

# Pembuatan Program Inversi Gayaberat 2D Menggunakan Algoritma Levenberg-Marquadt

## *Development of 2D Gravity Inversion Program Using Levenberg-Marquardt Algorithm*

Husnaniah Kaharudin<sup>1\*</sup>, Samsul Bahri<sup>1</sup>, Darharta Dahrin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Teknik Geofisika, Universitas Pattimura, Jl. Ir. M. Putuhena, Kampus Poka, Ambon, Maluku, 97233, Indonesia

<sup>2</sup>Program Studi Teknik Geofisika, Institut Teknologi Bandung, Institut Teknologi Bandung, Jalan Ganesha 10, Bandung 40132, Indonesia.

\*[husnaniahkaharudin@gmail.com](mailto:husnaniahkaharudin@gmail.com)

Diterima: 4 Maret 2025; Disetujui: 1 Mei 2025

DOI: 10.30598/tanahgoyang.3.1.33-40

<b>Kata Kunci:</b> Inversi Gayaberat Levenberg-Marquardt Model Sintetik Model Awal	<b>Abstrak</b> Penelitian ini mengimplementasikan inversi 2D data gayaberat menggunakan algoritma Levenberg-Marquardt untuk menganalisis sensitivitas hasil pemodelan terhadap variasi model awal. Pengujian dilakukan pada dua model sintetik, yaitu intrusi dan patahan, dengan kontras densitas masing-masing 0,5 gr/cm <sup>3</sup> dan 0,7 gr/cm <sup>3</sup> . Hasil inversi membuktikan ketergantungan yang kritis pada model awal. Model awal homogen menghasilkan estimasi densitas yang terdistorsi dan terkonsentrasi di permukaan. Sebaliknya, model awal yang mendekati model sintetik sebenarnya menghasilkan konvergensi yang lebih cepat dan rekonstruksi distribusi densitas yang lebih akurat. Analisis komparatif menunjukkan bahwa model patahan menghasilkan kecocokan yang lebih baik, yang mengindikasikan resolusi lateral metode gayaberat yang lebih unggul dibandingkan dengan resolusi vertikalnya. Temuan ini menegaskan bahwa akurasi inversi data gayaberat sangat bergantung pada konstrain geologi yang diintegrasikan melalui model awal, di mana pendekatan yang terinformasi menghasilkan model bawah permukaan yang lebih andal.
<b>Keywords:</b> Gravity Inversion Levenberg-Marquardt Synthetic Model Initial Model	<b>Abstract</b> <i>This research implements 2D gravity data inversion using the Levenberg-Marquardt algorithm to analyze the sensitivity of modeling results to variations in initial models. Testing was conducted on two synthetic models, namely intrusion and fault, with density contrasts of 0.5 g/cm<sup>3</sup> and 0.7 g/cm<sup>3</sup> respectively. The inversion results demonstrate a critical dependence on the initial model. A homogeneous initial model produced distorted density estimates concentrated near the surface. Conversely, an initial model approximating the actual synthetic model yielded faster convergence and more accurate density distribution reconstruction. Comparative analysis revealed that the fault model achieved better fit, indicating the superior lateral resolution of the gravity method compared to its vertical resolution. These findings confirm that the accuracy of gravity data inversion heavily relies on geological constraints integrated through the initial model, where an informed approach produces more reliable subsurface models.</i>



analisis yang mendalam terhadap data anomali. Pada penelitian ini akan membahas terkait pengaruh model awal terhadap hasil inversi data gayaberat. Pemrograman dilakukan menggunakan bahasa C pada platform MATLAB. Nilai densitas pada tiap blok dapat diisi secara fleksibel oleh user dan dapat dibandingkan antara data anomali gayaberat hasil perhitungan dan hasil pengukuran lapangan.

## 2. METODE PENELITIAN

Pemodelan gayaberat membutuhkan sebuah persamaan matematis yang dapat menghubungkan antara data anomali gayaberat dengan parameter model bawah permukaan (distribusi densitas bawah permukaan). Anomali gravitasi yang disebabkan oleh benda kontinu dua dimensi yang terdiskretisasi dapat dilihat pada persamaan (1).

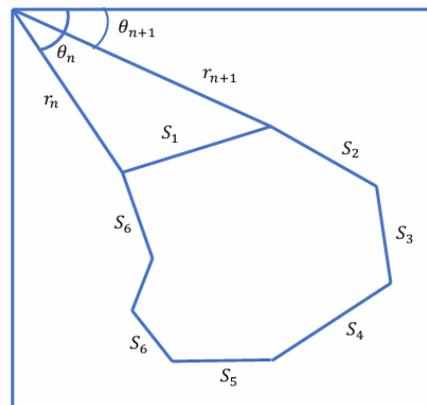
$$g = 2\gamma\rho \sum_{n=1}^N \frac{\beta_n}{1+\alpha_n^2} \left[ \log \frac{r_{n+1}}{r_n} - \alpha_n(\theta_{n+1} - \theta_n) \right] \quad (1)$$

Dimana  $g$  adalah anomaly gravitasi pada titik pengamatan,  $\gamma$  adalah konstanta gravitasi ( $6,672 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$ ),  $\rho$  adalah kerapatan massa batuan, dan  $\theta_n$  sudut antara  $r_n$  (garis dari titik pengamatan ke titik sumber).  $\alpha_n$  dan  $\beta_n$  merupakan factor geometri yang dinyatakan oleh persamaan (2) dan (3). Dimana  $x_n$  dan  $z_n$  adalah jarak horizontal dan vertical dari titik pengamatan ke titik sumber.

Dalam pemodelan gaya berat, terdapat dua pendekatan utama yaitu, pemodelan ke depan (forward modeling) dan pemodelan ke belakang (inverse modeling) (Adhani, et al., 2022). Untuk menyelesaikan permasalahan inversi anomali gayaberat, diperlukan suatu metode optimasi yang mampu menyesuaikan parameter model secara iteratif agar hasil perhitungan mendekati data observasi. Salah satu metode yang efektif untuk tujuan ini adalah algoritma Levenberg-Marquardt (LM), yang menggabungkan pendekatan Gauss-Newton dan Gradient Descent dalam meminimalan kesalahan antara data model dan pengamatan. Algoritma ini memungkinkan estimasi parameter bawah permukaan yang stabil dan akurat, terutama dalam pemodelan non-linear seperti pada kasus gayaberat. Formulasi inversi non-linier dalam kasus inversi gravitasi 2D didasarkan pada hubungan antara anomali gravitasi yang diamati dan model bawah permukaan yang direpresentasikan sebagai prisma-prisma. Dengan menggunakan notasi matrix, vektor anomali gravitasi  $d$  matriks, hubungan ini dapat dinyatakan sebagai  $d = [d_i]; i=1,2,\dots,N$  dimana  $N$  adalah jumlah data yang diberikan oleh:

$$d = G \cdot m \quad (2)$$

Dimana  $G = [g_{ij}]; i=1,2,\dots,N; j=1,2,\dots,M$  adalah matrix kernel dimana  $g_{ij}$  merupakan kontribusi prisma ke- $j$  terhadap nilai gravitasi di titik obsevasi ke- $i$  dan  $m$  adalah jumlah parameter model. Jumlah parameter model difaktorkan berdasarkan jumlah prisma dalam arah sumbu  $x$  dan  $z$  (gambar 1 : gambar ilustrasi persegi dari ilustrasi anomali bawah permukaan). Persamaan respon model yang membentuk matriks karnel diperoleh dari formulasi Talwani (persamaan 1) untuk model 2D dengan penampang berbentuk poligon pada gambar 2.



**Gambar 2.** Efek gayaberat polygo (Modifikasi Blakely, 1995)

Untuk mendapatkan estimasi parameter model yang stabil, perlu dilakukan inversi matriks dengan teknik tertentu. Jika matriks tidak singular, maka solusi inversi dapat diperoleh menggunakan metode least squares biasa yang dirumuskan sebagai:

$$m = [G^T G]^{-1} G^T d \quad (3)$$

Matrix  $G^T G$  adalah matrix bujur-sangkar berukuran ( $M \times M$ ) yang sesuai dengan parameter model yang dicari. Jika matrix  $G^T G$  bukan merupakan matrix singular maka inversi matrix dapat dihitung menggunakan teknik inversi matrix yang umum.

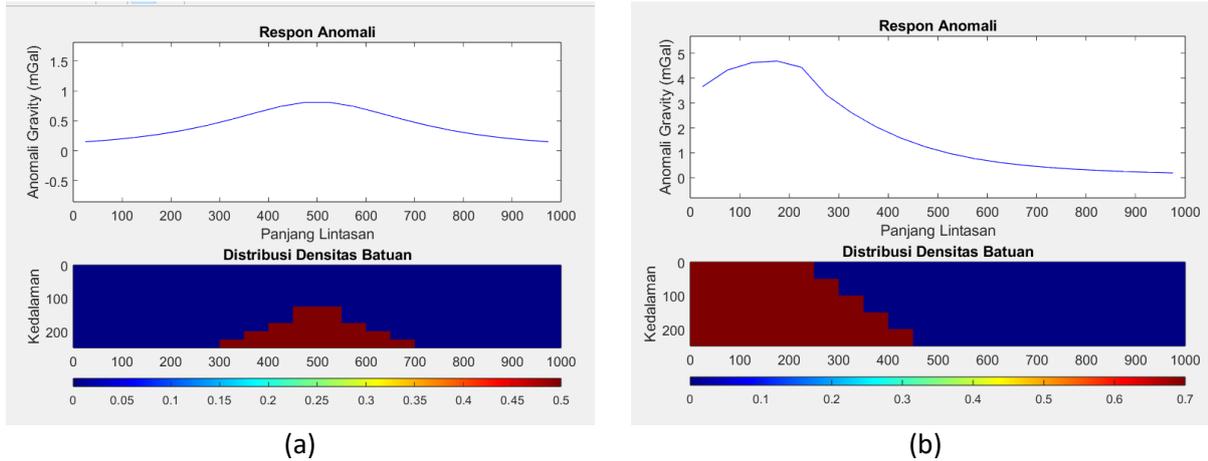
Namun, dalam kasus pemodelan gayaberat yang sering kali bersifat under-determined dimana jumlah parameter model lebih banyak dibandingkan dengan jumlah data observasi ( $N > M$ ) (Grandis Hendra, 2009), Untuk mengatasi hal ini, solusi inversi diperoleh dengan meminimumkan norm model yang dinyatakan oleh metode regularisasi Levenberg-Marquardt digunakan untuk menstabilkan solusi dengan menambahkan faktor, seperti dalam persamaan berikut:

$$m = G^T [GG^T + \lambda I]^{-1} d \quad (4)$$

Dimana  $\lambda$  adalah faktor redaman yang digunakan untuk menguraangi over-fitting yaitu respons model yang sama persis dengan data termasuk noise yang terdapat dalam data.

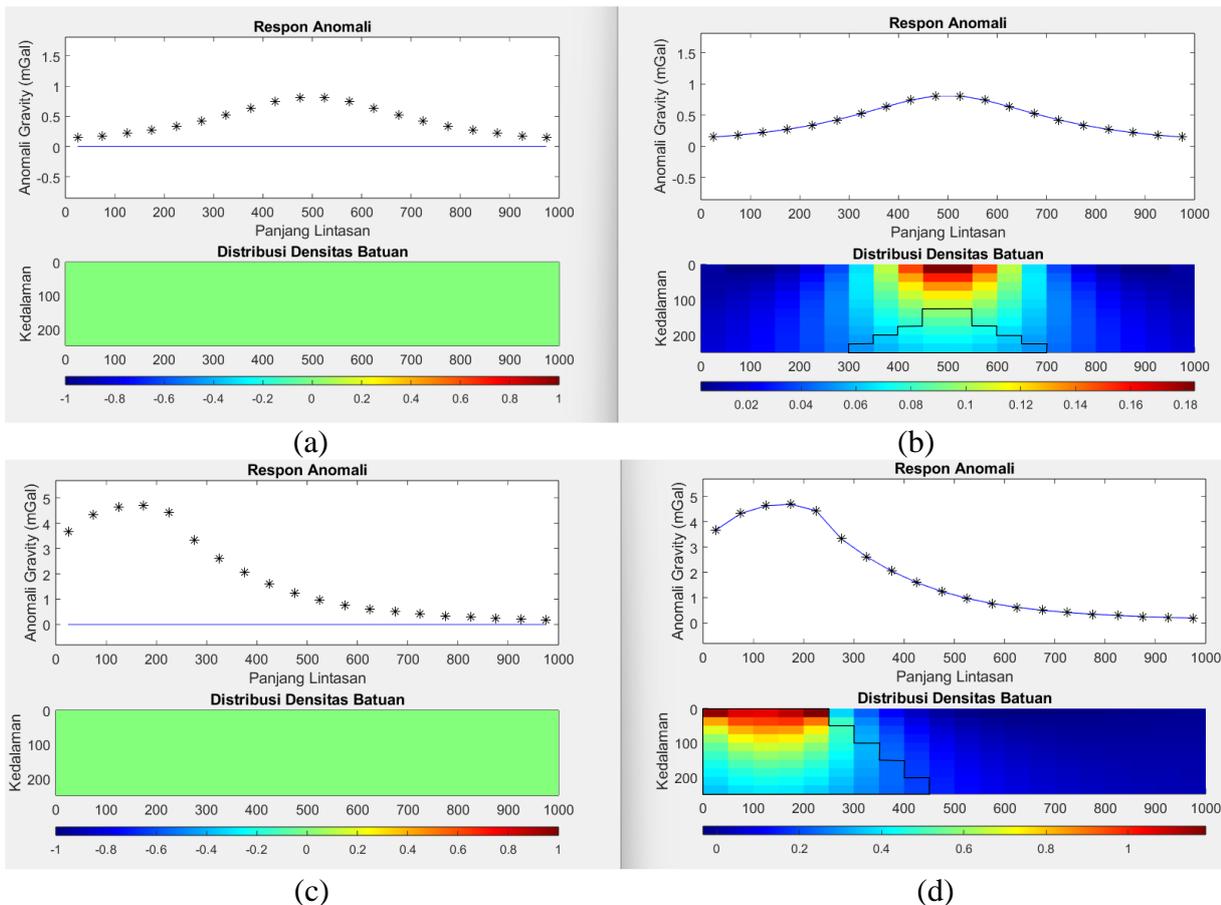
### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pemodelan kedepan (forward modeling) dilakukan untuk interpretasi kuantitatif dengan tujuan untuk memberikan gambaran distribusi rapat massa dan geometri benda di bawah permukaan. Pemodelan kedepan pada penelitian ini dilakukan berdasarkan metode polygon Talwani et al., (1959). Prinsipnya adalah dengan mendekati model benda anomali dengan poligon-poligon dalam koordinat kartesian. Pemodelan kedepan dilakukan pada beberapa model yang dianggap mewakili struktur geologi yang sederhana. Pemodelan kebelakang (forward modelling) dilakukann terhadap 2 jenis model geologi berdasarkan data sintetik yaitu model intrusi dan model patahan yang dilihat pada gambar 3.



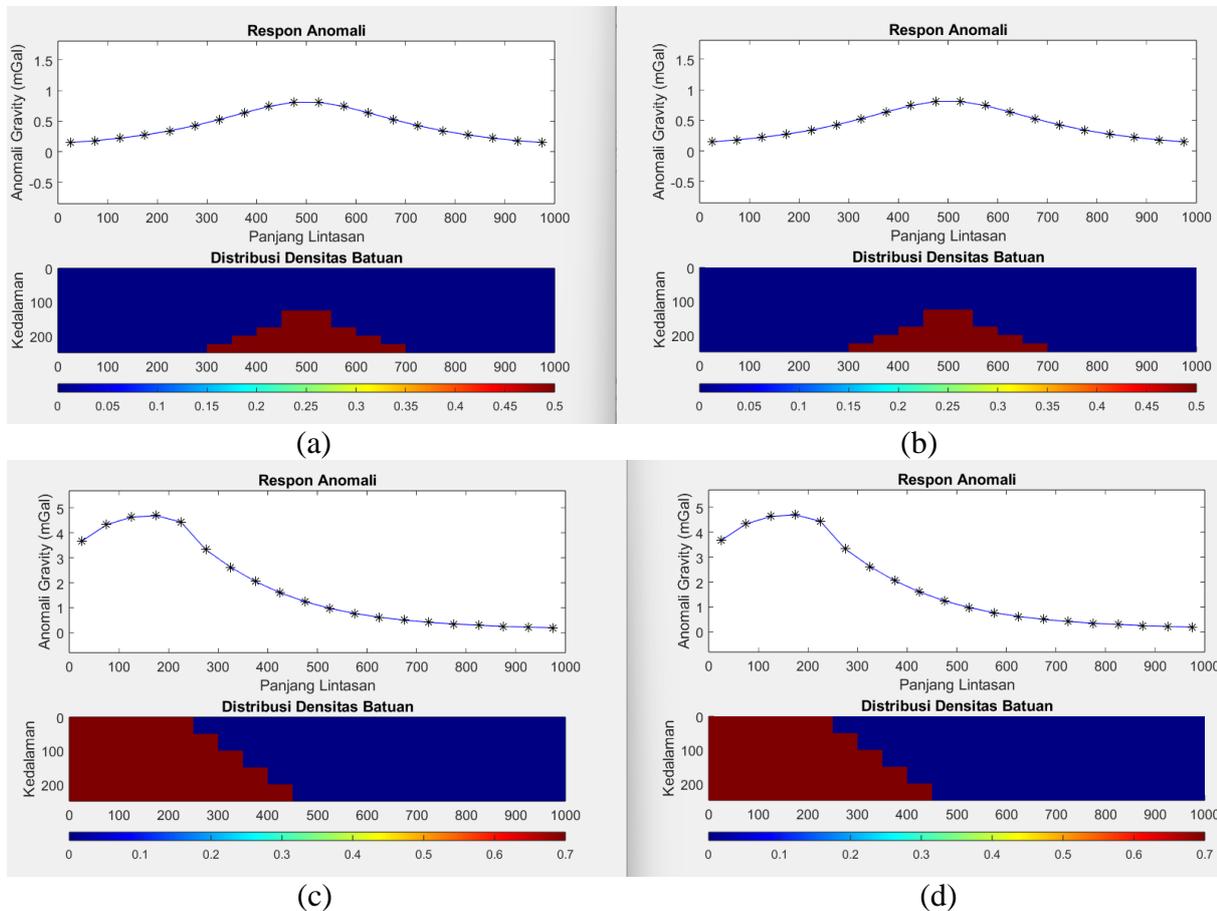
**Gambar 3.** Model Sintetik: (a) model sintetik intrusi dengan kontras densitas 0.5 gr/cm<sup>3</sup> dan (b) model sintetik patahan dengan kontras densitas 0.7 gr/cm<sup>3</sup>

Domain pemodelan membentang sepanjang 1.000 meter dengan kedalaman 250 meter yang didiskritisasi menjadi 20 x 10 blok, dengan ukuran tiap blok 50 x 25 meter. Penggunaan blok yang berjumlah besar akan meningkatkan resolusi data, namun akan membuat komputasi atau proses iterasi menjadi lebih lama (Wu et al., 2015). model diuji dengan dua jenis model awal yang berbeda yaitu dengan rapat massa secara homogen dan mendekati model sintetik untuk mengevaluasi sensitivitas hasil inversi terhadap pemilihan model awal (Grandis, 2009). Hasil pengujian dengan model awal homogen dapat dilihat pada gambar 4.



**Gambar 4.** Pengujian Data Sintetik Dengan Model Awal Homogen: (a) model awal intrusi (b) hasil inversi intrusi (c) model awal patahan (d) hasil inversi intrusi

Selain itu adapun hasil pengujian dengan digunakan model awal yang mendekati model sintetik yang ditunjukkan pada gambar 5.



**Gambar 5.** Pengujian Data Sintetik Dengan Model Awal Yang Mendekati Model Sintetik: (a) model awal intrusi (b) hasil inversi intrusi (c) model awal patahan (d) hasil inversi intrusi

Pada penelitian ini menggunakan Levenberg-Marquard Algoritma (LM) yang merupakan metode inversi dengan pendekatan lokal, sehingga rentan terjebak pada solusi lokal. Oleh karena itu kecepatan dan keakuratan dari metode ini sangat dipengaruhi oleh model awal yang di input (Gavin, 2024). Data sintetik dibuat dari pemodelan kedepan dengan model geologi intrusi dan patahan. Model awal yang digunakan adalah model homogen dengan kontras densitas  $0 \text{ gr/cm}^3$ . Hasil inversi menunjukkan distribusi kontras densitas yang cenderung terkonsentrasi di dekat permukaan dengan nilai yang lebih kecil dari seharusnya. Hal ini terjadi akibat kompensasi terhadap perbedaan densitas pada blok-blok di dekat permukaan, sehingga metode inversi menyesuaikan hasilnya untuk mengimbangnya (Grandis, 2009).

Model awal berikutnya digunakan model awal yang mendekati model sintetik menghasilkan hasil dengan kesesuaian yang baik antara model inversi dan model sintetik. Selain itu, anomali yang terkonsentrasi dengan kecocokan yang baik antara data yang diamati dengan data yang dihitung (Grandis & Dahrin, 2014).

Berdasarkan pengujian menggunakan dua model sintetik, model struktur patahan dinilai paling sesuai untuk dikaji dengan metode gaya berat. Hal ini dikarenakan metode ini memiliki kelemahan inherent pada resolusi vertikalnya (Latuperissa et al., 2024), namun unggul dalam memetakan distribusi lateral variasi densitas bawah permukaan secara cepat dan efisien (Ataf et al., 2016). Konfigurasi perangkat lunak pemodelan yang digunakan memungkinkan fleksibilitas dalam mendefinisikan parameter geometri, seperti panjang lintasan,

kedalaman investigasi, dan diskritisasi grid (dalam kasus ini, 41 blok horizontal dan 10 blok vertikal). Fleksibilitas ini, termasuk kemampuan untuk menentukan nilai densitas awal, merupakan kunci dalam mengadaptasi metode dari model sintetik ke data lapangan yang sesungguhnya. Parameter-parameter yang telah diuji secara sistematis pada model sintetik inilah yang kemudian menjadi panduan dalam men-setup dan menjalankan pemodelan inversi pada data lapangan nyata.

#### 4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil uji sintetik terhadap dua model geologi, yaitu intrusi dan patahan, dapat disimpulkan bahwa hasil inversi data gayaberat sangat dipengaruhi oleh model awal yang digunakan. Ketika menggunakan model awal homogen, hasil inversi cenderung kurang akurat dan distribusi densitasnya lebih terkonsentrasi di permukaan. Sebaliknya, jika model awal disusun mendekati bentuk dan nilai densitas dari model sebenarnya, proses inversi menjadi lebih cepat konvergen dan hasilnya pun lebih sesuai dengan kondisi geologi yang dimodelkan. Hal ini menunjukkan bahwa keberhasilan proses inversi data gaya berat sangat bergantung pada pemilihan model awal yang digunakan. Kedua model yang diuji menggunakan model awal homogen, model patahan memberikan hasil paling sesuai yang sekaligus mengonfirmasi bahwa metode gaya berat lebih sensitif terhadap variasi lateral densitas dibandingkan resolusi vertikal. Dengan demikian, strategi terbaik dalam inversi data gaya berat adalah dengan menggunakan model awal yang representatif secara geologi yang didukung oleh informasi tambahan agar model menjadi lebih akurat. Pemodelan ini berhasil mengembangkan program pemodelan ke depan dan kebelakang inversi 2D data gayaberat berbasis algoritma Levenberg-Marquardt.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Adhani, A. T., Anggitarizka, M., Meidina, Z., & Wibowo, R. C. (2022). Forward modelling on gravity anomalies fault model using MATLAB MathWorks. *Jurnal Geocelebes*, 6(2). <https://doi.org/10.20956/geocelebes.v6i2.19157>
- Albazie, F. A. (2020). Pemodelan 3D data gravity untuk mengidentifikasi kemenerusan Kaldera Nongkojajar. Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Atef, H., Abd El-Gawad, A. M. S., Abdel Zaher, M., & Farag, K. S. I. (2016). The contribution of gravity method in geothermal exploration of southern part of the Gulf of Suez–Sinai region, Egypt. *NRIAG Journal of Astronomy and Geophysics*, 5(1), 173–185. <https://doi.org/10.1016/j.nrjag.2016.02.005>
- Bahri, S., & Ramadhan, A. (2022). Pemodelan Pola Aliran Fluida 2D di Area Panas Bumi Menggunakan Metode Elemen Hingga Pendekatan Galerkin. *CGANT JOURNAL OF MATHEMATICS AND APPLICATIONS*, 3(2), 109-117. <https://doi.org/10.19184/cgantjma.v3i2.81>
- Blakely, R. J. (1995). *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*. Cambridge University Press.
- Bogie, I., & Mackenzie, K. (1998). Volcanic facies analysis: A guide to recognizing and interpreting ancient volcanic successions. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 92(1–2), 21–42.
- Grandis, H. (2009). Pengantar pemodelan inversi geofisika. *Himpunan Ahli Geofisika Indonesia*, (Nomor 80).
- Grandis, H., & Dahrin, D. (2014). Constrained two-dimensional inversion of gravity data. *Journal of Mathematical and Fundamental Sciences*, 46(1), 1–13. <https://doi.org/10.5614/j.math.fund.sci.2014.46.1.1>

- Hidayat, H., Nanda, M. D., Lucki, G. M., Pusat, J., & Geologi, S. (2023). Pemodelan data gayaberat dengan metode inversi 3D, studi kasus: Cekungan Banyumas, Jawa Tengah. <https://www.researchgate.net/publication/374082807>
- Latupeirissa, P. O. M., Bahri, S., & Alawiyah, S. (2024). Inversi gayaberat model Taiwani menggunakan Flower Pollination Algorithm (FPA). *Tanah Goyang: Jurnal Geosains*, 2(1), 13–21. <https://doi.org/10.30598/tanahroyang.2.1.13-21>
- Levenberg, K. (1944). A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 2(2), 164–168. <https://doi.org/10.1090/qam/10666>
- Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 11(2), 431–441. <https://doi.org/10.1137/0111030>
- Novianti, E., Realita, A., & Prastowo, T. (2024). Analisis dan interpretasi anomali gravitasi untuk identifikasi potensi sumber panas bumi di Gunung Arjuno-Welirang. *Jurnal Inovasi Fisika Indonesia (IFI)*, 13(2), 13–24.
- Rung-Arunwan, T., Siripunvaraporn, W., & Utada, H. (2022). The effect of initial and prior models on phase tensor inversion of distorted magnetotelluric data. *Earth Planets Space*, 74(51). <https://doi.org/10.1186/s40623-022-01611-8>
- Said, U., Heriyanto, M., & Srigutomo, W. (2019). Perbandingan inversi least-square dengan Levenberg-Marquardt pada metode geomagnet untuk model crustal block. *Prosiding SKF 2016*.
- Setyawan, A., Aqsa, M. K., Suseno, J. E., & Indriana, R. D. (2022). Gravity inversion modelling using simulated annealing and the Levenberg-Marquardt algorithm. *International Journal of GEOMATE*, 23(98), 109–116. <https://doi.org/10.21660/2022.98.3518>
- Tandipajung, J., & Rachmadhan, H. D. (2024). Fasies Gunungapi Soputan, daerah Kilometer Tiga dan sekitarnya, Kecamatan Amurang, Kabupaten Minahasa Selatan, Sulawesi Utara. *Journal Geological Processes, Risks, and Integrated Spatial Modeling*, 2(2), 34–42.
- Talwani, M., Worzel, J. L., & Landisman, M. (1959). Rapid computations for two-dimensional bodies with application to the Mendocino Submarine Fracture Zone. *Journal of Geophysical Research*, 64(1), 49–59.
- Telford, W. M., Geldart, L. P., & Sheriff, R. E. (1990). *Applied geophysics*. Cambridge University Press.