

APLIKASI PEMROGRAMAN LINIER *INTEGER* MENGUNAKAN METODE *CUTTING PLANE* DAN *BRANCH AND BOUND* PADA OPTIMALISASI KEUNTUNGAN PRODUKSI USAHA RUMAHAN KABUPATEN KUTAI KARTANEGARA (STUDI KASUS: TEMPE RAVIRAVA)

Fatmawati^{1*}, Syaripuddin², Asmaidi³

^{1,2,3}Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Mulawarman
Jalan Barong Tongkok, Kampus Gunung Kelua, Samarinda, Indonesia

e-mail: ¹fasyaaaass@gmail.com

Submitted: June 28, 2024

Revised: June 9, 2025

Accepted: June 9, 2025

corresponding author*

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengoptimalkan produksi tempe usaha rumahan Tempe Ravirava menggunakan simpleks direvisi dengan metode *cutting plane* dan *branch and bound* sebagai solusi untuk menyelesaikan permasalahan linier dalam bentuk bilangan bulat (*integer*). Hasil penelitian menunjukkan bahwa kedua metode tersebut mampu meningkatkan jumlah produksi dan keuntungan. Dari analisis menggunakan metode *cutting plane*, diperoleh jumlah produksi tempe yang optimal sebanyak 1305 bungkus per sekali produksi dengan keuntungan maksimum yang diperoleh yaitu sebesar Rp1.649.481,00. Sementara itu, melalui metode *branch and bound* jumlah produksi tempe meningkat sebanyak 1312 bungkus dengan keuntungan sebesar Rp1.663.812,00. Dengan demikian penerapan metode *branch and bound* lebih efektif dalam meningkatkan keuntungan usaha dengan peningkatan keuntungan sebesar 12,63% dari produksi sebelumnya.

Kata Kunci: *branch and bound, cutting plane, optimasi, produksi tempe, usaha rumahan*

APPLICATION OF INTEGER LINEAR PROGRAMMING USING CUTTING PLANE AND BRANCH AND BOUND METHODS FOR OPTIMIZING PRODUCTION PROFITS OF HOME-BASED BUSINESSES IN KUTAI KARTANEGARA REGENCY (CASE STUDY: TEMPE RAVIRAVA)

Abstract

This study aims to optimize the production of Tempe Ravirava home-based businesses using the revised simplex method with cutting plane and branch and bound methods as solutions to solve linear problems in integer form. The results of the study show that both methods are able to increase production volume and profit. From the analysis using the cutting plane method, the optimal tempe production volume was obtained as much as 1305 packages per production with the maximum profit obtained, namely Rp1,649,481,00. Meanwhile, through the branch and bound method, the tempe production volume increased by 1312 packages with a profit of Rp1,663,812,00. Thus, the application of the branch and bound method is more effective in increasing business profits, with an increase in profits of 12.63% from previous production..

Keywords: *branch and bound, cutting plane, optimization, home business, tempe production*

1. Pendahuluan

Indonesia memiliki beragam makanan lokal yang disukai oleh masyarakat sejak berabad-abad lalu, salah satunya adalah tempe. Tempe menjadi makanan yang populer dan memiliki permintaan

yang tinggi di masyarakat. Tempe tidak hanya mengandung kandungan gizi yang tinggi, namun juga dikenal sebagai *super food* atau makanan yang unggul (Tamam, 2022). Berdasarkan data Badan Pusat Statistik (BPS) tahun 2022, rata-rata konsumsi tempe per kapita per tahun di Indonesia

sebesar 7.3 kg (Sutrisno, 2024). Oleh sebab itu, penting untuk memaksimalkan permintaan pasar yang terus meningkat. Perkembangan zaman berpengaruh terhadap jumlah perusahaan yang semakin banyak, sehingga menjadikan perusahaan besar maupun perusahaan kecil (usaha rumahan) saling bersaing dengan segala usaha dan strategi dilakukan untuk menghasilkan keuntungan (Untari dkk., 2023).

Linear programming atau pemrograman linier adalah cara untuk memecahkan masalah yang dihadapi oleh suatu perusahaan. Menggabungkan variasi produk yang ada menggunakan metode pemrograman linier dapat membantu pelaku usaha berdasarkan keterbatasan sumber daya yang dimiliki, sehingga pelaku usaha dapat mencapai *output* yang optimal untuk memperoleh keuntungan sebesar-besarnya. Stapleton, Hana, dan Markussen (2003) menyatakan pemrograman linier sebagai teknik aplikasi matematika dalam memecahkan suatu permasalahan yang memiliki batasan-batasan dengan tujuan memaksimalkan dan meminimumkan sesuatu disebut sebagai teknik optimalisasi (Christian, 2013).

Penyelesaian persamaan linier dapat ditemukan dua solusi, yaitu solusi *integer* (bilangan bulat) dan solusi *non integer* (bilangan tidak bulat). Namun proses suatu produk tentu akan menghasilkan nilai *integer*, sehingga dalam memecahkan persamaan linier *integer* dapat dilakukan dengan dua cara yaitu metode *Cutting Plane* dan *Branch and Bound* (Rahmayani & Sari, 2022).

Metode *cutting plane* adalah metode yang digunakan untuk menyelesaikan pemrograman linier dengan menambah batasan-batasan baru (*gomory*) dalam bilangan bulat, tidak terkecuali bilangan bulat murni ataupun bilangan bulat campuran. Namun, penambahan batasan *gomory* dilakukan jika variabel keputusan belum bernilai bilangan bulat atau masih bernilai pecahan (Taha, 2017). Dasar persyaratan metode *cutting plane* adalah koefisien pada fungsi kendala dan ruas kanan harus bernilai bilangan bulat (Sapitri, 2021).

Menurut Basriati (2018) metode *branch and bound* adalah suatu teknik dalam mencari solusi persoalan pemrograman linier *integer* dengan memperhitungkan titik-titik pada daerah fisibel dari suatu subpermasalahan. Septianuli (2019) menyatakan bahwa metode *branch and bound* membatasi penyelesaian optimal yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas dan bawah untuk masing-masing variabel keputusan yang bernilai bukan

bilangan bulat, sehingga setiap pembatas menghasilkan percabangan baru dan membentuk pohon pencarian atau *search tree* (Sinaga & Sawaluddin, 2023).

Setiap perusahaan atau pelaku usaha tentu memiliki prinsip ekonomi, yaitu mampu menghasilkan keuntungan yang besar dengan modal yang sedikit, hal ini juga diterapkan oleh usaha rumahan Tempe Ravirava. Tempe Ravirava memproduksi beberapa jenis ukuran olahan tempe dengan kemasan kecil, sedang, besar, panjang, dan bulat. Permasalahan yang dihadapi adalah masalah optimasi, sulit dalam menentukan jumlah produksi tempe untuk memaksimalkan keuntungan dengan beberapa kendala keterbatasan bahan baku pada satu kali proses produksi.

Berdasarkan uraian latar belakang diatas, maka penulis tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul “Aplikasi Pemrograman Linier *Integer* Menggunakan Metode *Cutting Plane* dan *Branch and Bound* pada Optimalisasi Keuntungan Produksi Usaha Rumahan Kabupaten Kutai Kartanegara (Studi Kasus: Tempe Ravirava)”.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan tujuan mengoptimalkan produksi usaha rumahan Tempe Ravirava melalui penerapan metode-metode dalam pemrograman linier dan *integer*. Metode yang digunakan meliputi metode simpleks direvisi, metode *cutting plane*, dan metode *branch and bound*. Metode simpleks direvisi digunakan untuk mencari solusi optimal dari model pemrograman linier yang telah dibuat. Metode ini memanfaatkan matriks dasar sehingga perhitungan menjadi lebih efisien dibandingkan dengan metode simpleks standar.

Setelah solusi optimal dari metode simpleks direvisi diperoleh, metode *cutting plane* diterapkan untuk menyelesaikan pemrograman linier dengan menambah batasan-batas baru (*gomory*) dalam menghilangkan solusi *non-integer* menggunakan persamaan dibawah ini:

$$S_{gi} - \sum_{j=1}^n f_{ij}x_j = -f_j \quad (1)$$

dimana S_{gi} merupakan *gomory* ke- i , f_{ij} sebagai nilai pecahan dalam a_{ij} , dan f_j sebagai nilai pecahan pada b_i .

Langkah penyelesaian lebih lanjut solusi *integer* yang optimal, digunakan metode *branch and bound*. Metode *branch and bound* diselesaikan dengan membuat sub-masalah yang lebih kecil dan lebih mudah dikelola.

Penelitian ini dilakukan di usaha rumahan Tempe Ravirava yang beralamat di Dusun Sumber Rejo Rt.18, Desa Kota Bangun II, Kecamatan Kota Bangun Darat, Kabupaten Kutai Kartanegara, Kalimantan Timur. Waktu penelitian dilaksanakan pada bulan Desember 2023-Maret 2024.

Terdapat beberapa langkah-langkah dalam menganalisis data pada penelitian ini yaitu sebagai berikut:

- a. Pengumpulan data
 Data yang diperlukan dalam penelitian ini yaitu:
 - 1 Data jenis ukuran tempe.
 - 2 Data jumlah persediaan bahan baku dalam satu kali proses produksi tempe.
 - 3 Data biaya produksi dan keuntungan tempe.
 - 4 Data jumlah produksi tempe dalam satu kali proses produksi.
 - 5 Data kebutuhan yang mempengaruhi proses produksi tempe.
 - 6 Data harga jual masing-masing jenis ukuran tempe.
- b. Data yang diperoleh dirumuskan ke dalam model pemrograman linier.
- c. Model pemrograman linier yang telah dirumuskan diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks direvisi.
- d. Penyelesaian hasil optimal metode simpleks direvisi kedalam bentuk bilangan bulat menggunakan metode *cutting plane* dan *branch and bound*.
- e. Diperoleh jumlah produksi optimal untuk masing-masing jenis ukuran tempe dan keuntungan yang maksimal dari penyelesaian hasil metode *cutting plane* dan *branch and bound*.
- f. Membandingkan hasil keuntungan yang didapatkan menggunakan metode *cutting plane* dan *branch and bound* dengan keuntungan produksi perusahaan (Tempe Ravirava).
- g. Membuat kesimpulan.

3. Hasil dan Pembahasan

Tempe Ravirava diolah oleh Bapak Susanto dan Ibu Dhani Rania sejak tahun 2017 hingga sekarang. Tempe Ravi'rava memproduksi lima jenis ukuran tempe, yaitu ukuran kecil (1,35 ons),

sedang (2,70 ons), besar (2,70 ons), panjang (3,70 ons), bulat besar (3,70 ons). Tempe Ravirava memproduksi total 150 kg kedelai dalam satu kali produksi dengan jumlah kedelai berbeda-beda untuk setiap jenis ukuran dengan total keuntungan Rp1.477.160,00.

Adapun bahan baku utama yang digunakan adalah kedelai dan ragi. Selain bahan baku, air menjadi bahan penunjang produksi yang sangat diperlukan. Terdapat beberapa faktor atau kebutuhan lain juga mempengaruhi proses produksi tempe, diantaranya adalah durasi yang diperlukan dalam mengolah kedelai pada mesin (memisahkan kulit kedelai), durasi perendaman kedelai, durasi inokulasi (peragian) durasi pengemasan serta durasi fermentasi.

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data proses produksi tempe yaitu, data jenis ukuran tempe, data jumlah persediaan bahan baku dan bahan penunjang proses produksi, data biaya produksi dan keuntungan, data jam kerja (durasi) proses produksi serta data harga jual masing-masing jenis ukuran tempe. Tempe Ravirava memproduksi lima jenis ukuran tempe yang memiliki perbedaan dalam jumlah bahan baku, bahan penunjang, dan jam kerja yang dibutuhkan. Data dapat dilihat pada Tabel 1 sampai dengan Tabel 3.

Tabel 1. Jumlah Produksi Tempe

No.	Jenis ukuran tempe	Jumlah kedelai	Jumlah produksi tempe (bungkus)
1.	Tempe kecil	50 kg	635
2.	Tempe sedang	10 kg	75
3.	Tempe besar	20 kg	125
4.	Tempe panjang	20 kg	70
5.	Tempe bulat	50 kg	250
Maksimal produksi			1352

Sumber: Tempe Ravirava (Januari, 2024)

Tabel 2. Data Keuntungan dan Biaya Produksi Tempe (Rp)

Jenis ukuran tempe	Biaya produksi	Harga jual	Keuntungan
Tempe kecil	946	1650	704
Tempe sedang	1727	3300	1573
Tempe besar	1727	3300	1573
Tempe panjang	2964	5200	2236
Tempe bulat	2964	5200	2236

Sumber: Tempe Ravirava (Januari, 2024)

Tabel 3. Data Bahan Baku dan Durasi Per-jenis Tempe

Jenis ukuran tempe	Simbol produksi	Bahan baku			Durasi (Jam)	Maksimal durasi (Jam)
		Kedelai (kg)	Ragi (gram)	Air (L)		
Tempe kecil	x_1	0,06	0,13	0,45	0,16	116

Tempe sedang	x_2	0,12	0,25	0,81	1,14	113
Tempe besar	x_3	0,12	0,25	0,81	0,71	114
Tempe panjang	x_4	0,2	0,4	0,65	1,51	113
Tempe bulat	x_5	0,2	0,4	0,65	0,42	115
Persediaan		2500	3000	42000		

Sumber: Tempe Ravirava (Januari, 2024)

Berdasarkan data yang telah diperoleh maka dapat diformulasikan sebagai berikut.

1. Fungsi Tujuan

Maksimumkan:

$$Z = 704x_1 + 1573x_2 + 1573x_3 + 2236x_4 + 2236x_5$$

2. Fungsi Kendala

Koefisien dan ruas kanan fungsi kendala diperoleh dari data bahan baku, bahan penunjang, maksimal jumlah produksi, dan durasi proses produksi tempe per jenis ukuran tempe.

$$0,06x_1 + 0,12x_2 + 0,12x_3 + 0,2x_4 + 0,2x_5 \leq 2500$$

$$0,13x_1 + 0,25x_2 + 0,25x_3 + 0,4x_4 + 0,4x_5 \leq 3000$$

$$0,45x_1 + 0,81x_2 + 0,81x_3 + 0,65x_4 + 0,65x_5 \leq 42000$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 1352$$

$$0,16x_1 \leq 116$$

$$1,41x_2 \leq 113$$

$$0,71x_3 \leq 114$$

$$1,51x_4 \leq 113$$

$$0,42x_5 \leq 115$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

Berdasarkan fungsi kendala, selanjutnya akan diubah kedalam bentuk kanonik dengan menambahkan variabel tambahan (variabel *slack*)

$$0,06x_1 + 0,12x_2 + 0,12x_3 + 0,2x_4 + 0,2x_5 + x_6 = 2500$$

$$0,13x_1 + 0,25x_2 + 0,25x_3 + 0,4x_4 + 0,4x_5 + x_7 = 3000$$

$$0,45x_1 + 0,81x_2 + 0,81x_3 + 0,65x_4 + 0,65x_5 + x_8 = 42000$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_9 = 1352$$

$$0,16x_1 + 0 + 0 + 0 + 0 + x_{10} = 116$$

$$0 + 1,41x_2 + 0 + 0 + 0 + x_{11} = 113$$

$$0 + 0 + 0,71x_3 + 0 + 0 + x_{12} = 114$$

$$0 + 0 + 0 + 1,51x_4 + 0 + x_{13} = 113$$

$$0 + 0 + 0 + 0 + 0,42x_5 + x_{14} = 115$$

dengan bentuk matriks koefisien sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 0,06 & 0,12 & 0,12 & 0,2 & 0,2 \\ 0,13 & 0,25 & 0,25 & 0,4 & 0,4 \\ 0,45 & 0,81 & 0,81 & 0,65 & 0,65 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0,16 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,41 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,71 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,51 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,42 \end{bmatrix} = [P_1 \ P_2 \ P_3 \ P_4 \ P_5]$$

Dimisalkan,

$$X_B = [x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{14}]$$

$$C_B = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$B = [P_6 \ P_7 \ P_8 \ P_9 \ P_{10} \ P_{11} \ P_{12} \ P_{13} \ P_{14}] = I$$

$$B^{-1} = I$$

dimana,

X_B adalah variabel *slack* yang jumlahnya sesuai dengan batasan/fungsi kendala yang digunakan

C_B adalah koefisien dari variabel X_B

B adalah bentuk matriks persegi 9×9 dengan 9 menyatakan banyaknya variabel *slack* yang digunakan dan koefisien variabel *slack* pada diagonal utamanya samadengan I , maka $B = I$.

Tabel 4. Optimal Metode Simpleks Direvisi

VD	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	NK
Z	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4400	1116,83	2217,93	1475,76	5321,68	1668199,89
x_6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-0,37	-0,09	-0,17	-0,13	-0,47	2401,71
x_7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-0,81	-0,18	-0,35	-0,26	-0,95	2801,13
x_8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-2,81	-0,58	-1,14	-0,43	-1,54	41582,26
x_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-6,25	-0,71	-1,41	-0,66	-2,38	762,75
x_1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6,25	0	0	0	0	725
x_2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,71	0	0	0	80,23
x_3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1,41	0	0	160,74
x_4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,66	0	74,58
x_5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2,38	273,7

Berdasarkan iterasi yang diperoleh $x_1 = 725$; $x_2 = 80,23$; $x_3 = 160,74$; $x_4 = 74,58$; $x_5 = 273,7$ dengan hasil optimum $Z = 1.668.199,89$. Dari solusi tersebut, jenis ukuran tempe yang harus diproduksi adalah 725 bungkus tempe kecil, 80,23 bungkus tempe sedang, 160,74 bungkus tempe besar, 74,58 bungkus tempe panjang, dan 273,7 bungkus tempe bulat. Namun, solusi ini bukanlah solusi yang tepat untuk digunakan, karena suatu produk harus berjumlah bilangan bulat. Sehingga dibutuhkan solusi yang tepat berupa bilangan *integer*. Oleh karena itu, selanjutnya akan digunakan metode *cutting plane* dan *branch and bound* untuk mencari solusi berupa bilangan *integer*.

3.1. Penyelesaian dengan Metode *Cutting Plane*

Karena variabel keputusan dengan metode simpleks direvisi belum bernilai bilangan bulat, maka perlu ditambahkan batasan baru atau *gomory*

1. Berdasarkan Tabel 4 diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} x_2 + 0,71x_{11} &= 80,23 \\ x_3 + 1,41x_{12} &= 160,74 \\ x_4 + 0,66x_{13} &= 74,58 \\ x_5 + 2,38x_{14} &= 273,7 \end{aligned} \quad (1)$$

Berdasarkan persamaan (1), metode *cutting plane* dapat dijalankan dengan menambahkan batasan baru. Pada persamaan (3) variabel yang memiliki nilai pecahan terbesar, yaitu x_5 . Sehingga dapat dihitung,

penambahan kendala *gomory*:

$$\begin{aligned} 2,38x_{14} &= 273,7 \\ Sg_1 - 0,38x_{14} &= -0,7 \end{aligned}$$

Selanjutnya memasukkan kendala *gomory* kedalam tabel akhir simpleks.

Tabel 5. Penambahan *Gomory* 1

VD	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	Sg_1	NK
Z	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4400	1116,83	2217,93	1475,76	5321,68	0	1668199,89
x_6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-0,37	-0,09	-0,17	-0,13	-0,47	0	2401,71
x_7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-0,81	-0,18	-0,35	-0,26	-0,95	0	2801,13
x_8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-2,81	-0,58	-1,14	-0,43	-1,54	0	41582,26
x_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-6,25	-0,71	-1,41	-0,66	-2,38	0	762,75
x_1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6,25	0	0	0	0	0	725
x_2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,71	0	0	0	0	80,23
x_3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1,41	0	0	0	160,74
x_4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,66	0	0	74,58
x_5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2,38	0	273,7
Sg_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,38	1	-0,7

Ruas kanan dari penambahan *gomory* 1 bernilai negatif sehingga menjadi tidak layak. Untuk dapat menyelesaikan tabel tersebut menjadi layak, maka akan dilanjutkan dengan menggunakan metode dual simpleks.

Langkah 1. Menentukan baris pivot: Sg_1 menjadi baris kunci karena memiliki nilai kanan negatif terbesar.

Langkah 2. Menentukan kolom pivot: Kolom pivot merupakan kolom dengan rasio pembagian mutlak terkecil, yaitu x_{14} .

Langkah 3. Pembentukan tabel berikutnya dengan prosedur dalam primal simpleks.

Tabel 6. Penyelesaian *Gomory* 1 Metode *Cutting Plane*

VD	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	Sg_1	NK
Z	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4400	1116,83	2217,93	1475,76	0	13995,63	1654204,26
x_6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-0,37	-0,09	-0,17	-0,13	0	-1,61	2403,32
x_7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-0,81	-0,18	-0,35	-0,26	0	-2,87	2804
x_8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-2,81	-0,58	-1,14	-0,43	0	-4,43	41586,69
x_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-6,25	-0,71	-1,41	-0,66	0	-6,63	769,38
x_1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6,25	0	0	0	0	0	725
x_2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,71	0	0	0	0	80,23
x_3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1,41	0	0	0	160,74
x_4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,66	0	0	74,58
x_5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	5,7	0	268
x_{14}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2,63	1,86

Pada Tabel 6 nilai variabel keputusan diruas kanan masih ada yang bernilai pecahan. Oleh karena itu, iterasi masih terus dilakukan sampai

semua ruas kanan bernilai positif dan penambahan variabel *gomory* akan berhenti setelah diperoleh nilai *integer* pada variabel keputusan.

Tabel 7. Penyelesaian Optimal metode Cutting Plane

VD	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	Sg_1	Sg_2	Sg_3	Sg_4	NK
Z	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4400	0	0	0	0	13995,63	5389,16	1562,85	2227,73	1645024,52
x_6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-0,37	0	0	0	0	-1,61	-0,82	-0,83	-0,85	2405,82
x_7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	-0,81	0	0	0	0	-2,87	-1,26	-0,96	-1,05	2807,27
x_8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-2,81	0	0	0	0	-4,43	-2,74	-1,52	-1,31	41592,26
x_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-6,25	0	0	0	0	-6,63	-3,83	-1,71	-1,65	776,55
x_1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6,25	0	0	0	0	0	0	0	0	725
x_2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,23	0	80
x_3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,74	0	0	158
x_4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,58	74
x_5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,7	0	0	0	268
x_{14}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2,63	0	0	0	1,84
x_{12}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-2,43	0	0	1,8
x_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1,4	0	0,32
x_{13}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1,51	0,87

Berdasarkan perhitungan iterasi metode dual simpleks dengan penambahan *gomory* (Lampiran 2), diperoleh untuk semua nilai pada baris Z bernilai positif, ruas kanan pada batasan kendala sudah bernilai positif, dan variabel keputusan sudah bernilai *integer*, artinya penyelesaian menggunakan metode *cutting plane* solusi optimum *integer* telah diperoleh. Solusi optimum *integer* menggunakan metode *cutting plane* diperoleh nilai $x_2 = 80, x_3 = 158, x_4 = 74$, dan $x_5 = 268$ dengan nilai Z maksimum yaitu Rp1.649.486,00.

3.2. Penyelesaian dengan Metode Branch and Bound

Langkah pertama yang dilakukan dengan metode *branch and bound* adalah menentukan batas atas (BA) dan batas bawah (BB). Hasil yang diperoleh sebelumnya menggunakan metode simpleks direvisi, yaitu $x_1 = 725, x_2 = 80,23, x_3 = 160,74, x_4 = 74,58$ dan $x_5 = 273,7$ belum menjadi solusi yang valid karena x_2, x_3, x_4 , dan x_5 bukan bilangan *integer*. Nilai keuntungan Rp1.668.199,89 untuk $x_1 = 725, x_2 = 80,23, x_3 = 160,74, x_4 = 74,58$ dan $x_5 = 273,7$ akan menjadi batas atas (BA). Selanjutnya, dengan pembulatan kebawah, diperoleh $x_1 = 725, x_2 = 80, x_3 = 160, x_4 = 74, x_5 = 273$ dengan keuntungan Rp1.663.812 akan menjadi batas bawah (BB)

Langkah selanjutnya setelah batas atas dan batas bawah ditentukan, maka akan dipilih variabel keputusan untuk melakukan percabangan. Variabel keputusan ditentukan berdasarkan variabel yang memiliki nilai pecahan terbesar. Nilai pecahan terbesar yaitu berada pada x_5 sebesar 273,7. Maka x_5 akan dicabangkan menjadi sub-masalah 1 dan sub-masalah 2 dengan tambahan kendala untuk sub-masalah 1 yaitu $x_5 \leq 273$ dan sub-masalah 2 $x_5 \geq 274$.

Iterasi 1

Akan diteliti nilai solusi (Z) dari masing-masing sub-masalah, apakah lebih besar dari batas atas atau lebih kecil dari batas bawah. Jika nilai solusi dari variabel keputusan yang diperoleh lebih besar dari batas atas, maka solusi tersebut merupakan solusi tidak layak (tidak ada solusi fisibel) karena akan melebihi persediaan yang tersedia.

1. Sub-masalah 1

Maksimumkan : Persamaan (4.1)

Kendala : Persamaan (4.2)

$$x_4 \leq 273$$

Dengan metode simpleks direvisi diperoleh hasil sebagai berikut.

Sub-masalah 1:

$$x_1 = 725, x_2 = 80,23, x_3 = 160,74, x_4 = 74,58$$

$$x_5 = 273$$

$$Z = \text{Rp}1.666.634,69$$

2. Sub-masalah 2: Tidak ada solusi fisibel

Karena sub-masalah 2 tidak memiliki solusi fisibel dan nilai solusi sub-masalah 1 masih terdapat nilai variabel keputusan tidak dalam bentuk bilangan bulat, maka iterasi akan berlanjut dengan kembali mencabangkan sub-masalah 1 menjadi sub-masalah 3 dan 4.

Iterasi 2

BA = Rp1.666.634,69 dengan $x_1 = 725, x_2 = 80,23, x_3 = 160,74, x_4 = 74,58, x_5 = 273$

BB = Rp1.663.812,00 dengan $x_1 = 725, x_2 = 80, x_3 = 160, x_4 = 74, x_5 = 273$

Karena pecahan terbesar terbesar terletak pada x_3 yaitu sebesar 160,74 sehingga x_3 akan dicabangkan menjadi sub-masalah 3 dan sub-masalah 4 dengan kendala tambahan $x_3 \leq 160$ untuk sub-masalah 3 dan $x_3 \geq 161$ untuk sub-masalah 4.

Iterasi 3

BA = Rp1.665.470,69 dengan $x_1 = 725, x_2 = 80,23, x_3 = 160, x_4 = 74,58, x_5 = 273$

BB = Rp1.663.812,00 dengan $x_1 = 725, x_2 =$

$$80, x_3 = 160, x_4 = 74, x_5 = 273$$

Karena pecahan terbesar terbesar terletak pada x_2 yaitu sebesar 80,23 sehingga x_2 akan dicabangkan menjadi sub-masalah 5 dan sub-masalah 6 dengan kendala tambahan $x_2 \leq 80$ untuk sub-masalah 5 dan $x_2 \geq 81$ untuk sub-masalah 6.

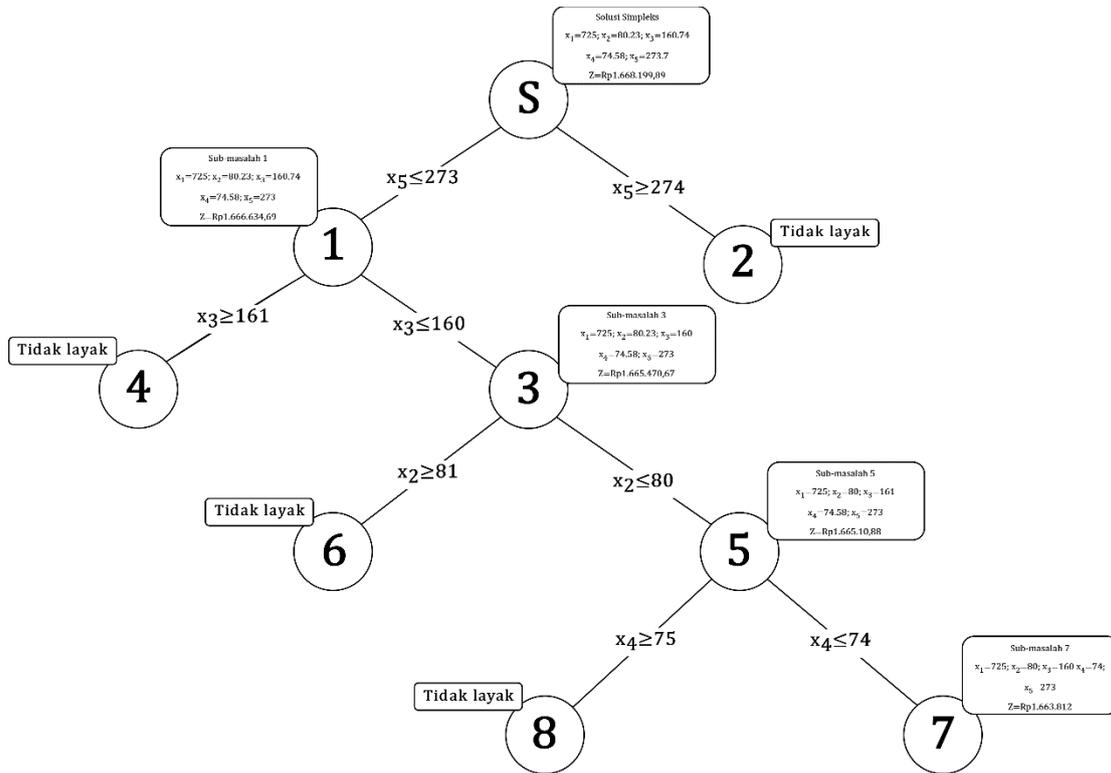
Iterasi 4

BA = Rp1.665.108,88 dengan $x_1 = 725, x_2 = 80,$

$$x_3 = 160, x_4 = 74,58, x_5 = 273$$

BB = Rp1.663.812 dengan $x_1 = 725, x_2 = 80, x_3 = 160, x_4 = 74, x_5 = 273$

Karena pecahan terbesar terbesar terletak pada x_4 yaitu sebesar 74,58 sehingga x_4 akan dicabangkan menjadi sub-masalah 7 dan sub-masalah 8 dengan kendala tambahan $x_4 \leq 74$ untuk sub-masalah 7 dan $x_4 \geq 75$ untuk sub-masalah 8.



Gambar 1. Pohon Percabangan Branch and Bound

	X1	X2	X3	X4	X5		RHS	
Maximize	704	1573	1573	2236	2236			Max 704X1 + 1573X2 + ...
Constraint 1	.06	.12	.12	.2	.2	<=	2500	.06X1 + .12X2 + .12X3 ...
Constraint 2	.13	.25	.25	.4	.4	<=	3000	.13X1 + .25X2 + .25X3 ...
Constraint 3	.45	.81	.81	.65	.65	<=	42000	.45X1 + .81X2 + .81X3 ...
Constraint 4	1	1	1	1	1	<=	1352	X1 + X2 + X3 + X4 + X5 <= ...
Constraint 5	.16	0	0	0	0	<=	116	.16X1 <= 116
Constraint 6	0	1.41	0	0	0	<=	113	1.41X2 <= 113
Constraint 7	0	0	.71	0	0	<=	114	.71X3 <= 114
Constraint 8	0	0	0	1.51	0	<=	113	1.51X4 <= 113
Constraint 9	0	0	0	0	.42	<=	115	.42X5 <= 115
Variable type (click to set)	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer			

Variable	Type	Value
X1	Integer	725
X2	Integer	80
X3	Integer	160
X4	Integer	74
X5	Integer	273
Solution value		1663812

Gambar 2. Penyelesaian Integer dengan Software POM QM

3.3. Interpretasi Hasil

Berdasarkan hasil penyelesaian di atas, didapat perbandingan keuntungan produksi

perusahaan dan keuntungan yang diperoleh menggunakan metode *cutting plane* dan *branch and bound* disajikan pada Tabel 7.

Tabel 7. Perbandingan Keuntungan Produksi

No.	Jenis ukuran tempe	Perusahaan (Tempe Ravirava)		Metode <i>Cutting Plane</i>		Metode <i>Branch and Bound</i>	
		Jumlah produksi (Bungkus)	Keuntungan (Rp)	Jumlah produksi (Bungkus)	Keuntungan (Rp)	Jumlah produksi (Bungkus)	Keuntungan (Rp)
1.	Tempe kecil	635	447,040	725	510.400	725	510.400
2.	Tempe sedang	75	117.975	80	125.840	80	125.840
3.	Tempe besar	125	196.625	158	248.534	160	251.680
4.	Tempe panjang	70	156.520	74	165.464	74	165.464
5.	Tempe bulat	250	559.000	268	599.248	273	610.428
Total		1155	1.477.160,00	1305	1.649.486,00	1312	1.663.812,00

4. Kesimpulan

Hasil perbandingan keuntungan produksi menunjukkan bahwa, kedua metode optimasi (*cutting plane* dan *branch and bound*) dapat meningkatkan jumlah produksi dibandingkan dengan metode perusahaan, dimana setiap jenis ukuran tempe menunjukkan peningkatan keuntungan. Sehingga, metode *cutting plane* dan metode *branch and bound* terbukti lebih efisien dalam meningkatkan jumlah produksi dan keuntungan dibandingkan dengan metode yang digunakan oleh usaha rumahan Tempe Ravirava, dengan metode *branch and bound* menghasilkan jumlah produksi dan keuntungan paling optimal.

Daftar Pustaka

Basriati, S. (2018). Integer Linear Programming Dengan Pendekatan Metode Cutting Plane dan Branch and Bound Untuk Optimasi Produksi Tahu. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, 4(2), 95–104.

Christian, S. (2013). Jumlah Produksi Dalam Memperoleh Keuntungan. *Journal The WINNERS*, 01(14), 55–60.

Rahmayani, T., & Sari, D. P. (2022). Kajian Efektivitas Metode Branch and Bound dan Metode Cutting

Plane dalam Optimasi Jumlah Produksi di BSL Store. *Journal of Mathematics UNP*, 7(2), 38–43.

Sapitri, H. L. (2021). Metode Cutting Plane dalam Optimasi Jumlah Produksi Pada Perusahaan Manufaktur Elektronik The Flash. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, 5(3), 114570–114575.

Sinaga, A., & Sawaluddin. (2023). Analisis Penyelesaian Pada Permasalahan Pure Integer Linear Programming Dengan Menggunakan Metode Branch And Bound Dan Cutting Plane. *Jurnal Arjuna: Publikasi Ilmu Pendidikan, Bahasa dan Matematika*, 1(5), 104–116.

Sutrisno, E. (2024). Strategi Tempe Menembus Mendunia: Portal Informasi Indonesia, (Online), (<https://indonesia.go.id/kategori/editorial/7627/strategi-tempe-menembus-mendunia?lang=1>), diakses 14 Februari 2024

Taha, H. A. (2017). *Operations Research An Introduction Tenth Edition* (8 ed.). England: Pearson.

Tamam, B. (2022). Tempe: Pangan Lokal Unggul (Superfood) Khasanah Budaya Bangsa. *Humanitarian Journal*, 1(1), 41–48.

Untari, E., Astuti, I. P., & Susanto, D. (2023). Penerapan Metode Simplex Dengan Microsoft Excel (Solver) Untuk Optimalisasi Hasil Penjualan Tempe. *EDUKASIA: Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran*, 4(1), 567–574. 7