

Solusi Numerik Model Penyebaran Virus Covid-19 Dengan Vaksinasi Menggunakan Metode Runge-Kutta Fehlberg Orde Lima Pada Provinsi Maluku

S. Maurits^{1*}, F. Y. Rumlawang¹, Monalisa E. Rijoly¹

¹Jurusan Matematika FMIPA Universitas Pattimura, Jl. Ir. M. Putuhena, Ambon, Indonesia.

*Email: stefalyamaurits@gmail.com

Manuscript submitted : Oktober 2023;

Accepted for publication : November 2023.

doi : <https://doi.org/10.30598/tensorvol4iss2pp93-104>

Abstract: COVID-19 is a new type of disease that has never been identified in humans before. The virus that causes COVID-19 is called Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus-2 (Sars-Cov-2). The purpose of this study is to predict the spread of the COVID-19 virus by vaccination in Maluku Province in the next 20 months. The mathematical model used in this study is SEIRV with five sub-populations. Susceptible sub population (S), patient under surveillance (PDP)/Exposed sub population (E), Infected (I), Recovered (R), and Vaccinated (V) sub population as initial values $S_0 = 190.295$, $E_0 = 261$, $I_0 = 204$, $R_0 = 172$ and $V_0 = 7.693$. Furthermore, numerical model simulations using the fifth order Runge-Kutta Fehlberg method over the next 20 months are for the susceptible sub population (S) of 693 people, for the Patient Under Monitoring sub population (PDP) (E) of 101 people, for the sub population infected (I) of 301 people, for the rate of recovery population (R) of 704 people and for the vaccinated sub population (V) of 16,951 so that it can be concluded that the sub population (V) has effectiveness because the susceptible sub population (S) decreases so that vaccination can be a solution to prevent the spread of the COVID-19 virus in Maluku Province within the next 20 months.

2010 Mathematical Subject Classification : 65L06, 97M10.

Keywords: COVID-19, seirv, Runge-Kutta Fehlberg method, vaccination.

1. Pendahuluan

Akhir tahun 2019 bulan Desember, dunia dihebohkan dengan sebuah kejadian yang membuat banyak masyarakat resas yaitu virus corona (COVID-19) dan bermula di Tiongkok, Wuhan [1]. COVID-19 adalah penyakit jenis baru yang belum pernah diidentifikasi sebelumnya pada manusia. Virus penyebab COVID-19 ini dinamakan Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus-2 (Sars-Cov-2). Pada kasus yang parah, COVID-19 dapat menyebabkan pneumonia, sindrom pernapasan akut, gagal ginjal, dan bahkan kematian [2]. Pada tanggal 12 Februari tahun 2021 kasus COVID-19 di seluruh dunia telah mencapai 107,4 juta orang dikonfirmasi terinfeksi COVID-19 dan kasus kematian karena COVID-19

di seluruh dunia telah mencapai 2,3 juta orang, sehingga untuk mengurangi penyebaran COVID-19 dilakukan vaksinasi. Presiden Joko Widodo melaporkan pertama kali menemukan dua kasus infeksi COVID-19 di Indonesia pada 2 Maret 2020 [3]. Jumlah kasus di Indonesia terus meningkat dengan pesat, hingga Juni 2020 sebanyak 32.168 kasus terkonfirmasi dan 1851 kasus meninggal [4].

Model matematika adalah metode mendeskripsikan masalah yang kompleks dalam bentuk matematika. Pemodelan matematika memudahkan seseorang untuk dapat memahami solusi yang tepat untuk penanganan COVID-19 dalam tahapan penyelesaian menggunakan metode numerik. Metode numerik merupakan metode yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan nonlinear matematika dengan teknik memformulasikan permasalahan matematika sehingga dapat diselesaikan dengan operasi perhitungan atau aritmetika biasa, metode numerik akan menghasilkan angka [5]. Artinya, dengan menggunakan metode numerik sistem persamaan diferensial biasa nonlinear dapat diselesaikan dengan menghasilkan solusi numerik. Oleh karena itu untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial model penyebaran Virus COVID-19 dengan Vaksinasi menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg untuk mendapatkan solusi numeriknya. [6] Kreyzig (2003) metode Runge-Kutta orde kelima merupakan metode Runge-Kutta Fehlberg merupakan metode Runge-Kutta kelima yang memiliki enam evaluasi fungsi dan dapat mencapai ketelitian yang akurat dengan menghasilkan nilai hampiran yang mendekati nilai penyelesaian analitik.

2. Tinjauan Pustaka

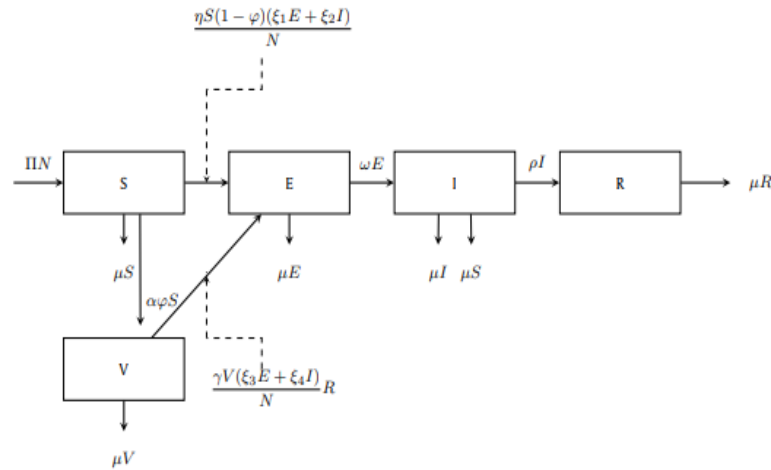
2.1. Virus Corona

COVID-19 pertama kali dilaporkan pada akhir tahun 2019 di kota Wuhan, Provinsi Hubei, China. COVID-19 adalah penyakit pernafasan akut yang disebabkan oleh Sars-Cov-2. WHO menetapkan status Global Emergency pada kasus Virus Corona ini sehingga WHO menamakan penyakit ini sebagai COVID-19 [7].

Penyakit ini umumnya menyerang sistem pernafasan yang menyebabkan gangguan saluran pernafasan akut, baik ringan, maupun berat yang meliputi demam, batuk, sesak nafas, kelelahan, pilek, nyeri tenggorokan dan diare. Secara umum penularan virus ini terjadi melalui droplet atau cairan tubuh yang terpecik pada seseorang atau benda-benda disekitar yang berjarak 1-2 meter melalui batuk dan bersin [8].

2.2. Model SVEIR

Model penyebaran virus COVID-19 yang dibahas yang itu model SVEIR dengan lima sub populasi, yaitu sub populasi rentan (S), sub populasi ter vaksin (V), sub populasi yang terdapat individu terpapar termasuk individu terinfeksi tanpa gejala dalam masa inkubasi (E), sub populasi terinfeksi disertai gejala klinis (I) dan sub populasi sembuh dari virus COVID-19 (R) [9].



Gambar 1. Diagram kompartemen model matematika penyebaran COVID-19 dengan vaksinasi

Model pada Gambar 2.1 dituliskan dalam bentuk persamaan diferensial sebagaimana persamaan (1) sampai (5)

$$\frac{dS}{dt} = \pi N - \frac{(1-\varphi)\eta S(\xi_1 E + \xi_2 I)}{N} - (\mu + \varphi\alpha) S \tag{1}$$

$$\frac{dV}{dt} = \mu\alpha S - \mu V + \left(\frac{\gamma(\xi_3 E + \xi_4 I)}{N}\right) V \tag{2}$$

$$\frac{dE}{dt} = \left(\frac{(1-\varphi)\eta S(\xi_1 E + \xi_2 I)}{N}\right) + \left(\frac{\gamma(\xi_3 E + \xi_4 I)}{N}\right) V - (\rho + \mu + \delta) E \tag{3}$$

$$\frac{dI}{dt} = \omega E - (\rho + \mu + \delta) I \tag{4}$$

$$\frac{dR}{dt} = \rho I - \mu R \tag{5}$$

dengan:

π : Laju kelahiran individu.

μ : Kematian alami individu.

η : Peluang infeksi setelah kontak antar individu terinfeksi rentan tanpa vaksinasi.

ξ_1 : Laju kontak antara individu rentan (S) dan individu terpapar (E).

ξ_2 : Laju kontak antara individu rentan (S) dan individu terinfeksi dengan gejala klinis (I).

ξ_3 : Laju kontak antara individu yang telah divaksinasi (V) dan individu terpapar (E).

ξ_4 : Laju kontak antara individu yang telah divaksinasi (V) dan individu terinfeksi dengan gejala klinis (I).

ω : Laju tranmisi setelah penyelesaian masa inkubasi dan berpindah ke (I).

ρ : Laju pemulihan individu terinfeksi dengan gejala klinis berpindah ke kelas individu pulih,

φ : Proposisi individu rentan yang diberikan vaksin,

δ : Kematian karena terinfeksi COVID-19,

γ : Peluang setelah kontak antar individu terinfeksi dengan individu yang telah divaksinasi.

α : Laju vaksinasi.

2.3. Metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45)

Metode RKF 45 tergolong dalam metode Rung-Kutta Orde-4, akan tetapi memiliki ketelitian sampai orde-5. Ketelitian yang tinggi ini dimungkinkan karena metode RKF 45 memiliki 6 konstanta perhitungan yang berperan untuk memperbaharui solusi sampai orde-5. Pada metode ini, galat pemotongannya dihitung dengan membandingkan hasil perhitungan y_{i+1} dengan hasil perhitungan \hat{y}_{i+1} pada orde selanjutnya [10].

Metode Runge-Kutta Fehlberg diformulasikan sebagai berikut.

Didefinisikan

$$k_1 = hf(x_i, y_i) \quad (6)$$

$$k_n = hf(x_i + a_n h, y_i + \sum_{m=1}^{n-1} b_{nm} k_m), n = 2, \dots, 6 \quad (7)$$

Formula RKF orde-4

$$y_{i+1} = y_i + \sum_{n=1}^5 p_n k_n \quad (8)$$

Formula RKF orde-5

$$\hat{y}_{i+1} = y_i + \sum_{n=1}^6 \hat{p}_n k_n \quad (9)$$

Butcher (2008) merumuskan galat pemotongan RKF orde-4 sebagai berikut.

$$\hat{y}_{i+1} - y_{i+1} = h \sum_{n=1}^6 c_n k_n \quad (10)$$

Menurut Mathews dan Kurtis (2004) formulasi Runge-Kutta Fehlberg Orde Lima bentuk pertama adalah sebagai berikut.

Formula Orde-4:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{25}{216} k_1 + \frac{1408}{2565} k_3 + \frac{2197}{4104} k_4 - \frac{1}{5} k_5 \quad (11)$$

Formula Orde-5:

$$\hat{y}_{i+1} = y_i + \frac{16}{135} k_1 + \frac{6656}{12825} k_3 + \frac{28561}{56437} k_4 - \frac{9}{50} k_5 + \frac{2}{55} k_6 \quad (12)$$

dengan

$$k_1 = hf(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hf(x_i + \frac{1}{4}h, y_i + \frac{1}{4}k_1)$$

$$k_3 = hf(x_i + \frac{3}{8}h, y_i + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2)$$

$$k_4 = hf(x_i + \frac{12}{13}h, y_i + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3)$$

$$k_5 = hf(x_i + h, y_i + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3860}{513}k_3 - \frac{845}{4104}k_4)$$

$$k_6 = hf(x_i + \frac{1}{2}h, y_i - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5)$$

Galat pemotongan RKF orde-4

$$\hat{y}_{i+1} - y_{i+1} = \frac{1}{360} k_1 - \frac{128}{4275} k_3 - \frac{2197}{75240} k_4 + \frac{1}{50} k_5 + \frac{2}{55} k_6 \quad (13)$$

Untuk $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$, $n =$ banyak langkah atau iterasi

Galat longgokan total (*cumulative error*) metode RKF 45 adalah

$$\varepsilon = \left| \frac{1}{h_{i+1}} (\hat{y}_{i+1} - y_{i+1}) \right| \text{ atau } \varepsilon = |\hat{y}_{i+1} - y_{i+1}| \quad (14)$$

Pada perhitungan variabel-variabel di atas, dapat dikatakan bahwa dalam menyelesaikan masalah matematika dengan metode numerik, dibutuhkan ketelitian karena perhitungan metode numerik dilakukan secara berulang-ulang (menggunakan beberapa iterasi) dan metode numerik juga digunakan bilangan mulai yang sangat kecil sampai yang paling besar. Sebagai contoh, dalam menghitung galat dibutuhkan ketelitian yang tinggi. Ketelitian ini menjadi sangat penting karena galat merupakan besarnya kesalahan suatu metode numerik.

3. Hasil dan Pembahasan

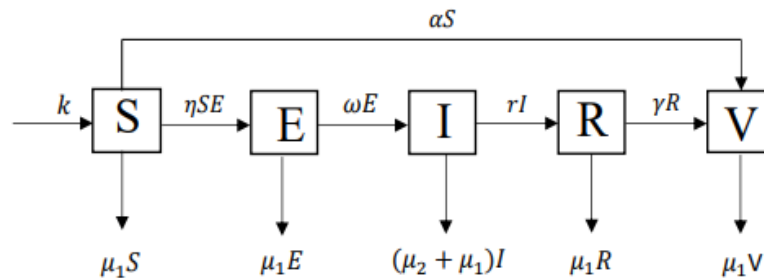
3.1. Model Matematika Penyebaran Virus COVID-19 dengan Vaksinasi

Model SEIRV penyebaran virus COVID-19 dengan vaksinasi yang dideskripsikan pada penelitian ini, terdiri dari 5 sub populasi dan menggunakan asumsi sebagai berikut:

1. Laju kematian alami terdapat pada setiap sub populasi dan diasumsikan sama sebesar μ_1 .
2. Sub populasi rentan/*Susceptible* (S) dapat bertambah karena adanya kelahiran yang diasumsikan konstan sebesar k .
3. Individu pada sub populasi rentan (S) akan berpindah ke sub populasi pasien dalam pengawasan (PDP)/*Exposed* (E) dengan laju PDP sebesar η karena melewati masa inkubasi.

4. Individu pada sub populasi PDP (E) terinfeksi COVID-19 apabila berinteraksi dengan individu pada sub populasi terinfeksi/*Infected* (I) dengan laju infeksi sebesar ω .
5. Virus COVID-19 dapat menyebabkan kematian dengan laju kematian sebesar μ_2 yang hanya terjadi pada sub populasi terinfeksi (I).
6. Individu pada sub populasi (I) berpindah ke sub populasi sembuh/ *Recovered* (R) dengan laju kesembuhan sebesar r karena telah mendapatkan penanganan dan perawatan oleh tim medis ataupun oleh keluarga.
7. Individu pada sub populasi (R) yang telah dinyatakan sembuh akan berpindah ke sub populasi tervaksin (V) dengan laju vaksinasi sebesar γ .
8. Individu pada sub rentan (S) dapat berpindah ke sub populasi tervaksin (V) dengan laju vaksinasi sebesar α .
9. Individu yang telah sembuh dari virus COVID-19 akan memperoleh kekebalan dan diasumsikan tidak akan terinfeksi lagi.

Berdasarkan asumsi di atas maka gambaran berupa model SEIRV sebagai berikut:



Gambar 2. Diagram kompartemen model penyebaran virus COVID-19 dengan vaksinasi

Gambar 2 diatas merupakan peralihan dari laju individu pada sub populasi rentan (S) terkena penyakit menuju individu pada sub populasi tervaksin (V) yang melaju secara transisi dan dapat disajikan dalam persamaan-persamaan berikut:

$$\frac{dS}{dt} = k - \mu_1 S - \eta SE - \alpha S \tag{15}$$

$$\frac{dE}{dt} = \eta SE - \mu_1 E - \omega E \tag{16}$$

$$\frac{dI}{dt} = \omega E - (\mu_2 + \mu_1)I - rI \tag{17}$$

$$\frac{dR}{dt} = rI - \mu_1 R - \gamma R \tag{18}$$

$$\frac{dV}{dt} = \gamma R - \mu_1 V + \alpha S \tag{19}$$

Keterangan:

S : Jumlah sub populasi rentan.

E : Jumlah sub populasi PDP.

I : Jumlah sub populasi terinfeksi.

R : Jumlah sub populasi sembuh.

V : Jumlah sub populasi tervaksin.

k : Laju kelahiran individu.

μ_1 : Laju kematian tanpa terinfeksi virus COVID-19.

μ_2 : Laju kematian karena terinfeksi virus COVID-19.

η : Laju PDP.

ω : Laju infeksi virus COVID-19.

r : Laju kesembuhan.

α : Laju vaksinasi sebelum terinfeksi virus COVID-19.

γ : Laju vaksinasi setelah terinfeksi virus COVID-19.

3.2. Nilai-nilai Parameter

Nilai-nilai parameter yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Laju kelahiran individu

$$k = \frac{\text{Jumlah bayi yang lahir}}{N}$$

2. Kematian alami manusia

$$\mu_1 = \frac{1}{\text{Angka harapan hidup}}$$

3. Laju kematian karena terinfeksi virus COVID-19

$$\mu_2 = \frac{\text{Jumlah individu yang meninggal karena terinfeksi}}{\text{Jumlah pasien yang terinfeksi}}$$

4. Laju PDP.

$$\eta = \frac{E}{N}$$

5. Laju infeksi virus COVID-19.

$$\omega = \frac{I}{E}$$

6. Laju kesembuhan.

$$r = \frac{R}{I}$$

7. Laju vaksinasi sebelum terinfeksi virus COVID-19.

$$\alpha = \frac{\text{Rata - rata sub populasi tervaksin sebelum terinfeksi}}{N}$$

8. Laju vaksinasi setelah terinfeksi virus COVID-19.

$$\gamma = \frac{\text{Rata - rata sub populasi tervaksin setelah terinfeksi}}{\text{Rata - rata pasien yang terinfeksi}}$$

3.3. Penyelesaian Model SEIRV dengan Menggunakan Metode Runge-Kutta Fehlberg Orde Lima

[11] Mathews dan Kurtis (2004) formulasi Runge-Kutta Fehlberg Orde Lima bentuk pertama adalah sebagai berikut.

$$\hat{y}_{i+1} = y_i + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12825}k_3 + \frac{28561}{56437}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6; \text{ diperoleh}$$

$$\hat{S}_{i+1} = S_i + \frac{16}{135}f_{1S} + \frac{6656}{12825}f_{3S} + \frac{28561}{56430}f_{4S} - \frac{9}{5}f_{5S} + \frac{2}{55}f_{6S} \quad (20)$$

$$\hat{E}_{i+1} = E_i + \frac{16}{135}f_{1E} + \frac{6656}{12825}f_{3E} + \frac{28561}{56430}f_{4E} - \frac{9}{5}f_{5E} + \frac{2}{55}f_{6E} \quad (21)$$

$$\hat{I}_{i+1} = I_i + \frac{16}{135}f_{1I} + \frac{6656}{12825}f_{3I} + \frac{28561}{56430}f_{4I} - \frac{9}{5}f_{5I} + \frac{2}{55}f_{6I} \quad (22)$$

$$\hat{R}_{i+1} = R_i + \frac{16}{135}f_{1R} + \frac{6656}{12825}f_{3R} + \frac{28561}{56430}f_{4R} - \frac{9}{5}f_{5R} + \frac{2}{55}f_{6R} \quad (23)$$

$$\hat{V}_{i+1} = V_i + \frac{16}{135} f_{1V} + \frac{6656}{12825} f_{3V} + \frac{28561}{56430} f_{4V} - \frac{9}{5} f_{5V} + \frac{2}{55} f_{6V} \tag{24}$$

dengan

$$\begin{aligned} f_{1S} &= h(k - \mu_1 S_i - \eta S_i E_i - \alpha S_i); \\ f_{1E} &= h(\eta S_i E_i - \mu_1 E_i - \omega E_i); \\ f_{1I} &= h(\omega E_i - (\mu_2 + \mu_1) I_i - r I_i); \\ f_{1R} &= h(r I_i - \mu_1 R_i - \gamma R_i); \\ f_{1V} &= h(\gamma R_i - \mu_1 V_i + \alpha S_i); \\ f_{2S} &= h\left(k - \mu_1 \left(S_i + \frac{1}{4} f_{1S}\right) - \eta \left(S_i + \frac{1}{4} f_{1S}\right) \left(E_i + \frac{1}{4} f_{1S}\right) - \alpha \left(S_i + \frac{1}{4} f_{1S}\right)\right); \\ f_{2E} &= h\left(\eta \left(S_i + \frac{1}{4} f_{1E}\right) \left(E_i + \frac{1}{4} f_{1E}\right) - \mu_1 \left(E_i + \frac{1}{4} f_{1E}\right) - \omega \left(E_i + \frac{1}{4} f_{1E}\right)\right); \\ f_{2I} &= h\left(\left(E_i + \frac{1}{4} f_{1I}\right) - (\mu_2 + \mu_1) \left(I_i + \frac{1}{4} f_{1I}\right) - r \left(I_i + \frac{1}{4} f_{1I}\right)\right); \\ f_{2R} &= h\left(r \left(I_i + \frac{1}{4} f_{1R}\right) - \mu_1 \left(R_i + \frac{1}{4} f_{1R}\right) - \gamma \left(R_i + \frac{1}{4} f_{1R}\right)\right); \\ f_{2V} &= h\left(\gamma \left(R_i + \frac{1}{4} f_{1V}\right) - \mu_1 \left(V_i + \frac{1}{4} f_{1V}\right) + \alpha \left(S_i + \frac{1}{4} f_{1V}\right)\right); \\ f_{3S} &= h\left(k - \mu_1 \left(S_i + \frac{3}{32} f_{1S} + \frac{9}{32} f_{2S}\right) - \eta \left(S_i + \frac{3}{32} f_{1S} + \frac{9}{32} f_{2S}\right) \left(E_i + \frac{3}{32} f_{1S} + \frac{9}{32} f_{2S}\right) - \alpha \left(S_i + \frac{3}{32} f_{1S} + \frac{9}{32} f_{2S}\right)\right); \\ f_{3E} &= h\left(\eta \left(S_i + \frac{1}{4} f_{1S} + \frac{3}{32} f_{1S} + \frac{9}{32} f_{2S}\right) \left(E_i + \frac{3}{32} f_{1E} + \frac{9}{32} f_{2E}\right) - \mu_1 \left(E_i + \frac{3}{32} f_{1E} + \frac{9}{32} f_{2E}\right) - \omega \left(E_i + \frac{3}{32} f_{1E} + \frac{9}{32} f_{2E}\right)\right); \\ f_{3I} &= h\left(\omega \left(E_i + \frac{3}{32} f_{1I} + \frac{9}{32} f_{2I}\right) - (\mu_2 + \mu_1) \left(I_i + \frac{3}{32} f_{1I} + \frac{9}{32} f_{2I}\right) - r \left(I_i + \frac{3}{32} f_{1I} + \frac{9}{32} f_{2I}\right)\right); \\ f_{3R} &= h\left(r \left(I_i + \frac{3}{32} f_{1R} + \frac{9}{32} f_{2R}\right) - \mu_1 \left(R_i + \frac{3}{32} f_{1R} + \frac{9}{32} f_{2R}\right) - \gamma \left(R_i + \frac{3}{32} f_{1R} + \frac{9}{32} f_{2R}\right)\right); \\ f_{3V} &= h\left(\gamma \left(R_i + \frac{3}{32} f_{1V} + \frac{9}{32} f_{2V}\right) - \mu_1 \left(V_i + \frac{3}{32} f_{1V} + \frac{9}{32} f_{2V}\right) + \alpha \left(S_i + \frac{3}{32} f_{1V} + \frac{9}{32} f_{2V}\right)\right); \\ f_{4S} &= h\left(k - \mu_1 \left(S_i + \frac{1932}{2197} f_{1S} - \frac{7200}{2197} f_{2S} + \frac{7296}{2197} f_{3S}\right) - \eta \left(S_i + \frac{1932}{2197} f_{1S} - \frac{7200}{2197} f_{2S} + \frac{7296}{2197} f_{3S}\right) \left(E_i + \frac{1932}{2197} f_{1S} - \frac{7200}{2197} f_{2S} + \frac{7296}{2197} f_{3S}\right) - \alpha \left(S_i + \frac{1932}{2197} f_{1S} - \frac{7200}{2197} f_{2S} + \frac{7296}{2197} f_{3S}\right)\right); \\ f_{4E} &= h\left(\eta \left(S_i + \frac{1932}{2197} f_{1E} - \frac{7200}{2197} f_{2E} + \frac{7296}{2197} f_{3E}\right) \left(E_i + \frac{1932}{2197} f_{1E} - \frac{7200}{2197} f_{2E} + \frac{7296}{2197} f_{3E}\right) - \mu_1 \left(E_i + \frac{1932}{2197} f_{1E} - \frac{7200}{2197} f_{2E} + \frac{7296}{2197} f_{3E}\right) - \omega \left(E_i + \frac{1932}{2197} f_{1E} - \frac{7200}{2197} f_{2E} + \frac{7296}{2197} f_{3E}\right)\right); \\ f_{4I} &= h\left(\omega \left(E_i + \frac{1932}{2197} f_{1I} - \frac{7200}{2197} f_{2I} + \frac{7296}{2197} f_{3I}\right) - (\mu_2 + \mu_1) \left(I_i + \frac{1932}{2197} f_{1I} - \frac{7200}{2197} f_{2I} + \frac{7296}{2197} f_{3I}\right) - r \left(I_i + \frac{1932}{2197} f_{1I} - \frac{7200}{2197} f_{2I} + \frac{7296}{2197} f_{3I}\right)\right); \\ f_{4R} &= h\left(r \left(I_i + \frac{1932}{2197} f_{1R} - \frac{7200}{2197} f_{2R} + \frac{7296}{2197} f_{3R}\right) - \mu_1 \left(R_i + \frac{1932}{2197} f_{1R} - \frac{7200}{2197} f_{2R} + \frac{7296}{2197} f_{3R}\right) - \gamma \left(R_i + \frac{1932}{2197} f_{1R} - \frac{7200}{2197} f_{2R} + \frac{7296}{2197} f_{3R}\right)\right); \\ f_{4V} &= h\left(\gamma \left(R_i + \frac{1932}{2197} f_{1V} - \frac{7200}{2197} f_{2V} + \frac{7296}{2197} f_{3V}\right) - \mu_1 \left(V_i + \frac{1932}{2197} f_{1V} - \frac{7200}{2197} f_{2V} + \frac{7296}{2197} f_{3V}\right) + \alpha \left(S_i + \frac{1932}{2197} f_{1V} - \frac{7200}{2197} f_{2V} + \frac{7296}{2197} f_{3V}\right)\right); \end{aligned}$$

$$f_{5S} = h \left(k - \mu_1 \left(S_i + \frac{439}{216} f_{1S} - 8f_{2S} + \frac{3860}{513} f_{3S} - \frac{845}{4104} f_{4S} \right) - \eta \left(S_i + \frac{439}{216} f_{1S} - 8f_{2S} + \frac{3860}{513} f_{3S} - \frac{845}{4104} f_{4S} \right) \right) - \frac{845}{4104} f_{4S} \left(E_i + \frac{439}{216} f_{1S} - 8f_{2S} + \frac{3860}{513} f_{3S} - \frac{845}{4104} f_{4S} \right) - \alpha \left(S_i + \frac{439}{216} f_{1S} - 8f_{2S} + \frac{3860}{513} f_{3S} - \frac{845}{4104} f_{4S} \right) \quad ;$$

$$f_{5E} = h \left(\eta \left(S_i + \frac{439}{216} f_{1E} - 8f_{2E} + \frac{3860}{513} f_{3E} - \frac{845}{4104} f_{4E} \right) \left(E_i + \frac{439}{216} f_{1E} - 8f_{2E} + \frac{3860}{513} f_{3E} - \frac{845}{4104} f_{4E} \right) - \mu_1 \left(E_i + \frac{439}{216} f_{1E} - 8f_{2E} + \frac{3860}{513} f_{3E} - \frac{845}{4104} f_{4E} \right) - \omega \left(E_i + \frac{439}{216} f_{1E} - 8f_{2E} + \frac{3860}{513} f_{3E} - \frac{845}{4104} f_{4E} \right) \right);$$

$$f_{5I} = h \left(\omega \left(E_i + \frac{439}{216} f_{1I} - 8f_{2I} + \frac{3860}{513} f_{3I} - \frac{845}{4104} f_{4I} \right) - (\mu_2 + \mu_1) \left(I_i + \frac{439}{216} f_{1I} - 8f_{2I} + \frac{3860}{513} f_{3I} - \frac{845}{4104} f_{4I} \right) - r \left(I_i + \frac{439}{216} f_{1I} - 8f_{2I} + \frac{3860}{513} f_{3I} - \frac{845}{4104} f_{4I} \right) \right);$$

$$f_{5R} = h \left(r \left(I_i + \frac{439}{216} f_{1R} - 8f_{2R} + \frac{3860}{513} f_{3R} - \frac{845}{4104} f_{4R} \right) - \mu_1 \left(R_i + \frac{439}{216} f_{1R} - 8f_{2R} + \frac{3860}{513} f_{3R} - \frac{845}{4104} f_{4R} \right) - \gamma \left(R_i + \frac{439}{216} f_{1R} - 8f_{2R} + \frac{3860}{513} f_{3R} - \frac{845}{4104} f_{4R} \right) \right);$$

$$f_{5V} = h \left(\gamma \left(R_i + \frac{439}{216} f_{1V} - 8f_{2V} + \frac{3860}{513} f_{3V} - \frac{845}{4104} f_{4V} \right) - \mu_1 \left(V_i + \frac{439}{216} f_{1V} - 8f_{2V} + \frac{3860}{513} f_{3V} - \frac{845}{4104} f_{4V} \right) + \alpha \left(S_i + \frac{439}{216} f_{1V} - 8f_{2V} + \frac{3860}{513} f_{3V} - \frac{845}{4104} f_{4V} \right) \right);$$

$$f_{6S} = h \left(k - \mu_1 \left(S_i - \frac{8}{27} f_{1S} + 2f_{2S} - \frac{3544}{2565} f_{3S} + \frac{1859}{4104} f_{4S} - \frac{11}{40} f_{5S} \right) - \eta \left(S_i - \frac{8}{27} f_{1S} + 2f_{2S} - \frac{3544}{2565} f_{3S} + \frac{1859}{4104} f_{4S} - \frac{11}{40} f_{5S} \right) \right) \left(E_i - \frac{8}{27} f_{1S} + 2f_{2S} - \frac{3544}{2565} f_{3S} + \frac{1859}{4104} f_{4S} - \frac{11}{40} f_{5S} \right) - \alpha \left(S_i - \frac{8}{27} f_{1S} + 2f_{2S} - \frac{3544}{2565} f_{3S} + \frac{1859}{4104} f_{4S} - \frac{11}{40} f_{5S} \right) \right);$$

$$f_{6E} = h \left(\eta \left(S_i - \frac{8}{27} f_{1E} + 2f_{2E} - \frac{3544}{2565} f_{3E} + \frac{1859}{4104} f_{4E} - \frac{11}{40} f_{5E} \right) \left(E_i - \frac{8}{27} f_{1E} + 2f_{2E} - \frac{3544}{2565} f_{3E} + \frac{1859}{4104} f_{4E} - \frac{11}{40} f_{5E} \right) - \mu_1 \left(E_i - \frac{8}{27} f_{1E} + 2f_{2E} - \frac{3544}{2565} f_{3E} + \frac{1859}{4104} f_{4E} - \frac{11}{40} f_{5E} \right) - \omega \left(E_i - \frac{8}{27} f_{1E} + 2f_{2E} - \frac{3544}{2565} f_{3E} + \frac{1859}{4104} f_{4E} - \frac{11}{40} f_{5E} \right) \right);$$

$$f_{6I} = h \left(\omega \left(E_i - \frac{8}{27} f_{1I} + 2f_{2I} - \frac{3544}{2565} f_{3I} + \frac{1859}{4104} f_{4I} - \frac{11}{40} f_{5I} \right) - (\mu_2 + \mu_1) \left(I_i - \frac{8}{27} f_{1I} + 2f_{2I} - \frac{3544}{2565} f_{3I} + \frac{1859}{4104} f_{4I} - \frac{11}{40} f_{5I} \right) - r \left(I_i - \frac{8}{27} f_{1I} + 2f_{2I} - \frac{3544}{2565} f_{3I} + \frac{1859}{4104} f_{4I} - \frac{11}{40} f_{5I} \right) \right);$$

$$f_{6R} = h \left(r \left(I_i - \frac{8}{27} f_{1R} + 2f_{2R} - \frac{3544}{2565} f_{3R} + \frac{1859}{4104} f_{4R} - \frac{11}{40} f_{5R} \right) - \mu_1 \left(R_i - \frac{8}{27} f_{1R} + 2f_{2R} - \frac{3544}{2565} f_{3R} + \frac{1859}{4104} f_{4R} - \frac{11}{40} f_{5R} \right) - \gamma \left(R_i - \frac{8}{27} f_{1R} + 2f_{2R} - \frac{3544}{2565} f_{3R} + \frac{1859}{4104} f_{4R} - \frac{11}{40} f_{5R} \right) \right);$$

$$f_{6V} = h \left(\gamma \left(R_i - \frac{8}{27} f_{1V} + 2f_{2V} - \frac{3544}{2565} f_{3V} + \frac{1859}{4104} f_{4V} - \frac{11}{40} f_{5V} \right) - \mu_1 \left(V_i - \frac{8}{27} f_{1V} + 2f_{2V} - \frac{3544}{2565} f_{3V} + \frac{1859}{4104} f_{4V} - \frac{11}{40} f_{5V} \right) + \alpha \left(S_i - \frac{8}{27} f_{1V} + 2f_{2V} - \frac{3544}{2565} f_{3V} + \frac{1859}{4104} f_{4V} - \frac{11}{40} f_{5V} \right) \right);$$

3.4. Simulasi Model Secara Numerik Menggunakan Metode Runge-Kutta Fehlberg Orde Lima

Simulasi model secara numerik menggunakan metode Runge Kutta-Fehlberg Orde Lima di Provinsi Maluku dengan mensubstitusikan nilai awal berupa data sekunder dan nilai-nilai parameter yang ditentukan

Tabel 1. Nilai Awal

Variabel	Nilai	Keterangan
S_i	190.295	Data jumlah sub populasi yang rentan terhadap virus COVID-19 di Dinas Kesehatan Provinsi Maluku.
E_i	261	Data jumlah sub populasi PDP di Dinas Kesehatan Provinsi Maluku.
I_i	204	Data jumlah sub populasi yang telah terinfeksi virus COVID-19 di Dinas Kesehatan Provinsi Maluku.
R_i	172	Data jumlah populasi yang dinyatakan sembuh dari virus COVID-19 di Dinas Kesehatan Provinsi Maluku.
V_i	7.693	Data jumlah sub populasi yang telah tervaksin di Dinas Kesehatan Provinsi.

Berdasarkan data dari Badan Pusat Statistik Provinsi Maluku, angka harapan hidup masyarakat Provinsi Maluku adalah 66,09 tahun. Dengan demikian tingkat kematian alami individu dapat dihitung sebagai berikut:

$$\mu_1 = \frac{1}{\text{Angka harapan hidup}} = \frac{1}{66,09 \text{ tahun}} = \frac{1}{66,09 \times 12 \text{ bulan}} = 0,00126 \text{ bulan}^{-1}$$

Tingkat kematian karena terinfeksi virus COVID-19 dihitung berdasarkan data pasien yang meninggal karena terinfeksi virus COVID-19. Berdasarkan data yang diperoleh, diketahui bahwa rata-rata pasien yang meninggal karena terinfeksi virus COVID-19 adalah sebanyak 3 jiwa per bulan. Dengan demikian, tingkat kematian individu di Provinsi Maluku karena terinfeksi virus COVID-19 sebagai berikut:

$$\mu_2 = \frac{\text{Jumlah individu yang meninggal karena terinfeksi}}{\text{Jumlah pasien yang terinfeksi}} = \frac{3}{204} = 0,01471$$

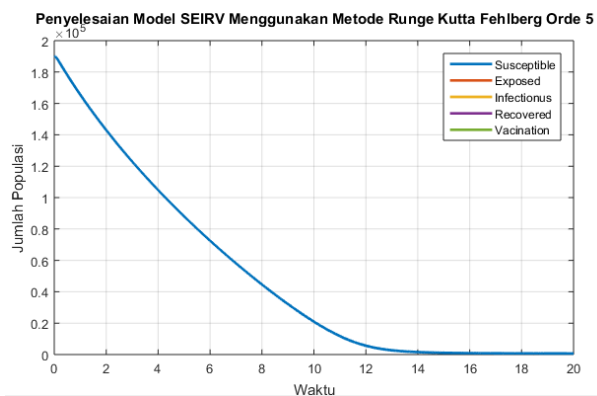
Tingkat kelahiran individu, tingkat PDP, tingkat infeksi virus COVID-19, tingkat kesembuhan, tingkat vaksinasi sebelum terinfeksi virus COVID-19 dan tingkat vaksinasi setelah terinfeksi virus COVID-19 yang disajikan pada Tabel 2. sebagai berikut:

Tabel 2 Nilai Parameter

Parameter	Definisi	Nilai
k	Tingkat kelahiran individu	0,01676
μ_1	Tingkat kematian alami tanpa terinfeksi virus COVID-19	0,00126
μ_2	Tingkat kematian karena terinfeksi virus COVID-19	0,01471
η	Tingkat individu rentan menjadi individu PDP.	0,00014
ω	Tingkat individu PDP menjadi individu terinfeksi.	0,78100
r	Tingkat individu terinfeksi menjadi individu sembuh	0,84561
α	Tingkat vaksinasi sebelum terinfeksi virus COVID-19	0,00404
γ	Tingkat vaksinasi setelah terinfeksi virus COVID-19	0,84561

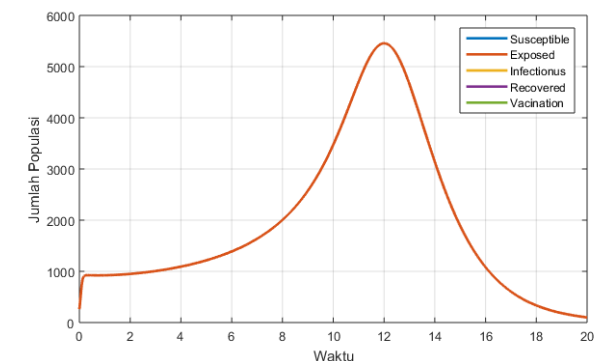
Jumlah populasi manusia (N) di Provinsi Maluku tahun 2021 adalah 1.862.626 jiwa (Badan Pusat Statistik, 2022). Simulasi yang dilakukan yaitu dengan mensubstitusikan nilai awal dan nilai parameter yang ada pada Tabel 1 dan Tabel 2 kedalam persamaan (1) sampai (5) yang merupakan solusi numerik model virus COVID-19 menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg Orde Lima selanjutnya akan di simulasikan menggunakan software matlab.

Waktu interval atau jarak langkah yang digunakan adalah $h = 0,01$. Selanjutnya diberikan $S_i = S_0, E_i = E_0, I_i = I_0, R_i = R_0, V_i = V_0$ sebagai nilai awal sehingga diperoleh hasil perhitungan solusi numerik model penyebaran virus COVID-19 dengan vaksinasi menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg Orde Lima sebagaimana pada persamaan (6) sampai (10) dan $t = 1$ sampai $t = 20$ menggunakan software matlab. Hasil perhitungan untuk laju individu rentan (S) akan ditunjukkan pada grafik seperti Gambar 3.



Gambar 3. Laju sub populasi rentan (S)

Dari Gambar 2 diperoleh bahwa prediksi laju sub populasi rentan (S) grafiknya mengalami penurunan setiap bulannya sampai bulan ke 20 sehingga besarnya laju sub populasi rentan (S) untuk 20 ke depan adalah 693 jiwa. Selanjutnya hasil perhitungan untuk laju sub populasi PDP (E) akan ditunjukkan pada grafik seperti Gambar 4.



Gambar 4. Laju sub populasi PDP (E)

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan maka dapat disimpulkan Kesimpulan yang dapat diambil dalam penelitian ini yaitu sub populasi individu *Susceptible* (S), *Exposed* (E), *Infectious* (I), *Recovered* (R) dan *Vaccination* (V) memiliki nilai awal yaitu $S = 190.295$, $E = 261$, $I = 204$, $R = 172$, $V = 7.693$. Iterasi dilakukan mulai dari $t = 1$ bulan sampai $t = 20$ bulan menggunakan software matlab dan hasil perhitungannya yaitu $S = 693$, $E = 101$, $I = 301$,

$R = 704$ dan $V = 16.951$, menunjukkan bahwa vaksinasi memiliki efektifitas karena individu rentan berkurang sehingga vaksinasi dapat menjadi solusi pencegahan penyebaran virus COVID-19 pada Provinsi Maluku.

Referensi

- [1] Yuliana. (2020). Corona Virus Disease (Covid-19); Sebuah Tinjauan Literatur. *Wellness and Healthy Magazine*, 2(1), 187-192. <https://doi.org/10.30604/well.95212020>
- [2] Tosepu, R., Gunawan, J., Effendy, D.S., Ahmad, L.O.A.I., Lestari, H., Bahar, H., As fi an, P., (2020). Correlation between weather and Covid19 pandemic in Jakarta, Indonesia. *Sci. Total Environ.*, 138436 <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2020.138436>
- [3] Djalante R, Lassa J, Setiamarga D, Sudjatma A, Indrawan M, Haryanto B, Mahfud G., et al. (2020). Review and Analysis of Current Responses to Covid-19 in Indonesia: Period of January to March 2020. *Progress in Disaster Science*, 100091, 1-9.
- [4] Khoerunnisa dan Yudi. A.A. (2021). Masalah Kontrol Optimal Pada Penyebaran Covid-19 di Jawa Tengah dengan Vaksinasi. *Jurnal Matematika UNAND*, 10 (4): 538-552. <https://doi.org/10.25077/jmu.10.4.538-552.2021>
- [5] Rijoly, M., Muin, R. F., Rumlawang, F. Y., & Tomasouw, B. P. (2022). Solusi Numerik Model Sir Dengan Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat Dalam Prediksi Penyebaran Virus Covid-19 Di Provinsi Maluku. *Tensor: Pure and Applied Mathematics Journal*, 3(2), 93-100. <https://doi.org/10.30598/tensorvol3iss2pp93-100>
- [6] Kreyzig, E. (2003). *Advanced Engineering mathematics*. New York: John Wiley & Sons Inc
- [7] Hendayani, D., Hadi D. R., Isbaniah F, Burhan E. & Agustin H. (2020) "Penyakit Virus Corona 2019," *Jurnal Resporologi Indonesia*, vol. 40, no. 2, pp. 119-129. <https://doi.org/10.36497/jri.v40i2.101>
- [8] Karo, M. B. (2020) "Perilaku Hidup Bersih dan Sehat (PHBS) Strategi Pencegahan Penyebaran Virus Covid-19," in *Seminar Nasional Hardiknas Belajar dari Covid-19*, Gorontalo.
- [9] Resmawan dkk. (2022) "Analisis Dinamik Model Penyebaran COVID-19 dengan Vaksinasi," *Jambura J. Biomath*, vol. 3, no. 1, pp. 29–38, <https://doi.org/10.34312/jjbm.v3i1.13176>
- [10] Urifah, N. (2008). *Penyelesaian Numerik Sistem Persamaan Diferensial Lotka Voltera dengan Metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45)*. Skripsi tidak dipublikasi. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- [11] Mathews dan Kurtis. (2004). *Numerical Methods Using Matlab*. 4th Editions. New Jersey: The Prentice Hall, Inc.
- [12] Sapulette, N. T., Lesnussa, Y. A., & Rijoly, M. E. (2023). DYNAMICS OF A SIRV MODEL FOR THE SPREAD OF COVID-19 IN MALUKU PROVINCE. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, 17(3), 1673-1684. <https://doi.org/10.30598/barekengvol17iss3pp1673-1684>
- [13] Leleury, Z. A., Rijoly, M. E., & Risamena, F. M. (2022). ANALISIS STABILITAS MODEL SIR (SUSCEPTIBLES, INFECTED, RECOVERED) PADA PENYEBARAN VIRUS COVID-19 DI KOTA AMBON. *Jurnal Riset dan Aplikasi Matematika (JRAM)*, 6(2), 159-169. <https://doi.org/10.26740/jram.v6n2.p159-169>
- [14] Rijoly, M. E., & Rumlawang, F. Y. (2020). Penyelesaian Numerik Persamaan Diferensial Orde Dua Dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat Pada Rangkaian Listrik Seri LC. *Tensor: Pure and Applied Mathematics Journal*, 1(1), 7-14. <https://doi.org/10.30598/tensorvol1iss1pp7-14>
- [15] Ashgi, R., Sri, P., Nursanti, A. (2022). Analisis Dinamik Penyebaran Covid-19 dengan Faktor Vaksinasi menggunakan Metode Runge-Kutta Fehlberg. *Jurnal Matematika Integratif*, 18(2): 115-126. <https://doi.org/10.24198/jmi.v18.n2.40224.115-126>

