April 2024
Volume 5 Nomor 1

p-ISSN 2723-0325 e-ISSN 2723-0333

TENSOR

Pure and Applied Mathematics Journal

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PATTIMURA

TENSOR

Pure and Applied Mathematics Journal

is an international academic open-access journal that gains a foothold in mathematics and its applications issued twice a year. The focus is to publish original research and review articles on all aspects of pure and applied Mathematics. Editorial board members of the Journal and reviewers will review submitted papers. All submitted articles should report original, previously unpublished research results, experimental or theoretical, and will be peer-reviewed. Articles submitted to the journal should meet these criteria and must not be under consideration for publication elsewhere. Manuscripts should follow the Template of the journal and are subject to both review and editing.

Published by:

Department of Mathematics,
Faculty of Mathematics and Natural Sciences,
Pattimura University.
Ambon
2024

TENSOR
Pure and Applied Mathematics Journal

Volume 5 Number 1 | April 2024

Publisher
Department of Mathematics,
Faculty of Mathematics and Natural Sciences,
Pattimura University, Ambon, Indonesia

Editorial Address
Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Unversitas Pattimura
Jln. Ir. M. Putuhena, Kampus Unpatti, Poka - Ambon 97233, Provinsi Maluku, Indonesia
Contact : +62 82397854220
Email : tensormathematics@gmail.com

Volume 5 Number 1 | April 2024

TENSOR
Pure and Applied Mathematics Journal

TENSOR Pure and Applied Mathematics Journal

April 2024 | Vol. 5 | No. 1 Halaman 49–56
p-ISSN: 2723-0325 e-ISSN: 2723-0333

Some Properties of the Interval Matrix Semiring $[0, a]$

Stevany Tapilatu[1], Dyana Patty[1*], Zeth Arthur Leleury[1]
[1] Program Studi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Pattimura, Jl. Ir. M. Putuhena, Ambon, 97234, Indonesia
*Email: pattydyana@gmail.com

Manuscript submitted : Februari 2024
Accepted for publication : April 2024.
doi: https://doi.org/10.30598/tensorvol5iss1pp49-56

Abstract. A set $S \neq \emptyset$ which includes addition and multiplication operations is called a semiring if $(S, +)$ is a commutative monoid, $(S, \cdot)$ is a semigroup and S has distribution property. If $T = \{[0, a_i] |\ a_i \in \mathbb{Z}_n$ or $\mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ or $\mathbb{Q}^+ \cup \{0\}$ or $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}\}$ is a set of all intervals of $\mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ or $\mathbb{Q}^+ \cup \{0\}$ or$\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$. Define an addition and interval multiplication operation on T, then $(T, +, \cdot)$ is a semiring and we call it interval semiring. Moreover, given a set V of matrices whose entries are a collection of closed-interval $[0, a]$, where $a_i \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ or $\mathbb{Q}^+ \cup \{0\}$ or $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ with $1 \leq i \leq n$, if we define an addition and a multiplication operation on V, then $(V, +, \cdot)$ is a semiring, and we call it an interval matrix semiring. In this paper, we discussed interval matrix semirings and structures of S-semirings, S-subsemirings, and S-ideal of interval matrix semirings. Furthermore, we got a sufficient condition for an interval matrix semiring to become an S-semiring. We also explained a relation between an S-ideal of an interval square matrix semiring and an interval square matrix S-subsemiring.

2010 Mathematical Subject Classification: 16Y60
Keywords: interval matrix semiring, interval S-subsemiring, interval S-semiring, S-ideal of interval semiring

1. Introduction

Dalam struktur aljabar abstrak, telah diketahui bahwa grup merupakan suatu himpunan tak kosong G yang dilengkapi suatu operasi "$*$" dan memenuhi aksioma tertutup, asosiatif, terdapat elemen identitas, dan setiap elemen memiliki invers [1]. Grup G dengan sifat komutatif selanjutnya disebut grup Abelian. Selain grup Abelian, dalam aljabar abstrak juga dikenal suatu struktur yang disebut ring. Berbeda dengan grup, struktur ring sudah ditentukan operasinya yaitu penjumlahan dan pergandaan. Suatu himpunan tak kosong R yang dilengkapi operasi penjumlahan $(+)$ dan operasi pergandaan $(\cdot)$ dan memenuhi sifat terhadap operasi penjumlahan R merupakan grup Abelian, terhadap operasi pergandaan R merupakan semigrup dan berlaku sifat distributif kiri dan distributif kanan maka R disebut ring terhadap operasi penjumlahan dan pergandaan yang selanjutnya dinotasikan dengan $(R, +, \cdot)$. [2]

Selanjutnya struktur ring dapat digeneralisasi menjadi semiring yaitu dengan menghilangkan syarat eksistensi elemen invers terhadap operasi penjumlahan [3]. Dengan kata lain semiring merupakan monoid komutatif, yaitu setiap elemennya tidak perlu memiliki invers terhadap operasi penjumlahan [4]. Secara umum, himpunan semua matriks berukuran $m \times n$ atas bilangan real yang dinotasikan dengan $M_{m\times n}(\mathbb{R})$ dan dilengkapi dengan operasi penjumalahan $(+)$ dan pergandaan $(\cdot)$ merupakan suatu ring. Ring matriks $M_{m\times n}(\mathbb{R})$ juga merupakan semiring.

Dalam penelitian ini, akan dikaji semiring matriks yang entri entirnya merupakan interval tutup $[0, a]$ yang selanjutnya disebut semiring matriks interval. Selanjutnya akan didefinisikan struktur S-semiring, S-subsemiring dan S-ideal matriks interval. Lebih lanjut akan dikaji syarat cukup agar suatu semiring matriks interval merupakan S-semiring matriks interval dan dijelaskan hubungan antara suatu S-ideal matriks persegi interval dan S-subsemiring matriks persegi interval.

2. Interval Dalam Aljabar

Interval terbagi dalam tiga bentuk umum yaitu interval tutup $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$, interval buka $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ dan interval setengah tutup atau setengah buka $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ atau $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$. Diberikan interval $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ dimana $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ elemen dari $\mathbb{R}$ (berlaku juga untuk $\mathbb{Q}$ dan $\mathbb{Z}$). Interval tutup $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ disebut interval naik jika $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$, interval tutup $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ disebut interval turun jika $\boldsymbol{a} > \boldsymbol{b}$ dan interval tutup $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ disebut interval merosot jika $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b}$ [5]. Hal yang sama juga berlaku untuk interval buka, interval buka tutup dan interval tutup buka. Koleksi interval naik, interval turun dan interval merosot selanjutnya disebut kelas interval natural [6]. Selanjutnya matriks interval yaitu matriks yang unsur unsurnya merupakan elemen kelas interval natural.

3. Semiring Matriks Interval

Seperti halnya semiring interval yang merupakan struktur yang lebih umum dari ring interval, semiring matriks interval merupakan struktur yang dibangun dari semiring interval. Selanjutnya semiring matriks interval pada pembahasan ini dibatasi dari interval $[a, b]$ menjadi interval $[0,a]$. Pembatasan interval menjadi $[0,a]$ karena dalam struktur semiring tidak memuat elemen negatif sehingga interval dibatasi menjadi $[0, a]$ dengan $a \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ *atau* $\mathbb{Q}^+ \cup \{0\}$ *atau* $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$. Berikut akan diberikan definisi lengkap semiring matriks interval.

Definisi 3.1 Semiring Matriks Baris Interval [4]

Misalkan $S = \{[0,a_1],\ldots,[0,a_i] | a_i \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ *atau* $\mathbb{Q}^+ \cup \{0\}$ *atau* $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}\}$ *adalah himpunan semua matriks baris interval dan pada* S *didefinisikan operasi penjumlahan dan pergandaan. Himpunan* S *merupakan semiring dan selanjutnya disebut semiring matriks baris interval jika memenuhi sifat :*

- *i.* $(S, +)$ *adalah monoid komutatif*
- *ii.* $(S, \cdot)$ *adalah semigrup*
- *iii.* $(S, +, \cdot)$ *memenuhi sifat distributif (kiri dan kanan)*

Definisi 3.2 Subsemiring Matriks Baris Interval [4]

Diberikan $S = \{[[0,a_1],\ldots,[0,a_n]] | a_i \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ *atau* $\mathbb{Q}^+ \cup \{0\}$ *atau* $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}\}$ *adalah semiring matriks baris interval dan misalkan* $P \subseteq S$*. Jika* $(P, +, \cdot)$ *adalah semiring matriks baris interval maka* P *disebut subsemiring matriks baris interval dari* S*.*

Definisi 3.3 Ideal Matriks Interval [4]

Misalkan $S = \{[[0,a_1],\ldots,[0, a_i]] | a_i \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ *atau* $\mathbb{Q}^+ \cup \{0\}$ *atau* $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}\}$ *adalah semiring matriks baris interval. Selanjutnya dipilih* $I = \{([0,a],+,\cdot) | a \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ *atau* $\mathbb{Q}^+ \cup \{0\}$ *atau* $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}\} \subseteq S$*. Himpunan* I *disebut ideal dari* S *jika:*

- *i.* I *merupakan semiring matriks baris interval.*
- *ii. Untuk setiap* $[0,t] \in I$ *dan* $[0,s] \in S$ *diperoleh* $[0,t] \cdot [0, s] \in I$ *dan* $[0,s] \cdot [0,t] \in I$*.*

Definisi 3.4 Semifield Matriks Baris Interval

Misalkan $S = \{[[0,a_1],..., [0,a_n]] | a_i \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ *atau* $\mathbb{Q}^+ \cup \{0\}$ *atau* $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}\}$ *dan didefinisikan operasi penjumlahan* " + " *dan pergandaan* " · " *pada* S *sehingga* S *merupakan semiring matriks baris interval komutatif. Himpunan* S *disebut semifield jika:*

- *i.* $[0,a] + [a,b] = [0,0] = 0$ *jika dan hanya jika* $[0,a] = [0,0]$ *dan* $[0,b] = [0,0]$ *. Artinya* S *merupakan semiring matriks baris interval tegas.*
- *ii.* *Jika* $[0,a] \cdot [a,b] = [0,0]$ *maka* $[0,a] = [0,0]$ *atau* $[0,b] = [0,0]$.

4. Hasil dan Pembahasan

Definisi 4.1 S-Semiring Matriks Baris Interval

Diberikan himpunan S *terhadap operasi penjumlahan dan perkalian matriks merupakan semiring matriks baris interval. Jika terdapat* $P \subseteq S$ *, sedemikian sehingga* P *merupakan semifield matriks baris interval maka himpunan* S *disebut S-semiring matriks baris interval.*

Definisi 4.2 S-Subsemiring Matriks Baris Interval

Misalkan $S = \left\{[[0, a_1], \dots, [0, a_n]] | a_i \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}\ atau\ \mathbb{Q}^+ \cup \{0\}\ atau\ \mathbb{R}^+ \cup \{0\}\right\}$ *adalah suatu semiring matriks baris interval. Misalkan suatu himpunan tak kosong* $P \subseteq S$, *sedemikian sehingga himpunan* P *adalah suatu subsemiring matriks baris interval dari* S*. jika* P *memiliki suatu himpunan bagian tak kosong* T *sedemikian sehingga* T *adalah semifield matriks interval, maka himpunan* P *dapat disebut sebagai* S*-subsemiring matriks baris interval.*

Selanjutnya diberikan teorema yang merupakan syarat cukup agar suatu semiring matriks baris interval merupakan S-semiring matriks baris interval.

Teorema 4.3

Misalkan $V = \left\{[[0, a_1], [0, a_2], \dots, [0, a_n]] | a_i \in \mathbb{Q}^+ \cup \{0\}\ atau\ \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}\ atau\ \mathbb{R}^+ \cup \{0;\ 1 \le i \le n\}\right\}$ *adalah semiring matriks baris interval. Jika* V *memiliki suatu S-Subsemiring matriks baris interval yang nontrivial, maka* V *adalah S-Semiring matriks baris interval. Selanjutnya jika* V *adalah S-Semiring matriks baris interval maka setiap subsemiring matriks baris interval belum tentu* S*-subsemiring matriks baris interval.*

Bukti :

Diketahui V *adalah semiring matriks baris interval. Akan ditunjukkan jika* V *memiliki suatu* S*-Subsemiring matriks baris interval yang nontrivial, maka* V *adalah S-Semiring matriks baris interval.*

Misalkan $W \subseteq V$ *adalah S-Subsemiring matriks baris interval yang nontrivial dari* V *artinya terdapat* $A \subseteq W$ *sedemikian sehingga* A *adalah semifield. Selanjutnya karena* $A \subseteq W$ *dan diketahui* $W \subseteq V$ *dieproleh* $A \subseteq V$*. Karena* A *semifield akibatnya* V *adalah* S*-Semiring matriks baris interval.*

Selanjutnya diberikan contoh S-semiring matriks interval baris yang bukan merupakan S-subsemiring matriks baris interval.

Contoh 4.4

Diberikan $V = \left\{[[0, a_1], [0, a_2], [0, a_3], [0, a_4], [0, a_5], [0, a_6]] | a_i \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\};\ 1 \le i \le 6\right\}$ adalah S-semiring matriks baris interval. Dipilih $W = \left\{[[0, a_1], [0, a_2], \dots, [0, a_6]] | a_i \in 15\mathbb{Z}^+ \cup \{0\};\ 1 \le i \le 6\right\} \subseteq V$, jelas bahwa himpunan W hanya merupakan subsemiring matriks baris interval dari V karena W tidak memiliki subset lain yang memenuhi Definisi 4.2, sedemikian sehingga W bukan S-subsemiring matriks baris interval dari V.

Definisi 4.5 S-Ideal Matriks Baris Interval

Misalkan V adalah semiring matriks baris interval. Jika terdapat $W \subseteq V$ adalah S-Subsemiring matriks baris interval dari V dan selanjutnya terdapat $A \subseteq W$ adalah semifield matriks baris interval sedemikian sehingga untuk setiap $a \in A$ dan $p \in W$ berlaku ap dan pa $\in A$, maka W disebut S-ideal matriks baris interval dari V.

Setelah menjelaskan beberapa struktur yang terbentuk dari semiring matriks baris interval, selanjutnya akan dijelaskan semiring matriks persegi interval.

Definisi 4.6 S-Semiring Matriks Persegi Interval

Misalkan $V = \left\{ \begin{bmatrix} [0, a_{11}] & \dots & [0, a_{1n}] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [0, a_{n1}] & \dots & [0, a_{nn}] \end{bmatrix} | a_{nn} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \; atau \; \mathbb{Q}^+ \cup \{0\} \; atau \; \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \right\}$ *adalah semiring matriks persegi interval. Misalkan terdapat $P \subseteq V$, jika P adalah semifield matriks persegi interval dari V maka V disebut S-semiring matriks persegi interval.*

Definisi 4.7 S-Subsemiring Matriks Persegi Interval

Misalkan $V = \left\{ \begin{bmatrix} [0, a_{11}] & \dots & [0, a_{1n}] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [0, a_{n1}] & \dots & [0, a_{nn}] \end{bmatrix} | a_{nn} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \; atau \; \mathbb{Q}^+ \cup \{0\} \; atau \; \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \right\}$ *adalah semiring matriks persegi interval. Misalkan terdapat $P \subseteq V$, sedemikian sehingga P adalah sebuah subsemiring matriks persegi interval dari V. Jika P memuat himpunan bagian $\emptyset \neq T$, sedemikian sehingga T adalah sebuah semifield matriks interval dan P disebut S-subsemiring matriks persegi interval.*

Teorema berikut merupakan syarat cukup agar suatu semiring matriks persegi interval merupakan S-semiring matriks persegi interval.

Teorema 4.8

Misalkan himpunan V adalah semiring matriks persegi interval. Jika himpunan V memiliki S-subsemiring matriks persegi interval maka V adalah S-semiring matriks persegi interval.

Namun juka V adalah S-semiring matriks persegi interval maka secara umum semua subsemiring matriks persegi interval dalam V tidak perlu berupa S-semiring matriks persegi interval.

Bukti :

Diketahui V adalah semiring matriks persegi interval. Akan ditunjukkan setiap S-subsemiring matriks persegi interval dari V adalah S-semiring matriks persegi interval

Misalkan $U \subseteq V$ S-subsemiring matriks persegi interval dari V artinya terdapat $C \subseteq U$ sedemikian sehingga C adalah semifield. Selanjutnya karena $C \subseteq U$ dan diketahui $U \subseteq V$ diperoleh $C \subseteq V$. Karena C semifield diperoleh V adalah S −Semiring matriks persegi interval.

Selanjutnya diberikan contoh S-semiring matriks persegi interval yang bukan merupakan S-subsemiring matriks persegi interval.

Contoh 4.9

Diberikan $V = \left\{ \begin{bmatrix} [0, a_{11}] & [0, a_{12}] & \dots & [0, a_{1n}] \\ [0, a_{21}] & [0, a_{22}] & \dots & [0, a_{21}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [0, a_{n1}] & [0, a_{n2}] & \dots & [0, a_{nn}] \end{bmatrix} | \; a_{nn} \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}; 1 \leq n \leq 3 \right\}$ adalah semiring matriks persegi interval. Pilih $W = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [0, a] \end{bmatrix} | \; a \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \right\} \subseteq V$, selanjutnya himpunan W adalah semifiled matriks interval. Dengan demikian V adalah S-semiring matriks persegi interval. Sekarang jika dipilih $T = \left\{ \begin{bmatrix} [0, a] & [0, b] & [0, c] \\ 0 & [0, d] & [0, e] \\ 0 & 0 & [0, f] \end{bmatrix} | \; a, b, c, d, e, f \in 7\mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \right\} \subseteq V$, lebih lanjut himpunan T adalah subsemiring matriks persegi interval dari V. Namun himpunan T bukan merupakan S-semiring matriks persegi interval dari V karena himpunan T tidak memiliki himpunan bagian yang tepat yang merupakan semifield dari V.

Definisi 4.10 S-Ideal Matriks Persegi Interval

Misalkan V adalah S-semiring matriks persegi interval. suatu $\emptyset \neq \mathrm{P} \subseteq \mathrm{V}$ *disebut S-ideal matriks persegi interval dari V jika kondisi-kondisi berikut terpenuhi*

i. *P adalah S-subsemiring matriks persegi interval.*

ii. *Untuk setiap* $p \in P$ *dan* $A \subseteq P$ *dimana A adalah semifield dari P, selanjutnya kita memiliki semua* $a \in A$ *dan* $p \in P$, *sedemikian sehingga pa dan ap ada di A.*

Teorema berikut akan menjelaskan hubungan antara S-ideal matriks persegi dan S-subsemiring matriks persegi.

Teorema 4.11

Diberikan V adalah S-semiring matriks persegi interval. Setiap S-ideal matriks persegi interval dari V adalah S-subsemiring matriks persegi interval dari V tetapi setiap S-subsemiring matriks persegi interval dari V secara umum belum tentu S-ideal dari V.

Bukti :

Diketahui V adalah S-semiring matriks persegi interval. Akan ditunjukkan setiap S-ideal matriks persegi interval dari V adalah S-subsemiring matriks persegi interval. Misalkan $U \subseteq V$ adalah S-ideal matriks persegi interval dari V artinya terdapat $C \subseteq U$ sedemikian sehingga C adalah semifield dan berlaku untuk setiap $c \in C$ dan $x \in U$ diperoleh $cx \in C$ dan $xc \in C$. Selanjutnya karena $C \subseteq U$ dan diketahui $U \subseteq V$ diperoleh $C \subseteq V$. Karena C semifield diperoleh V adalah S −Semiring matriks persegi interval.

Selanjutnya diberikan contoh S-subsemiring matriks persegi interval yang bukan S-ideal dari semiring matriks persegi interval.

Contoh 4.12

Diberikan $S = \left\{ \begin{bmatrix} [0, a_{11}] & [0, a_{12}] & \dots & [0, a_{1n}] \\ [0, a_{21}] & [0, a_{22}] & \dots & [0, a_{2n}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [0, a_{n1}] & [0, a_{n2}] & \dots & [0, a_{nn}] \end{bmatrix} \mid a_{nn} \in \mathbb{Q}^+ \cup \{0\} \right\}$ adalah semiring matriks persegi interval. Dipilih $P = \left\{ \begin{bmatrix} [0, a] & 0 & 0 \\ 0 & [0, a] & 0 \\ 0 & 0 & [0, a] \end{bmatrix} \mid a \in \mathbb{Q}^+ \cup \{0\} \right\} \subseteq S$ adalah S-subsemiring matriks persegi interval dari S. Selanjutnya dipilih $T = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [0, a] \end{bmatrix} \mid a \in \mathbb{Q}^+ \cup \{0\} \right\} \subseteq P$ adalah semifield matriks persegi interval. Lebih lanjut himpunan T bukan merupakan S-ideal matriks persegi interval dari S.

<u>Penyelesaian:</u>

Diketahui $P \subseteq S$, himpunan P merupakan S-subsemiring matriks persegi interval dari S. Selanjutnya terdapat $T \subseteq P$ dimana himpunan U adalah semifield matriks persegi interval. Kemudian ambil sebarang $P_1 \in P$, artinya,

$$P = \left\{ \begin{bmatrix} [0, a] & 0 & 0 \\ 0 & [0, a] & 0 \\ 0 & 0 & [0, a] \end{bmatrix} \mid a \in \mathbb{Q}^+ \cup \{0\} \right\}$$

dan ambil sebarang $T_1 \in T$, artinya

$$T_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [0,a] \end{bmatrix} \mid a \in \mathbb{Q}^+ \cup \{0\} \right\}. \text{ Selanjutnya}$$

$$P_1 \cdot T_1 = \begin{bmatrix} [0,a] & 0 & 0 \\ 0 & [0,a] & 0 \\ 0 & 0 & [0,a] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [0,a] \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [0,a \cdot a] \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [0,a^2] \end{bmatrix}$$

$$T_1 \cdot P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [0,a] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [0,a] & 0 & 0 \\ 0 & [0,a] & 0 \\ 0 & 0 & [0,a] \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [0,a \cdot a] \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [0,a^2] \end{bmatrix}$$

Diperoleh $P_1 \cdot T_1 \notin T$ dan $T_1 \cdot P_1 \notin T$ sehingga himpunan T bukan S-ideal matriks persegi interval dari S.

5. Conclusion

Dari hasil penelitian yang dilakukan maka dapat disimpulkan beberapa hal, antara lain:

1. Semiring matriks interval masih mempertahankan beberapa konsep dalam semiring interval yaitu bentuk struktur semifield, subsemiring dan ideal. Selanjutnya dengan menggunakan bentuk struktur tersebut akan diperoleh struktur S-semiring, S-subsemiring dan S-ideal matriks interval.
2. Misalkan diberikan V adalah suatu semiring matriks baris interval. Syarat cukup agar V merupakan S-semiring matriks baris interval adalah jika V memiliki suatu subset nontrivial yang merupakan S-Subsemiring matriks interval. Selanjutnya jika V adalah S-Semiring matriks baris interval maka setiap subsemiring matriks baris interval belum tentu merupakan S-subsemiring matriks baris interval. Hal yang sama juga berlaku untuk semiring matriks persegi interval.
3. Misalkan diberikan V adalah S-semiring matriks persegi interval. Setiap S-ideal matriks persegi interval dari V adalah S-subsemiring matriks persegi interval dari V tetapi secara umum kebalikannya belum tentu berlaku.

Acknowledgment

Peneliti menyampaikan terima kasih kepada seluruh editorial team Tensor: Pure and Applied Mathematics Journal yang telah menyunting hingga menerbitkan artikel kami.

References

[1] Patty, D., Patty, H. W. M. (2020). *Prosiding Seminar Nasional Sains 2020, 1 (1): S-Semigrup Matriks Kelas Interval* (pp 339-344).
[2] Hungerford W. T. (1990). *Abstract Algebra : An Introduction*. Philadelphia, USA. Saunders College Pub
[3] Lisapaly S. R., Persulessy R. C.(2011). Semiring. *Jurnal Barekeng Vol. 5 No. 2*, 45 – 47.
[4] Kandasamy W. B. V., Smarandache F. (2011). *Interval semirings*. Glendale, USA. Kappa & Omega.

[5] Patty D., Patty H. W. M. (2020). Ring Kelas Interval Natural. *MAp (Mathematics and Applications) Journal Vol 2 No. 1*, 1-8.

[6] Kandasamy W. B. V., Smarandache F. (2011). *Algebraic structures using natural class of intervals*. Ohio, USA. The Educational Publisher Inc.