatif dua puluh empat per delapan sama dengan negatif tiga.
P _{1.16}	: Oke, jadi itu nilai akar-akarnya?
S _{1.16}	: Iya (mengangguk).
P _{1.17}	: Syella yakin dengan Syella punya penyelesaian dan jawabannya?
S _{1.17}	: Yakin (mengangguk)

Wawancara awal untuk nomor satu bagian a subjek S memberikan alasan awal untuk pengajuan dugaannya dengan tidak jelas namun subjek S mampu memenuhi indikator menarik kesimpulan

* kesimpulannya, dugaan saya tentang kebenaran pernyataan a, benar bahwa pernyataan tersebut salah, karena nilai akar-akarnya seharusnya $x_1 = \frac{1}{4}$ dan $x_2 = -3$.

Gambar 3. Penarikan kesimpulan tertulis subjek S untuk soal nomor 1

Penarikan kesimpulan yang dibuat subjek S dapat dilihat dalam jawaban tertulisnya adalah untuk membenarkan tebakan atau dugaannya pada jawaban nomor 1 bagian a. Hal itu juga diperkuat dengan cuplikan wawancara berikut.

P _{1.18}	: Jadi dugaan Syella tadi salah dan setelah selesai mencari nilai akar-akarnya menurut Syella pernyataan itu tetap salah?
S _{1.18}	: Iya (mengangguk)
P _{1.19}	: Jadi Syella punya dugaan itu benar kalau pernyataan itu salah?
S _{1.19}	: (Mengangguk)
P _{1.20}	: Kenapa?
S _{1.20}	: Karena dari cara pengerjaan didapatkan x satu sama dengan satu per empat dan x dua sama dengan minus tiga, sedangkan pada pernyataannya ini x satu sama dengan minus satu perempat dan x duanya sama dengan tiga (menunjuk lembar kerja dan lembar soal).

Analisis data yang sudah dipaparkan, dapat disimpulkan bahwa subjek S sudah mampu menyelesaikan soal nomor 1 dengan baik dan benar secara tuntas. Hal itu dapat dilihat dengan tercapainya semua indikator kemampuan penalaran matematis.

Soal Nomor 2

2. a. Tidak

Gambar 4. Jawaban subjek S untuk soal nomor 1 bagian a

Subjek S **memenuhi indikator mengajukan dugaan (conjecture)**. Hal ini dapat dilihat dari jawaban tertulis subjek S pada jawaban bagian a, subjek menuliskan sebuah pengajuan dugaan. Namun, subjek mengajukan dugaan tersebut dengan alasan yang tidak jelas sama seperti alasan pengajuan dugaan nomor 1 bagian a. Hal ini dapat dilihat dari bagian hasil wawancara dengan subjek. Berikut cuplikan wawancaranya.

P_{2.4} : Tidak ini artinya p ini bukan merupakan bilangan bulat begitu?
 S_{2.4} : Iya (mengangguk)
 P_{2.5} : Alasannya kenapa Syella bilang kalau p ini bukan merupakan bilangan bulat?
 S_{2.5} : Coba tebak saja
 P_{2.6} : Oh, saat itu Syella coba tebak saja sama seperti nomor 1 bagian a?
 S_{2.6} : Iya, soalnya masih ragu jadi tulis tidak (memperhatikan lembar kerja)

b. $p \cdot x = a = 4 \cdot b = p \cdot c = 8$

Jumlah akar $m+n = -\frac{p}{4}$

hasil kali akarnya $mn = \frac{8}{4} = 2$

$0 = p^2 - 16 = ?$

Jawab = $\frac{2}{m} + \frac{2}{n} = m^3 + n^3$

$$\frac{2m + 2n}{mn} = (m+n)^3 - 3mn(m+n)$$

$$\frac{2(m+n)}{\frac{mn}{4}} = (m+n)^3 - 3mn(m+n)$$

$$\frac{2 \cdot \left(\frac{m+n}{4}\right)}{2} = \left(-\frac{p}{4}\right)^3 - 3 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{p}{4}\right)$$

$$-\frac{p}{4} = -\frac{p^3}{64} + \frac{3p}{2} \quad (\text{kedua ruas dikali dengan } \frac{1}{p})$$

$$-\frac{1}{4} = -\frac{p^2}{64} + \frac{3}{2}$$

$$\frac{p^2}{64} = \frac{7}{4} \quad (\text{kedua ruas dikali dengan } 64)$$

$$p^2 = \frac{7}{4} \times 64$$

$$p^2 = 112 \quad (\text{kedua ruas dikali dengan } 16)$$

$$p^2 = 112 - 16 = 96$$

... bilangan bulat benar.

Gambar 5. Jawaban subjek S untuk soal nomor 1 bagian b

Pada gambar di atas dapat dilihat bahwa subjek S memahami soal dengan baik dan subjek S **mampu memenuhi indikator melakukan manipulasi matematika** pada penyelesaiannya. Tambah didukung dengan **pemenuhan indikator menyusun bukti dan memberikan alasan terhadap kebenaran solusi** pada sesi wawancara subjek mampu menjelaskan alur penyelesaiannya dengan baik dan benar, bahkan dalam sesi menjelaskan peneliti sempat bertanya beberapa pertanyaan yang menantang yaitu P_{2.16} dan P_{2.19} dan kedua pertanyaan tersebut dapat dijawab dan dijelaskan dengan baik oleh subjek S. Hal ini dapat dilihat dari cuplikan wawancara berikut ini

P_{2.15} : Disini sudah dikerjakan Syella. Syella bisa jelaskan alur penyelesaiannya juga jawabannya?
 S_{2.15} : Bisa (mengangguk dan membaca penyelesaian nomor 2 bagian b pada lembar kerja) dua per m tambah dua per n sama dengan m pangkat tiga tambah n pangkat tiga, dua m tambah dua n per mn sama dengan m tambah n dipangkatkan tiga kurang tiga mn kali m tambah n...
 P_{2.16} : Kenapa pada ini (menunjuk $\frac{2}{m} + \frac{2}{n} = m^3 + n^3$) bisa jadi begini (mengarahkan jari menunjuk $\frac{2m+2n}{mn} = (m+n)^3 - 3mn(m+n)$)?
 S_{2.16} : Untuk ruas kiri ini (mengarahkan jari menunjuk $\frac{2m+2n}{mn}$) disamakan penyebutnya makanya (mengarahkan jari menunjuk $\frac{2}{m} + \frac{2}{n}$) dua per m tambah dua per n sama dengan (mengarahkan jari menunjuk $\frac{2m+2n}{mn}$) dua m tambah dua n per mn. Kalau ruas kiri ini (menunjuk $(m+n)^3 - 3mn(m+n)$) saya jabarkan (mengarahkan jari menunjuk $m^3 + n^3$) menjadi (kembali menunjuk $(m+n)^3 - 3mn(m+n)$) m tambah n dipangkatkan tiga kurang tiga mn kali m tambah n.
 P_{2.17} : Begitu ya?

S2.17	: Iya Ibu (mengangguk)
P2.18	: Oke, boleh dilanjutkan menjelaskannya!
S2.18	: (melanjutkan membaca penyelesaian nomor 2 bagian b) sama dengan dua dikali m tambah n per mn sama dengan m tambah n dipangkatkan tiga kurang tiga mn dikali m tambah n. Sama dengan....
P2.19	: Sebentar Syella! Untuk (menunjuk $\frac{2m+2n}{mn}$) kenapa jadi begini (mengarahkan jari menunjuk $\frac{2(m+n)}{mn}$)?
S2.19	: Itu Syella pake sifat (menekan-nekan dahi) apa tuh su lupa akang nama pokoknya kasih kelompok bagitu supaya bisa kasih masuk nilai penjumlahan akar dan hasil kali akar
P2.20	: Oh begitu?
S2.20	: Iya Ibu, (kembali melanjutkan membaca penyelesaiannya pada lembar kerja) jadi sama dengan dua kali minus p per empat per dua sama dengan minus p per empat dipangkatkan tiga kurang tiga kali dua kali minus p per empat (mengarahkan jari menunjuk $\frac{2(-\frac{p}{4})}{2}$) dua ini dipotong karena habis dibagi dua yang ini lai (menunjuk $3(2)(-\frac{p}{4})$) dua dan empat habis dibagi dua jadi dipotong, yang empat ini jadi dua (melirik peneliti)
P2.21	: Lanjut lanjut...
S2.21	: (Kembali melanjutkan membaca penyelesaiannya pada lembar kerja) Sama dengan minus p per empat sama dengan minus p pangkat tiga per enam puluh empat tambah tiga p per dua, ini kedua ruas Syella kali dengan satu per p... lalu sama dengan minus p satu per empat sama dengan minus p pangkat dua per enam puluh empat tambah tiga p per dua sama dengan p pangkat dua per enam puluh empat sama dengan tujuh per empat (melirik peneliti) yang ini (menunjuk $\frac{p^2}{64} = \frac{7}{4}$) Syella kali dua ruas dengan enam puluh empat. Sama dengan p pangkat dua sama dengan tujuh per empat kali enam puluh empat (menunjuk $\frac{7}{4} \times 64$) enam puluh empat deng empat ini potong karena abis dibagi empat, yang enam puluh empat ini jadi enam belas, sama dengan p pangkat dua sama dengan seratus dua belas (menunjuk $p^2 = 112$) ini kasih kurang dua ruas deng enam belas jadi p pangkat dua kurang enam belas sama dengan seratus dua belas kurang enam belas sama dengan Sembilan puluh enam.
P2.22	: Jadi dari hasil kerja Syella ini, Syella dapat p pangkat dua sama dengan Sembilan puluh enam (menunjuk $p^2 - 16 = 112 - 16 = 96$)?
S2.22	: Iya
P2.23	: Syella yakin dengan alur penyelesaian dan jawaban ini?
S2.23	: (Mengangguk) Yakin.

= 96

* kesimpulannya dugaan saya bahwa p bukan bilangan bulat benar.
 karena $p^2 = 112 \Rightarrow p = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$ yang artinya p bukan bilangan bulat

Gambar 6. Penarikan kesimpulan tertulis subjek S untuk soal nomor 1

Subjek S **memenuhi indikator menarik kesimpulan**. Hal ini dapat dilihat dari kesimpulan tertulis pada lembar jawaban bagian bawah, juga didukung dengan cuplikan wawancara dimana subjek menjelaskan penarikan kesimpulannya sebagai berikut

P_{2.24} : Baik. Disini Syella ada tulis kesimpulan. Bisa baca lalu jelaskan sedikit Syella pungk kesimpulan ini?
 S_{2.24} : Bisa (mengangguk dan mulai membaca). Kesimpulannya dugaan saya benar bahwa p bukan merupakan bilangan bulat benar. Karena p pangkat dua sama dengan seratus dua belas jadi p sama dengan akar seratus dua belas sama dengan empat akar tujuh yang artinya p bukan bilangan bulat

Dengan demikian, setelah menganalisis data yang telah dipaparkan maka, dapat disimpulkan subjek S mampu menyelesaikan soal nomor 2 dengan tuntas. Hal ini dapat dilihat dengan terpenuhinya semua indikator kemampuan penalaran matematis.

3.2. Subjek K (Kategori Sedang)

Soal Nomor 1

1). penyelesaian :

Dik : $a = 4$
 $b = 11$
 $c = -3$

Rumus : $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Jawaban :

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4(4)(-3)}}{2(4)}$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{121 + 48}}{8}$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{169}}{8}$$

$$x = \frac{-11 \pm 13}{8}$$

mencari nilai x_1 dan x_2

$$x_1 = \frac{-11 + 13}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-11 - 13}{8} = \frac{-24}{8} = -3$$

a. salah
 b. alasan saya menyatakan pernyataan tersebut salah dapat dilihat dari penyelesaian di atas bahwa nilai akar-akarnya seharusnya

$$x_1 = \frac{-11 + 13}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-11 - 13}{8} = \frac{-24}{8} = -3$$

Gambar 7. Jawaban hasil tes subjek K untuk soal nomor 1

Dapat dilihat bahwa subjek langsung memastikan kebenaran pernyataan nomor 1 dengan mencari nilai akar-akar persamaan kuadrat dari pernyataan tersebut baru setelah itu subjek menjawab soal nomor 1 bagian a yang artinya subjek K **tidak memenuhi indikator mengajukan dugaan (conjecture)**. Hal ini juga dapat dilihat dari cuplikan wawancara berikut dimana subjek menjelaskan kenapa subjek langsung memastikan kebenaran pernyataan tersebut tanpa menduga terlebih dahulu.

P_{1.3} : Untuk soal yang pertama itu diminta untuk memperhatikan pernyataan setelah itu ada dua pertanyaan. Untuk yang bagian a itu ditanya apakah pernyataan itu benar? Tapi disini Kathleen mencari nilai akar-akarnya terlebih dahulu
 K_{1.3} : Ibu, sebelum menjawab dugaannya saya itu buat penyelesaian dulu supaya kepastiannya itu jawabannya benar atau salah...
 P_{1.4} : Oke, jadi Kathleen lebih memilih untuk mencari kebenaran jawaban sekali?
 K_{1.4} : Iya Ibu (mengangguk)

Dalam alur penyelesaian mencari nilai-nilai akar persamaan kuadrat pada jawaban tertulis subjek K dengan menggunakan rumus kuadrat atau rumus abc itu subjek K **mampu memenuhi indikator melakukan manipulasi matematika** dengan baik dan benar. Hal itu didukung juga dengan **terpenuhinya indikator menyusun bukti dan memberikan alasan terhadap kebenaran solusi** yang subjek paparkan lewat penjelasan alur penyelesaian mencari nilai akar-akar persamaan kuadrat dalam cuplikan wawancara berikut.

- P_{1.16} : Kathleen bisa menjelaskan Kathleen punya alur penyelesaian dan jawabannya?
 K_{1.16} : Iya Ibu. Pertama, yang saya diketahui itu a sama dengan empat, b sama dengan sebelas dan c sama dengan negatif tiga. Ibu sebelum saya mengerjakan saya menggunakan rumus abc yaitu negatif b tambah akar dari b pangkat dua kurang empat ac per dua a...
 P_{1.17} : Ini (menunjuk tanda \pm pada rumus abc dalam penyelesaian no 1 di lembar kerja subjek) dibacanya bagaimana?
 K_{1.17} : Yang tambah ini Ibu? (menunjuk tanda \pm tersebut)
 P_{1.18} : Itu dibaca tambah kurang ya
 K_{1.18} : Oh iya Ibu
 P_{1.19} : Boleh dibaca ulang?
 K_{1.19} : (mengangguk) jadi rumus abc sama dengan negatif b tambah kurang akar dari b pangkat dua kurang empat ac per dua a... jadi jawabannya, x sama dengan negative sebelas tambah kurang akar dari sebelas pangkat dua kurang empat dikalikan empat dikalikan negatif tiga per dua kali empat. Jadi x sama dengan negative sebelas tambah kurang akar dari seatus dua puluh satu tambah empat puluh delapan per delapan. Jadi, x sama dengan negative sebelas tambah kurang akar dari seratus enam puluh sembilan kurang delapan. Jadi x'nya itu sama dengan negatif sebelas tambah kurang tiga belas per delapan. Gitu Ibu, terus untuk mencari nilai x satu dan x dua. X satu sama dengan negative sebelas tambah tiga belas per delapan sama dengan dua per delapan, bisa disederhanakan lagi Ibu menjadi satu per empat. X dua sama dengan negatif sebelas kurang tiga belas per delapan sama dengan negative dua puluh empat per delapan. Jadi negative dua puluh empat itu Ibu dibagikan delapan sama dengan negatif tiga.

Pada cuplikan wawancara diatas dapat dilihat subjek mampu menjelaskan dengan baik, hanya saja ada beberapa tanda matematika yang subjek tidak ingat namanya.

Setelah memastikan kebenaran pernyataan nomor 1 dengan mencari nilai akar-akar persamaan kuadrat tersebut, barulah subjek menjawab soal nomor 1 bagian a dan b. Pada nomor 1 bagian a subjek menjawab salah karena setelah subjek pastikan memang kebenaran tersebut salah. Untuk nomor 1 bagian b subjek menjawab dengan memberikan alasan berdasarkan hasil pengerjaan mencari nilai akar-akar persamaan kuadrat tersebut. Hal ini dapat dilihat dalam wawancara berikut.

- P_{1.20} : Nah, setelah itu baru Kathleen menjawab bagian a dan b ya?
 K_{1.20} : Iya Ibu. (mengangguk)
 P_{1.21} : Oke, untuk bagian a itu Kathleen jawab salah...
 K_{1.21} : Iya Ibu (mengangguk)
 P_{1.22} : Kenapa salah?
 K_{1.22} : Ibu, alasan saya menyatakan pernyataan tersebut salah itu dapat dilihat dari penyelesaian yang diatas Ibu (menunjukkan penyelesaiannya yang baru saja selesai dia baca) bahwa nilai akar-akarnya itu seharusnya x satu sama dengan negatif sebelas tambah tiga belas per delapan sama dengan dua per delapan dan disederhanakan menjadi satu per empat dan x dua sama dengan negatif sebelas kurang tiga belas sama dengan negatif dua puluh empat per delapan sama dengan negatif tiga Ibu. Sedangkan yang pada jawaban itu kan (memperhatikan lembar soal) x satu tuh kan sama dengan tiga ehh.. x satu itu sama dengan negatif satu per empat sedangkan x dua itu sama dengan positif tiga jadi menurut saya pernyataan itu salah Ibu.

Subjek K **tidak memenuhi indikator penarikan kesimpulan** hal ini sangat jelas dilihat pada lembar jawaban tertulis subjek. Namun subjek K mampu mengatakan penarikan kesimpulan juga penjelasannya pada sesi wawancara. Berikut cuplikan wawancaranya.

P_{1.23} : Jadi pernyataan itu salah, jadi akar-akar yang benar itu yang sudah dikerjakan ini?
 K_{1.23} : Iya Ibu (mengangguk), jadi pernyataan itu salah karena seperti yang saya bilang tadi kalau nilai akar-akar persamaan kuadrat yang benar itu yang sudah saya cari pakai rumus abc ini Ibu (menunjuk lembar kerjanya)

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa subjek K mampu menyelesaikan soal nomor 1 dengan baik walau proses pengerjaannya dalam jawaban tertulis dapat dilihat subjek K hanya mampu memenuhi 2 dari 4 indikator kemampuan penalaran matematis, namun dalam sesi wawancara subjek K menambahkan poinnya dengan menarik kesimpulan yang menjadikan subjek K mampu memenuhi 3 dari 4 indikator kemampuan penalaran matematis.

Soal Nomor 2

u). penyelesaian :

- diketahui jumlah atar nya adalah
 $M+n = \frac{-p}{a}$ dan hasil kali atarnya adalah $mn = \frac{q}{a} = 7$

- dik : $a : 4$
 $b : p$
 $c : 8$

dengan demikian kita peroleh
 $= \frac{2}{m} + \frac{2}{n} = m^2 + n^2$
 $= \frac{2m+2n}{mn} = (m+n)^2 - 3m^2n - 3mn^2$
 $= \frac{2(m+n)}{mn} = (m+n)^2 - 3mn(m+n)$
 $= \frac{2(\frac{-p}{4})}{\frac{q}{a}} = (\frac{-p}{4})^2 - 3(\frac{q}{a})(\frac{-p}{4})$
 $= \frac{-p}{4} = -\frac{p^3}{64} + \frac{3p}{2}$

bagi kedua ruas dengan p
 $-\frac{1}{4} = -\frac{p^2}{64} + \frac{3}{2}$
 $\frac{p^2}{64} = \frac{7}{4}$
 $p^2 = 112$
 $p^2 - 16 = 96$

jadi nilai dari $p^2 - 16$ adalah 96
 a. Salah atau bukan
 b. nilai dari $p^2 - 16 = 96$
 setelah saya selesai mencari nilai dari $p^2 - 16$ dapat dilihat bahwa p bukanlah bilangan bulat karena nilai $p = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$
 jadi p bukan bilangan bulat.

Gambar 8. Jawaban tertulis subjek K untuk soal nomor 2

Subjek K **tidak memenuhi indikator mengajukan dugaan (conjecture)** sama seperti jawaban tertulis untuk soal nomor 1 subjek juga mengutarakan alasan yang sama dalam wawancara.

P_{2.2} : Nomor dua ini juga Kathleen kerjakan sama dengan nomor satu, Kathleen mengerjakan dulu
 K_{2.2} : Iya Ibu
 P_{2.3} : Jadi ini yang Kathleen kerjakan untuk menjawab bagian b yaitu mencari nilai p pangkat dua kurang enam belas?
 K_{2.3} : Iya Ibu (mengangguk sambil memperhatikan lembar kerja)
 P_{2.4} : Kenapa tidak dikerjakan berurutan sesuai dengan petunjuk pengerjaan?
 K_{2.4} : Supaya lebih gampang Ibu, Karena untuk dapat jawaban pasti Ibu

Dalam alur penyelesaian dengan menggunakan metode yang subjek gunakan tersebut subjek K **mampu memenuhi indikator melakukan manipulasi matematika** dengan baik dan benar. Subjek juga **memenuhi indikator menyusun bukti dan memberikan alasan**

terhadap kebenaran solusi dalam cuplikan wawancara berikut dimana subjek mampu menjelaskan alur penyelesaian juga jawabannya dengan baik walau sedikit tersendat atau jeda dikarenakan subjek sedang berpikir seperti pada jawaban berurutan subjek untuk pertanyaan wawancara P_{2.10}, P_{2.11}, P_{2.12}, P_{2.13}, P_{2.14}, P_{2.16} dan P_{2.22}.

- P_{2.8} : Bisa dijelaskan penyelesaiannya yang Kathleen sudah kerjakan ini?
 K_{2.8} : (mengangguk) bisa Ibu. (membaca dan menunjuk lembar kerja tepatnya pada penyelesaian nomor 2) Dari yang diketahui tadi dengan demikian diperoleh dua per m tambah dua per n sama dengan m pangkat tiga tambah n dipangkat tiga jadi sama dengan dua per m ini tambah dua per n (sambil menunjuk $\frac{2}{m} + \frac{2}{n}$) itu samakan penyebut Ibu, jadi sama dengan (sambil menunjuk $\frac{2m+2n}{2mn}$) dua m tambah dua n per mn sedangkan yang m pangkat tiga tambah m pangkat tiga itu tuh (sambil menunjuk $m^3 + n^3$) saya menggunakan pemfaktoran Ibu, jadi m tambah n dipangkatkan tiga kurang tiga m pangkat dua n kurang tiga mn pangkat dua, jadi Ibu... sama dengan dua dikalikan m tambah n per mn sama dengan m tambah n dipangkatkan tiga kurang tiga mn dikalikan m tambah n, yang ini Ibu (sambil menunjuk $\frac{2(m+n)}{mn} = (m+n)^3 - 3mn(m+n)$) itu saya itu pakai pengelompokan...
 P_{2.9} : Jadi ini kamu kelompokkan... Lalu setelah itu kenapa bisa jadi (sambil menunjuk $\frac{2(\frac{-p}{4})}{2} = (\frac{-p}{4})^3 - 3(2)(\frac{-p}{4})$) dua kali negatif p per empat per dua sama dengan negatif p per empat dipangkatkan tiga kurang tiga kali dua dikalikan negatif p per empat?
 K_{2.9} : Ibu, jadi dapat dua kali negatif p per empat per dua itu saya substitusikan dari soal yang tadi (mengarahkan jari ke bagian atas pengerjaan lebih tepatnya pada bagian diketahui $m+n = \frac{-p}{4}$) m tambah n sama dengan negatif empat ehh.. negatif p per empat disubstitusikan jadi dapat (mengarahkan jari kembali ke penyelesaian bagian $\frac{2(\frac{-p}{4})}{2} = (\frac{-p}{4})^3 - 3(2)(\frac{-p}{4})$) dua kali negatif p per empat per dua sama dengan negatif p per empat dipangkatkan tiga kurang tiga kali dua Ibu tapi duanya saya potong terus kali negatif p per empat... empat ini (menunjuk angka 4 yang sudah di garis miring pada $(\frac{-p}{4})$) juga sama dua yang tadi itu (menunjukkan angka 2 yang sudah di garis miring pada $3(2)$) saya potong Ibu, empat yang ini (menunjuk angka 4 yang sudah digaris miring $(\frac{-p}{4})$) saya potong sisanya dua (menunjuk angka 2 pada bagian atas angka empat yang digaris miring tersebut) sedangkan dua yang itu (menunjuk angka 2 yang digaris miring pada $3(2)$) sisa nol Ibu, jadi sama dengan...
 P_{2.10} : Sisa nol?
 K_{2.10} : Iya Ibu (langsung menoleh pada peneliti dengan raut agak kaget)
 P_{2.11} : Itu sisa nol?

- K_{2.11} : Iya Ibu (mengangguk)
- P_{2.12} : Itu kamu bagi dengan berapa?
- K_{2.12} : Bagi dengan... empat itu kan bagi dengan dua jadi hasilnya dua...
- P_{2.13} : Terus dua yang ini (sambil menunjuk angka 2 yang digaris miring pada 3(2)) kamu potong kamu bagi dengan berapa?
- K_{2.13} : Dibagi dua Ibu...
- P_{2.14} : Dua bagi dua sama dengan nol?
- K_{2.14} : Ehh! Satu Ibu (ketawa)
- P_{2.15} : Oke...
- K_{2.15} : Jadi tinggal satu Ibu (sambil menunjuk angka 2 yang digaris miring pada 3(2)), jadi sama dengan negatif...
- P_{2.16} : Ehh sebentar... Untuk yang ini juga (menunjuk angka-angka 2 pada $\frac{2(\frac{-p}{4})}{2}$) kamu tidak bagi.. tidak habis dibagi?
- K_{2.16} : Bisa Ibu, bisa dipotong...
- P_{2.17} : Soalnya yang ini (menunjuk angka 2 dan 4 yang sudah digaris miring pada $3(2) \left(-\frac{p}{4}\right)$) kamu potong tapi yang ini (kembali menunjuk $\frac{2(\frac{-p}{4})}{2}$) tidak kamu potong...
- K_{2.17} : Iya Ibu soalnya saya lupa Ibu tapi sebenarnya bisa dipotong Ibu, jadi sama dengan negatif p per empat sama dengan negatif p pangkat tiga per enam puluh empat tambah tiga p per dua, itu bagi kedua ruas dengan p Ibu...
- P_{2.18} : Yang bagi kedua ruas dengan p itu yang mana? Soalnya ini ditulis begini (sambil menunjuk bagian "Bagi kedua ruas dengan p")...
- K_{2.18} : Membagi kedua ruas yang ini Ibu (menunjuk bagian $\frac{-p}{4} = -\frac{p^3}{64} + \frac{3p}{2}$), itu negatif p per empat itu dibagikan Ibu...
- P_{2.19} : Negatif p per empat saja?
- K_{2.19} : Maksud saya negatif p per empat dan seterusnya ini Ibu (mengarahkan telunjuk ke $\frac{-p}{4} = -\frac{p^3}{64} + \frac{3p}{2}$)
- P_{2.20} : Boleh lanjut...
- K_{2.20} : Jadi, sama dengan negatif satu per empat sama dengan negatif p pangkat dua per enam puluh empat tambah tiga per dua sama dengan p pangkat dua per enam puluh empat sama dengan tujuh per empat. Jadi, p pangkat dua sama dengan tujuh per empat kali enam puluh empat... enam puluh empat sama empatnya dipotong Ibu...
- P_{2.21} : Oh dipotong?
- K_{2.21} : Iya Ibu di potong (senyum), yang dipotong itu enam puluh empat bisa dibagi dengan empat Ibu hasilnya enam belas kalau empat itu bisa dibagi dengan empat jadi hasilnya satu Ibu (mengarahkan jari ke angka 64 dan 4 yang sudah digaris miring pada bagian $p^2 = \frac{7}{4} \times 64$)...
- P_{2.22} : Sebentar... Ini kenapa (sambil menunjuk $\frac{p^2}{64} = \frac{7}{4}$) p pangkat dua per enam puluh empat sama dengan tujuh per empat jadinya disini (menunjuk p^2) pada bagian ini hanya p pangkat dua saja tidak per enam puluh empat terus bagian ini (menunjuk $\frac{7}{4} \times 64$) tujuh per empat kali enam puluh empat?
- K_{2.22} : Karena di... pindahkan Ibu yang saya tahu.
- P_{2.23} : Oh begitu ya...
- K_{2.23} : Iya Ibu, jadi p pangkat dua sama dengan seratus dua belas sama dengan p pangkat dua kurang enam belas sama dengan sembilan puluh enam...Jadi, nilai dari p pangkat dua adalah Sembilan puluh enam Ibu.
- P_{2.24} : Oke, Kathleen yakin dengan jawaban dan penyelesaiannya begini sudah benar?
- K_{2.24} : Sudah Ibu, yakin Ibu.

Pada jawaban tertulis nomor 2 terlihat bahwa subjek K mampu memenuhi indikator menarik kesimpulan. Hal ini juga didukung dengan cuplikan wawancara berikut.

- P_{2.25} : Setelah mencari nilai dari p pangkat dua kurang enam belas itu baru Kathleen menjawab pertanyaannya karena sudah dipastikan... Jadi jawaban Kathleen bagian a itu salah?
- K_{2.26} : Iya Ibu (mengangguk)
- P_{2.27} : Maksudnya itu p bukan merupakan bilangan bulat?
- K_{2.27} : Iya Ibu (mengangguk)
- P_{2.28} : Nah. Alasannya kenapa?
- K_{2.28} : Karena (mulai membaca jawaban bagian b) nilai dari p pangkat dua kurang enam belas kan sama dengan sembilan puluh enam jadi setelah saya mencari nilai dari p pangkat dua kurang enam belas karena nilai p itu sama dengan akar dari seratus dua belas Ibu, jadi bisa disederhanakan menjadi empat akar tujuh Ibu... Jadi menurut saya p itu bukan bilangan bulat.
- P_{2.29} : Jadi empat akar tujuh itu bukan bilangan bulat?
- K_{2.29} : Iya Ibu (mengangguk) karena bilangan bulat itu ada bilangan positif, negatif dan juga nol Ibu.
- P_{2.30} : Jadi empat akar tujuh bukan bilangan bulat?
- K_{2.30} : Iya Ibu (mengangguk)

Dengan demikian dari hasil analisis data yang sudah dipaparkan untuk soal nomor 2 ini subjek K dinyatakan mampu menyelesaikan soal nomor 2 dengan baik dan benar hal ini terbukti dengan terpenuhinya 3 dari 4 indikator kemampuan penalaran matematis.

3.3. Subjek R (Kategori Rendah)

Soal Nomor 1

1 a salah

Gambar 9. Jawaban tertulis subjek R untuk soal nomor 1 bagian a

Pada jawaban tertulis diatas subjek R **mampu memenuhi indikator mengajukan dugaan (conjecture)** dengan menjawab soal nomor 1 bagian a terlebih dahulu. Namun pada sesi wawancara subjek mengatakan alasan mengajukan dugaan tersebut dikarenakan masih belum yakin atau masih ragu. Berikut cuplikan wawancaranya.

- P_{1.3} : Jadi menurut Rezka pernyataan tersebut itu salah?
- R_{1.3} : Iya Ibu (memperhatikan lembar kerjanya)
- P_{1.4} : Apa alasan yang buat Rezka menyatakan pernyataan tersebut salah?
- R_{1.4} : Karena masih ragu ibu.
- P_{1.5} : Berarti Rezka masih belum yakin dengan jawaban ini?
- R_{1.5} : Iya Ibu saya ragu jadi saya jawabnya salah saja Ibu...

b diketahui:

$$a: 4$$

$$b: 11$$

$$c: -3$$

jawab: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$= \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4(4)(-3)}}{2(4)}$$

$$= \frac{-11 \pm \sqrt{121 - (-48)}}{8}$$

$$= \frac{-11 \pm \sqrt{169}}{8}$$

$$= \frac{-11 \pm 13}{8}$$

$$x_1 = \frac{-11 + 13}{8}$$

$$= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-11 - 13}{8}$$

$$= \frac{-24}{8} = -3$$

Gambar 10. Jawaban tertulis subjek R untuk soal nomor 1 bagian b

Pada jawaban tertulis nomor 1 bagian b dapat dilihat bahwa subjek R **mampu memenuhi indikator melakukan manipulasi matematika** dengan baik dan benar dalam alur penyelesaian mencari nilai akar-akar persamaan kuadrat. Hal ini juga didukung dengan **terpenuhinya indikator menyusun bukti dan memberikan alasan terhadap kebenaran solusi** dalam cuplikan wawancara berikut dimana subjek mampu menjelaskan alur penyelesaiannya dengan menggunakan metode atau rumus abc.

P _{1.13}	: Oke, bisakah Rezka jelaskan alur penyelesaian yang sudah Rezka kerjakan?
R _{1.13}	: Bisa Ibu (langsung mulai membaca alur penyelesaiannya pada lembar kerja). X plus sama dengan negatif b kurang lebih akar b pangkat dua kurang empat ac per dua a, min sebelas... sama dengan min sebelas kurang lebih akar sebelas pangkat dua kurang empat kali empat kali minus tiga per dua kali empat, sama dengan minus sebelas kurang lebih akar seratus dua puluh satu kurang minus empat puluh delapan per delapan sama dengan minus sebelas kurang lebih akar seratus enam puluh Sembilan per delapan, sama dengan minus sebelas kurang lebih tiga belas per delapan. X satu sama dengan minus sebelas tambah tiga belas per delapan sama dengan dua per delapan sama dengan satu per empat. X dua sama dengan minus sebelas kurang tiga belas per delapan, sama dengan minus dua puluh empat per delapan, sama dengan minus tiga Ibu.
P _{1.14}	: Rezka sudah yakin dengan Rezka punya alur penyelesaian dan jawaban ini?
R _{1.14}	: Yakin Ibu (menggaruk kepala)

Pada jawaban tertulis dapat dilihat subjek R **tidak mampu memenuhi indikator menarik kesimpulan**. Namun dalam cuplikan akhir wawancara subjek mampu memberikan sedikit penjelasan bahwa setelah mendapat kebenaran pernyataan dengan mencari nilai akar-akar persamaan kuadrat subjek tidak ragu lagi dengan dugaannya yang menjadikan dugaannya tersebut benar. Berikut cuplikan wawancaranya.

P _{1.15}	: Setelah mencari nilai akar-akarnya Rezka masih ragu?
R _{1.15}	: Iya Ibu... ehh tidak Ibu (menggaruk kepala)
P _{1.16}	: Maksudnya bagaimana?
R _{1.16}	: Setelah kerja saya tidak ragu lagi Ibu soalnya yang saya cari akar-akar ini beda dengan yang disoal jadi soal... pernyataan itu memang salah Ibu.
P _{1.17}	: Begitu ya?
R _{1.17}	: Iya Ibu.

Dengan demikian berdasarkan analisis data subjek R mampu menyelesaikan soal nomor 1 dengan baik dan benar. Hal ini dapat dilihat dengan terpenuhinya hampir semua indikator kemampuan penalaran matematis kecuali indikator menarik kesimpulan.

Soal Nomor 2

2. a. 149. p merupakan bilangan bulat.

Gambar 11. Jawaban tertulis subjek R untuk soal nomor 2 bagian a

Subjek R **mampu memenuhi indikator mengajukan dugaan (*conjecture*)** dengan menjawab soal nomor 2 bagian a pada jawaban tertulis. Hal ini juga dapat dilihat dari cuplikan wawancara dimana subjek mengajukan dugaan tersebut dengan alasan yang salah dikarenakan subjek tidak memahami pernyataan pada soal nomor 2 yang menunjukkan suatu persamaan kuadrat $4x^2 + px + 8 = 0$ dengan $p \neq 0$. Pada pernyataan sudah dibuat keterangan bahwa $p \neq 0$ (p tidak sama dengan nol) namun subjek memahami pernyataan tersebut dengan arti yang sebaliknya yaitu $p = 0$ (p sama dengan nol). Selanjutnya subjek R menyimpulkan karena 0 itu bilangan bulat maka p merupakan bilangan bulat. Berikut wawancaranya:

P2.2	: Rezka punya jawaban nomor dua bagian a itu “Iya, p merupakan bilangan bulat”...
R2.2	: Iya Ibu (mengangguk)
P2.3	: Kenapa sampai Rezka bilang kalau p itu merupakan bilangan bulat?
R2.3	: Karena nol itu merupakan bilangan bulat...
P2.4	: Oh... karena nol itu merupakan bilangan bulat?
R2.4	: Iya Ibu
P2.5	: Kenapa nol? Karena dipernyataan ya?
R2.5	: (memperhatikan lembar soal) Iya Ibu.
P2.6	: Padahal disini dibilang bahwa p itu tidak sama dengan nol....
R2.6	: (menggaruk hidung dengan menggunakan jari telunjuk)... hehehe iya Ibu
P2.7	: Terus Rezka yakin kalau p itu merupakan bilangan bulat?
R2.7	: Yakin Ibu yakin (memperhatikan lembar soal)

$$\begin{aligned}
 & b. \frac{2}{m} + \frac{2}{n} \cdot m^3 + n^3 \\
 & \frac{2n + 2m}{mn} \cdot m^3 + n^3 \\
 & \frac{2(-p/4)}{2} \cdot m^3 + n^3 \\
 & (-p/4) = (m+n)^3 - 3mn(m+n) \\
 & -p/4 \cdot \frac{2}{4} = 3(2)(-p/4) \\
 & 0 = \frac{6}{4}p \rightarrow 40 \cdot 6p \rightarrow p = \frac{0}{6} = 0
 \end{aligned}$$

Schingga
 $p^2 - 16 \cdot 0^2 - 16 = -16$

Gambar 12. Jawaban tertulis subjek R untuk soal nomor 2 bagian b

Subjek **kurang tepat dalam memenuhi indikator melakukan manipulasi matematika** pada alur penyelesaian nomor 2 bagian b. Hal ini bisa dilihat pada jawaban tertulis subjek R dikarenakan dari awal subjek tidak memahami pernyataan dengan baik. Subjek juga **tidak mampu memenuhi indikator menyusun bukti dan memberikan alasan terhadap kebenaran solusi**. Dapat dilihat dalam cuplikan wawancara berikut ini dimana subjek kurang mampu, bingung juga banyak berpikir dalam menjelaskan alur penyelesaiannya, dapat dilihat dengan hampir semua pertanyaan cuplikan wawancara penjelasan alur penyelesaian nomor 2 bagian b ini subjek jawab dengan penuh keragu-raguan.

P2.12	: Oke, bisa Rezka jelaskan alur penyelesaian dan juga jawabannya?
R2.12	: Bisa Ibu (mulai membaca alur penyelesaiannya pada lembar kerjanya). Dua per m tambah dua per n sama dengan m pangkat tiga tambah n pangkat tiga, dua n tambah dua m per mn sama dengan m pangkat tiga tambah n pangkat 3, dua... dua dikali minus empat per empat per dua sama dengan m pangkat tiga tambah n pangkat tiga...
P2.13	: Sebentar... Kenapa dari tahap ini (menunjuk pada bagian $\frac{2n+2m}{mn} = m^3 + n^3$ dua n tambah dua m per mn ini bisa menjadi (menunjuk bagian $\frac{2(-p/4)}{2} = m^3 + n^3$) dua dikali negatif p per empat per dua sama dengan m pangkat tiga tambah n pangkat tiga, itu bagaimana?
R2.13	: Itu (menggaruk hidung dengan menggunakan jari telunjuk).....
P2.14	: Ini Rezka kerja saja?
R2.14	: Iya Ibu (menggaruk kepala)
P2.15	: Boleh lanjut...

R _{2.15}	: (mulai membaca kembali) minus empat per.... minus p per empat sama dengan m tambah n dikali pangkat tiga sama dengan ehh apa...kurang tiga mn buka kurung m tambah n, minus empat per empat sama dengan ehh... minus p per empat kurang tiga kali dua kali (menyipitkan mata)... kali minus empat... kali minus p per empat, nol sama dengan enam per empat p...
P _{2.16}	: Kenapa disini (menunjuk bagian $0 = \frac{6}{4}p$) Rezka tulis nol sama dengan enam per empat p? ini dapat dari mana?
R _{2.16}	: (menggigit jarinya) Dapat dari tiga kali dua sama dengan enam, terus kali minus p per empat...
P _{2.17}	: Ohh jadi dapat dari (menunjuk bagian $3(2) \left(-\frac{p}{4}\right)$) tiga kali dua kali sama dengan enam terus dikali dengan negatif p per empat jadi hasilnya enam p per empat tapi Rezka tulisnya begini kayak pecahan campuran tapi p'nya di belakang?
R _{2.17}	: Iya Ibu
P _{2.18}	: Boleh lanjut...
R _{2.18}	: Hasilnya empat kali nol sama dengan enam p jadinya p sama dengan nol per enam sama dengan nol sehingga p pangkat dua kurang enam belas sama dengan nol pangkat dua kurang enam belas sama dengan minus

Subjek juga menyatakan dalam sesi wawancara bahwa ia masih ragu dengan jawabannya, namun ketika ditanya apakah subjek telah menemukan jawabannya subjek dengan yakin menjawab ia telah menemukan jawabannya yaitu $p = 0$ (p sama dengan 0).

P _{2.21}	: Oke, Rezka sudah yakin dengan Rezka punya jawaban?
R _{2.21}	: Hmmm masih ragu Ibu...
P _{2.22}	: Kenapa masih ragu?
R _{2.22}	: Karena (memperhatikan lembar kerjanya)... Ragu aja Ibu...
P _{2.23}	: Jadi setelah mengerjakan bagian b ini, Rezka ada temukan jawaban seng kalau p itu merupakan bilangan bulat atau bukan?
R _{2.23}	: Ada...Ibu.
P _{2.24}	: Ada, dimana? Bagian mananya?
R _{2.24}	: Ini Ibu nolnya... p sama dengan nol...
P _{2.25}	: Jadi karena p sama dengan nol maka p merupakan bilangan bulat?
R _{2.25}	: Iya Ibu (mengangguk)

Pada jawaban tertulis subjek R juga dapat dilihat bahwa subjek **tidak memenuhi indikator menarik kesimpulan**. Di akhir sesi wawancara subjek R bahkan menambahkan dengan sedikit ragu bahwa pernyataan soal nomor 2 itu salah dan meyakini kesalahpahamanannya yang dari awal.

P _{2.26}	: Jadi pada pernyataannya yang salah ya karena ditulis p tidak sama dengan nol sedangkan Rezka punya p sama dengan nol? Begitu?
R _{2.26}	: Hmmm... sepertinya begitu Ibu
P _{2.27}	: Jadi p merupakan bilangan bulat karena p sama dengan nol?
R _{2.27}	: Iya Ibu (mengangguk sambil menggaruk hidung dengan menggunakan jari telunjuk).

Dengan demikian berdasarkan hasil analisis data yang sudah dipaparkan diatas maka subjek R dinyatakan tidak mampu menyelesaikan soal nomor 2 dengan baik dan benar atau tidak tuntas. Terbukti dengan hanya terpenuhi 1 dari 4 indikator kemampuan penalaran matematis yaitu mengajukan dugaan (*conjecture*).

Berdasarkan hasil penelitian yang diperoleh nilai rata-rata kemampuan penalaran matematis siswa kelas IX-1 SMP Negeri 2 Ambon pada materi persamaan kuadrat adalah 62,16. Berdasarkan nilai rata-rata hasil tes kemampuan penalaran matematis siswa, maka dapat peneliti simpulkan bahwa siswa belum dapat memenuhi indikator kemampuan penalaran matematis karena nilai rata-rata tes masih tergolong rendah juga lebih tinggi presentase siswa pada kategori rendah. Dari pekerjaan siswa, ditemukan adanya siswa yang mampu menjawab soal dengan benar, ada yang tidak sepenuhnya benar dan ada juga yang salah dalam mengerjakan soal.

Dari hasil pekerjaan dan wawancara dari ketiga subjek, maka kemampuan penalaran matematis dari ketiga subjek dapat diuraikan sebagai berikut. Subjek S (kategori tinggi), dari hasil pekerjaan dan wawancara subjek S terlihat memenuhi semua indikator kemampuan penalaran matematis dalam mengerjakan kedua soal tes. Hal ini didukung dengan hasil wawancara dimana subjek mampu menjelaskan alur penyelesaian tiap soal dengan baik dan benar. Hal ini sejalan dengan hasil penelitian Suprihatin, dkk (2018: 10) yang menyatakan bahwa subjek dengan kemampuan penalaran matematis tinggi memiliki kemampuan yang baik dalam memperkirakan, menyelesaikan dan menjelaskan hasil penyelesaiannya dengan baik dan benar. Subjek S juga mampu memberikan alasan dan menyusun bukti terhadap kebenaran solusi dari jawabannya. Hal ini sejalan dengan hasil penelitian Hidayati dan Widodo (2015: 139) yang menyatakan bahwa subjek dengan kemampuan penalaran matematis tinggi mampu menyusun argumen yang valid dengan menggunakan langkah yang sistematis. Dari uraian tersebut dapat disimpulkan bahwa subjek S dengan kategori tinggi dalam proses mengerjakan soal nomor 1 dan 2 sudah mampu menggunakan kemampuan penalaran matematisnya.

Adapun siswa dengan kategori sedang yaitu subjek K dari hasil pekerjaan dan wawancaranya menunjukkan bahwa subjek K menyelesaikan soal tes nomor 1 dan 2 tidak sesuai dengan petunjuk pengerjaan soal yakni harus berurutan dan untuk menjawab bagian a tiap soal itu diberikan waktu 2 menit untuk mengamati dan memahami pernyataan yang artinya secara tidak langsung siswa diminta untuk membuat dugaan terlebih dahulu namun subjek K malah mengerjakan terlebih dahulu. Jadi untuk soal nomor 1 dan 2 subjek K tidak mampu memenuhi indikator mengajukan dugaan (*conjecture*). Namun subjek mampu memenuhi indikator melakukan manipulasi matematika dalam alur penyelesaian kedua soal bagian b. Subjek juga mampu menjelaskan alur penyelesaiannya tersebut dalam sesi wawancara dengan baik, maka subjek dinyatakan mampu memenuhi indikator menyusun bukti dan memberikan alasan terhadap kebenaran solusi. Dalam pemenuhan indikator menarik kesimpulan dalam lembar jawaban tertulis subjek hanya mampu memenuhi indikator tersebut pada soal nomor 2 sedangkan untuk nomor 1 subjek tidak mampu memenuhi indikator menarik kesimpulan. Dapat disimpulkan bahwa subjek K dinyatakan sudah mampu menyelesaikan soal tes nomor 1 dan 2 menggunakan kemampuan penalaran matematisnya, hal ini sejalan dengan hasil penelitian Hidayati dan Widodo (2015: 139) bahwa siswa dengan kemampuan penalaran matematis sedang memiliki kemampuan yang cukup dalam menyelesaikan soal serta memberikan penjelasan alur penyelesaian yang dibuat.

Pada siswa dengan kategori rendah subjek R, dari hasil pekerjaan dan wawancara subjek R belum dapat dengan tepat menyelesaikan soal tes kemampuan penalaran matematis. Untuk soal nomor 1 subjek R masih dikatakan mampu menyelesaikan soal dengan baik dan benar namun hanya satu indikator yang tidak mampu subjek penuhi yaitu indikator menarik kesimpulan. Dalam pengerjaan soal tes nomor 2 subjek R dinyatakan hanya mampu memenuhi satu indikator kemampuan penalaran matematis yaitu indikator mengajukan dugaan (*conjecture*) yakni menjawab soal nomor 2 bagian a. Subjek kurang tepat dalam memenuhi indikator melakukan manipulasi matematika karena sejak awal subjek tidak memahami pernyataan nomor 2 dan pertanyaan bagian b dengan baik sehingga dalam alur penyelesaiannya subjek dinyatakan salah hal ini sejalan dengan penelitian Ardhiyanti (2019: 99) yang menyatakan bahwa siswa dengan kemampuan penalaran matematis kategori rendah tidak dapat memperkirakan memperkirakan proses penyelesaian karena tidak dapat menyusun informasi sehingga tidak dapat menyelesaikan masalah. Bahkan subjek tidak mampu memenuhi indikator menyusun bukti dan memberikan alasan terhadap kebenaran solusi. Hal ini dapat dilihat dalam hasil wawancara dari subjek R dimana subjek menjelaskan alur penyelesaiannya dengan keraguan dan kebingungan. Hal ini sejalan dengan penelitian Linola, dkk (2017: 31) yang menyatakan bahwa siswa dengan kemampuan penalaran matematis rendah kurang mampu menyusun alasan terhadap soal yang dikerjakan. Yang terakhir dapat dilihat dalam lembar pengerjaan subjek tidak mampu memenuhi indikator menarik kesimpulan. Hal ini sesuai dengan penelitian Ardhiyanti (2019: 100) bahwa siswa dengan kemampuan penalaran matematis kategori rendah tidak mampu menarik kesimpulan yang logis dan memberikan alasan yang tepat pada langkah penyelesaian. Bahkan subjek R tetap meyakini kesalahpahamanannya yang dari dianggap benar. Berdasarkan hal itulah maka subjek R dinyatakan tidak mampu menggunakan kemampuan penalaran matematisnya

4. Kesimpulan

Berdasarkan pertanyaan penelitian dan hasil pekerjaan siswa serta hasil wawancara maka dapat disimpulkan bahwa subjek S dengan kategori tinggi memenuhi semua indikator kemampuan penalaran matematis (4) dalam menyelesaikan persoalan matematika pada materi persamaan kuadrat baik untuk soal nomor 1 maupun soal nomor 2, sehingga peneliti dapat mengatakan bahwa subjek S memiliki kemampuan penalaran matematis yang baik terlihat dari semua indikator kemampuan penalaran matematis yang terpenuhi. Untuk subjek K dengan kategori sedang memiliki kemampuan penalaran matematis baik terlihat dari lebih banyak terpenuhinya indikator kemampuan penalaran matematis yaitu 3 indikator untuk soal nomor 1 maupun nomor 2. Adapun subjek R kategori rendah dalam menjawab soal nomor 1 yang memiliki tingkat kesulitan mudah telah menggunakan kemampuan penalaran matematisnya dengan baik dilihat dengan terpenuhinya 3 indikator kemampuan penalaran matematis. Namun untuk soal nomor 2 subjek R tidak mampu menggunakan kemampuan penalaran matematisnya dengan baik hal ini terbukti dengan hanya terpenuhinya 1 indikator kemampuan penalaran matematis.

Daftar Pustaka

- Aisyah, 2015. Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Logis Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika pada Mata Kuliah Pengantar Dasar Matematika. Jambi: Universitas Batang Hari.
- Ardhiyanti Elfrida, dkk. 2019. Deskripsipsi Kemampuan Penalaran Siswa Dalam Pemecahan Masalah Matematika Pada Materi Aritmetika Sosial. *Jurnal Cendika: Jurnal Pendidikan Matematika*.
- Dewi, 2018. Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Materi Aritmatika Sosial Kelas VII di MTs Negeri 6 Tulungagung. Tulungagung: Institut Agama Islam Negeri Tulungagung.
- Emzir, 2014. *Metodologi Penelitian Kualitatif Analisis Data*. Jakarta: RajaGrafindo Persada.
- Hidayati, Anisatul dan Suryo Widodo, 2015. Proses Penalaran matematis Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Pada Materi Pokok Dimensi Tiga Berdasarkan Kemampuan Siswa di SMA Negeri 5 Kediri. *Jurnal Math Educator Nusantara*.
- Linola, Delima Mei, dkk. 2017. Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Peserta Didik Dalam Menyelesaikan Soal Cerita di SMAN 6 Malang. *PI: Mathematics Education Journal*.
- NCTM. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics
- NCTM. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics
- Ratnasari, 2016. Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas VII Ditinjau Dari Gaya Belajar Siswa Pada Setting Pembelajaran Probing Prompting. Semarang: FMIPA UNNES.
- Ruslan dan Santoso. 2013. Pengaruh Pemberian Soal Open-Ended terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Siswa. Semarang: FMIPA UNNES.
- Suprihatin, Tri Roro Pippi Maya, dan Eka Senjayawat, 2018. Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMP Pada Materi Segitiga dan Segiempat. *Jurnal Kajian Pembelajaran Matematika*.
- Yuwono, T., Londar, E. G., & Suwanti, V. (2020). Analisis Kemampuan Koneksi Matematika dalam Pemecahan Masalah Segitiga. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*.