

# Solusi Numerik Model SIR Dengan Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat Dalam Prediksi Penyebaran Virus Covid-19 Di Provinsi Maluku

Rizki F. Muin<sup>1</sup>, Monalisa E. Rijoly<sup>2\*</sup>, Francis Y. Rumlawang<sup>3</sup>, Berny P. Tomasouw<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Jurusan Matematika FMIPA Universitas Pattimura, Jl. Ir. M. Putuhena, Ambon. Indonesia.

\*Email: [monalisa.rijoly@fmipa.unpatti.ac.id](mailto:monalisa.rijoly@fmipa.unpatti.ac.id)

Manuscript submitted : September 2022

Accepted for publication : Oktober 2022

doi : <https://doi.org/10.30598/tensorvol3iss2pp93-100>

**Abstrak:** Penelitian ini bertujuan untuk memprediksi penyebaran virus Covid-19 di Provinsi Maluku menggunakan metode Runge-Kutta orde empat. Model matematika penyebaran virus Covid-19 berbentuk sistem persamaan diferensial yang mencakup variabel *Susceptible* ( $S$ ) yaitu populasi manusia yang rentan terinfeksi virus Covid-19, *Infectious* ( $I$ ) yaitu populasi manusia yang telah terinfeksi virus Covid-19 dan *Recovered* ( $R$ ) yaitu populasi manusia yang sudah sembuh atau yang sudah kebal terhadap virus Covid-19, yang digunakan sebagai nilai awal. Nilai  $k, \beta, \alpha, \mu_1, \mu_2$  sebagai nilai parameter yang diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat yang dilakukan sebanyak 20 iterasi dengan waktu interval  $h=1$  bulan menggunakan data dari Dinas Kesehatan Provinsi Maluku dan Polda Maluku tahun 2020 sampai 2021. Berdasarkan data yang diperoleh maka nilai rata-rata dari data tersebut yang digunakan sebagai nilai awal dimana  $S_0 = 91.306$ ,  $I_0 = 424$ ,  $R_0 = 45$ . Nilai awal dan nilai parameter disubstitusikan kedalam solusi numerik dan disimulasikan menggunakan dan Matlab sebagai alat bantu. Nilai laju setiap kelas untuk 20 bulan kedepan yaitu untuk laju kelas individu rentan ( $S$ ) sebesar 69.270 jiwa, untuk laju kelas individu terinfeksi ( $I$ ) sebesar 19.167 jiwa dan untuk laju kelas individu sembuh ( $R$ ) sebesar 851 jiwa. Ini berarti bahwa untuk populasi ( $S$ ) dan ( $I$ ) akan mengalami penurunan untuk 20 bulan kedepan sedangkan untuk populasi ( $R$ ) akan mengalami kenaikan pada 20 bulan kedepan.

2010 Mathematical Subject Classification : 65L06.

**Kata kunci:** Covid-19, Runge-Kutta Orde Empat, Solusi Numerik.

## 1. Pendahuluan

Pada awal tahun 2020 Indonesia dihebohkan dengan masuknya virus Covid-19 yang disebabkan oleh penyakit menular. Penyakit menular merupakan penyakit yang disebabkan oleh mikroorganisme patogen, seperti bakteri, virus parasit atau jamur. Penyakit ini dapat menyebar secara langsung maupun tidak langsung. Salah satu virus yang menyebabkan penyakit menular adalah Virus Corona. Virus Corona bisa

menimbulkan penyakit yang lebih serius seperti *Severe Acute Respiratory Syndrom – Corona Virus (SARS-CoV)* yang mewabah pada tahun 2003, *Middle East Respiratory Syndrom – Corona Virus (MERS-CoV)* mewabah pada tahun 2012 dan *Coronavirus Disease 2019 (Covid-19)* yang mewabah pada akhir tahun 2019 [1].

Virus Covid-19 pertama kali masuk di Indonesia pada tanggal 1 Maret 2020 dan diumumkan oleh Presiden Joko Widodo pada tanggal 2 Maret 2020 bahwa ada 2 warga yang berasal dari Depok DKI Jakarta yang terkena Virus Covid-19 kasus pertama tersebut diduga berawal dari pertemuan dengan warga negara Jepang [2].

Karena penyebaran Virus Corona yang semakin cepat seiring berjalannya waktu pada tanggal 22 Juli 2020 pemerintah mengumumkan terdapat 91.751 pasien positif corona, 50.255 pasien sembuh dan 4.459 pasien meninggal dunia [3] kemudian pada tanggal 19 Januari 2021 kasus positif Covid-19 bertambah menjadi 927.380 pasien, pasien sembuh 753.948 pasien dan pasien meninggal 26.590 [4].

Organisasi Kesehatan Dunia (WHO) resmi mengumumkan wabah Covid-19 sebagai pandemi global. Untuk mencegah penyebaran virus, beberapa tindakan pencegahan dan pengendalian digariskan oleh WHO (*World Health Organization*).

Akibat penyebaran Virus Covid-19 yang semakin cepat pemerintah melakukan upaya pencegahan dalam menangani kasus ini yaitu dengan melakukan karantina bagi yang terkena virus Covid-19, memakai masker dan mematuhi protokol kesehatan. Ada banyak metode secara numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial salah satunya adalah metode Runge-Kutta. Metode Runge-Kutta merupakan metode yang sangat praktis dan sering digunakan dalam menyelesaikan persamaan diferensial biasa karena metode Runge-Kutta tidak membutuhkan perhitungan turunan. Selain itu metode Runge-Kutta juga memiliki nilai kesalahan (*error*) yang sangat kecil dibandingkan dengan metode-metode yang lain. Namun metode ini memiliki ordo suku lebih tinggi yang mengakibatkan perhitungan-perhitungan yang lebih rumit dan lebih mendalam.

Banyak permasalahan di dunia yang terkait dalam bidang matematika yang dapat dibentuk kedalam sistem persamaan diferensial. Salah satunya pada Penyebaran Virus Covid-19. Dalam penelitian ini, akan dikembangkan model matematika penyebaran penyakit Covid-19 menggunakan model SIR, dimana populasi Susceptible (*S*) yaitu populasi manusia yang rentan terinfeksi virus Covid-19, populasi Infectious (*I*) yaitu populasi manusia yang telah terinfeksi virus Covid-19 dan populasi *recovered* yaitu populasi manusia yang sudah sembuh atau yang sudah kebal terhadap virus Covid-19.

## 2. Tinjauan Pustaka

### 2.1. Metode Runge-Kutta Orde Empat

Metode Runge-Kutta Orde Empat adalah alternatif lain dari metode Deret Taylor yang tidak membutuhkan perhitungan turunan. Metode ini berusaha mendapatkan derajat ketelitian yang lebih tinggi, dan sekaligus menghindarkan keperluan mencari turunan yang lebih tinggi dengan jalan mengevaluasi  $f(x, y)$  pada titik terpilih dalam setiap selang langkah.

Adapun bentuk Umum Runge-Kutta Orde Empat, sebagai berikut

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (1)$$

dengan :

$$k_1 = hf(t_k, y_k) \quad (2)$$

$$k_2 = hf\left(t_k + \frac{1}{2}h, y_k + \frac{1}{2}k_1\right) \quad (3)$$

$$k_3 = hf\left(t_k + \frac{1}{2}h, y_k + \frac{1}{2}k_2\right) \quad (4)$$

$$k_4 = hf(t_k + h, y_k + k_3) \quad (5)$$

### 3. Metode Penelitian

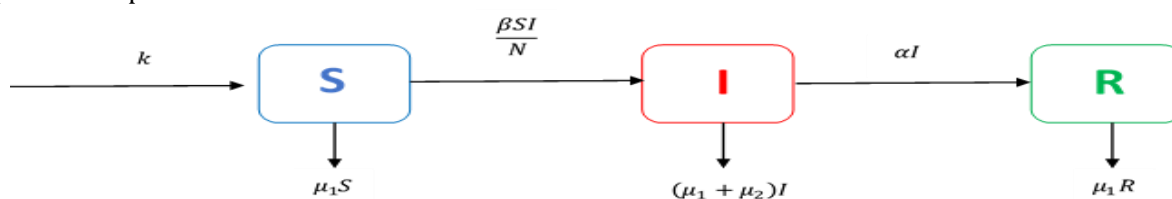
Tipe dari ini adalah penelitian kuantitatif. Sumber data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder, yang bersumber dari Dinas Kesehatan Provinsi Maluku, Polda Maluku dan Badan Pusat Statistik Provinsi Maluku. Data yang diperlukan meliputi : jumlah populasi di Provinsi Maluku, jumlah populasi manusia yang rentan terinfeksi virus Covid-19, jumlah populasi manusia yang telah terinfeksi virus Covid-19, jumlah populasi manusia yang sudah sembuh atau yang sudah kebal terhadap virus Covid-19, jumlah populasi manusia yang meninggal karena terinfeksi virus Covid-19 dan angka harapan hidup masyarakat di Provinsi Maluku.

### 4. Hasil dan Pembahasan

Model SIR penyebaran Virus Covid-19 yang dideskripsikan pada penelitian ini, terdiri dari 3 populasi yaitu populasi *S* (Populasi manusia yang rentan terinfeksi virus Covid-19), populasi *I* (Populasi manusia yang telah terinfeksi virus Covid-19), Populasi *R* (Populasi manusia yang sudah sembuh atau yang sudah kebal terhadap virus Covid-19), populasi *D* (Populasi manusia yang meninggal karena terinfeksi virus Covid-19) dengan asumsi-asumsi sebagai berikut:

- Laju kematian alami terdapat pada setiap populasi/kompartemen dan diasumsikan sebesar  $\mu_1$ .
- Populasi rentan/*Susceptible* (*S*) dapat bertambah karena adanya kelahiran yang diasumsikan konstan sebesar  $k$ .
- Individu rentan (*S*) terinfeksi Covid-19 apabila berinteraksi dengan individu terinfeksi/*Infected* (*I*) dengan laju infeksi sebesar  $\beta$ .
- Covid-19 dapat menyebabkan kematian dengan laju kematian sebesar  $\mu_1$  yang hanya terjadi pada kelompok populasi terinfeksi (*I*).
- Individu pada populasi (*I*) berpindah ke populasi *Recovered* (*R*) dengan laju kesembuhan sebesar  $\alpha$  karena telah mendapatkan penanganan dan perawatan oleh tim medis ataupun oleh keluarga.
- Individu yang telah sembuh dari Covid-19 akan memperoleh kekebalan dan diasumsikan tidak akan kembali terinfeksi lagi.

Berdasarkan asumsi-asumsi tersebut penyebaran Covid-19, secara skematis disajikan pada bagan kompartemen seperti Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Kompartemen Model SIR Covid-19

Berdasarkan bagan kompartemen di atas, maka dibentuk Model Matematika penyebaran Covid-19 yang dituliskan dalam bentuk persamaan diferensial sebagaimana persamaan (6) sampai (8)

$$\frac{dS}{dt} = k - \mu_1 S - \frac{\beta SI}{N} \tag{6}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - (\mu_1 + \mu_2 + \alpha) I \tag{7}$$

$$\frac{dR}{dt} = \alpha I - \mu_1 R \tag{8}$$

#### 4.1. Parameter

Simulasi numerik model SIR Penyebaran Virus Covid-19 dengan menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat dalam memprediksi penyebaran Virus Covid-19 di Provinsi Maluku. Adapun nilai-nilai parameter yang digunakan dalam penelitian ini yaitu sebagai berikut :

1. Tingkat kelahiran Individu:  $k = \frac{S}{N}$
2. Tingkat individu rentan menjadi individu terinfeksi:  $\beta = \frac{I}{N}$
3. Tingkat kesembuhan individu terinfeksi:  $\alpha = \frac{R}{N}$
4. Tingkat kematian alami individu  $\mu_1 = \frac{1}{\text{Angka Harapan Hidup}}$
5. Tingkat kematian karena terinfeksi virus Covid-19:  

$$\mu_2 = \frac{\text{jumlah individu meninggal karena terinfeksi}}{\text{jumlah pasien yang terinfeksi}}$$

Tingkat kematian alami individu dapat dihitung berdasarkan angka harapan hidup masyarakat di Provinsi Maluku. Menurut data dari Badan Pusat Statistik Provinsi Maluku pada tahun 2020 angka harapan hidup masyarakat di Provinsi Maluku adalah 65,98 tahun.

Tabel 1. Nilai Parameter

| Parameter | Defenisi  | Nilai   |
|-----------|---|---------|
| $k$       | Tingkat kelahiran Individu                          | 0,03851 |
| $\beta$   | Tingkat individu rentan menjadi individu terinfeksi | 0,01110 |
| $\alpha$  | Tingkat kesembuhan individu terinfeksi              | 0,00039 |
| $\mu_1$   | Tingkat kematian alami individu                     | 0,00126 |
| $\mu_2$   | Tingkat kematian karena terinfeksi virus Covid-19   | 0,00219 |

#### 4.2. Simulasi Model Secara Numerik menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat.

Simulasikan model penyebaran Virus Covid-19 menggunakan metode Runge-Kutta Orde Empat di Provinsi Maluku. Simulasi ini dilakukan dengan mensubstitusikan nilai awal berupa data sekunder dan nilai-nilai parameter yang telah ditentukan. Berikut data yang digunakan dalam simulasi model penyebaran Virus Covid-19 disajikan dalam bentuk Tabel 2. berikut :

Tabel 2. Data Covid-19 Provinsi Maluku 22 Maret 2020 - 31 Oktober 2021

| Tanggal               | Variabel  |        |       |     |
|-----------------------|-----------|--------|-------|-----|
|                       | S         | I      | R     | D   |
| 22 - 31 Maret 2020    | 1.848.913 | 10     | 0     | 0   |
| 1 - 30 April 2020     | 1.848.700 | 211    | 12    | 0   |
| 1 - 31 Mei 2020       | 1.846.590 | 2.309  | 24    | 8   |
| 1 - 30 Juni 2020      | 1.838.717 | 9.978  | 228   | 8   |
| 1 - 31 Juli 2020      | 1.837.327 | 11.161 | 435   | 7   |
| 1 - 31 Agustus 2020   | 1.832.122 | 16.342 | 459   | 10  |
| 1 - 30 September 2020 | 1.821.933 | 26.309 | 681   | 8   |
| 1 - 31 Oktober 2020   | 1.819.101 | 28.429 | 1.393 | 6   |
| 1 - 30 November 2020  | 1.831.734 | 16.629 | 560   | 14  |
| 1 - 31 Desember 2020  | 1.816.644 | 31.587 | 692   | 18  |
| 1 - 31 Januari 2021   | 1.819.017 | 28.987 | 919   | 17  |
| 1 - 29 Februari 2021  | 1.827.361 | 20.775 | 787   | 9   |
| 1 - 31 Maret 2021     | 1.832.879 | 15.403 | 641   | 5   |
| 1 - 30 April 2021     | 1.839.031 | 9.599  | 293   | 7   |
| 1 - 31 Mei 2021       | 1.841.681 | 6.919  | 323   | 5   |
| 1 - 30 Juni 2021      | 1.839.542 | 9.141  | 240   | 141 |
| 1 - 31 Juli 2021      | 1.747.609 | 99.259 | 2.055 | 342 |
| 1 - 31 Agustus 2021   | 1.777.587 | 67.413 | 3.923 | 18  |
| 1 - 30 September 2021 | 1.840.694 | 7.745  | 484   | 6   |

|                     |                  |                |               |            |
|---------------------|------------------|----------------|---------------|------------|
| 1 - 31 Oktober 2021 | 1.846.479        | 2.260          | 184           | 264        |
| <b>Total</b>        | <b>1.424.124</b> | <b>410.466</b> | <b>14.333</b> | <b>893</b> |
| <b>Rata-rata</b>    | <b>71.206</b>    | <b>20.523</b>  | <b>717</b>    | <b>45</b>  |

Berdasarkan data yang diperoleh di Dinas Kesehatan Provinsi Maluku dan Polda Maluku pada tanggal 22 Maret 2020 sampai 31 Oktober 2021 diketahui bahwa rata-rata populasi  $S$  (*Susceptible*) adalah sebanyak 71.206 jiwa, populasi  $I$  (*Infected*) adalah sebanyak 20.523 jiwa dan populasi  $R$  (*Recovered*) adalah sebanyak 717 jiwa. Sehingga diperoleh nilai awal seperti pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai Awal

| Variabel | Nilai  | Keterangan  |
|----------|--------|---|
| $S_0$    | 71.206 | Data jumlah populasi manusia yang rentan terhadap virus covid-19 di Dinas Kesehatan Provinsi Maluku dan Polda Maluku.           |
| $I_0$    | 20.523 | Data jumlah populasi manusia yang telah terinfeksi virus covid-19 di Dinas Kesehatan Provinsi Maluku dan Polda Maluku.          |
| $R_0$    | 717    | Data jumlah populasi manusia yang sembuh setelah terinfeksi virus covid-19 di Dinas Kesehatan Provinsi Maluku dan Polda Maluku. |

Hasil iterasi solusi numerik model penyebaran virus Covid-19 menggunakan metode Runge-Kutta Orde Empat hingga  $t = 20$  bulan dengan menggunakan Matlab.

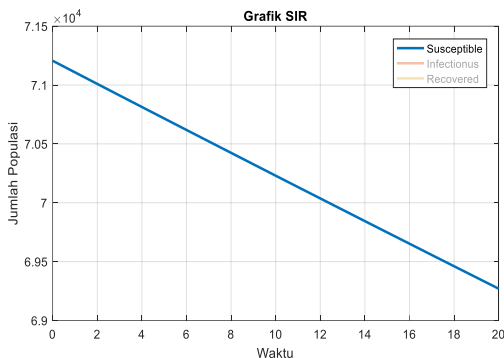
```

t S I R
1.0e+04 *
0 7.1206000000000000 2.0523000000000000 0.0717000000000000
0.0001000000000000 7.110762867085653 2.045307827270822 0.072408244216208
0.0002000000000000 7.100942305491099 2.038338274057499 0.073112875787690
0.0003000000000000 7.091138274479908 2.031391273511736 0.073813908066534
0.0004000000000000 7.081350733460898 2.024466758947614 0.074511354361989
0.0005000000000000 7.071579641987507 2.017564663841409 0.075205227940587
0.0006000000000000 7.061824959757169 2.010684921831415 0.075895542026260
0.0007000000000000 7.052086646610688 2.003827466717759 0.076582309800453
0.0008000000000000 7.042364662531625 1.996992232462227 0.077265544402243
0.0009000000000000 7.032658967645676 1.990179153188072 0.077945258928455
0.0010000000000000 7.022969522220059 1.983388163179835 0.078621466433780
0.0011000000000000 7.013296286662906 1.976619196883156 0.079294179930885
0.0012000000000000 7.003639221522654 1.969872188904589 0.079963412390536
0.0013000000000000 6.993998287487439 1.963147074011411 0.080629176741709
0.0014000000000000 6.984373445384494 1.956443787131431 0.081291485871706
0.0015000000000000 6.974764656179549 1.949762263352801 0.081950352626272
0.0016000000000000 6.965171880976238 1.943102437923823 0.082605789809705
0.0017000000000000 6.955595081015497 1.936464246252752 0.083257810184976
0.0018000000000000 6.946034217674984 1.929847623907605 0.083906426473841
0.0019000000000000 6.936489252468480 1.923252506615960 0.084551651356954
0.0020000000000000 6.926960147045310 1.916678830264761 0.085193497473982
    
```

Gambar 2. Solusi Numerik Penyebaran Covid-19 menggunakan Matlab

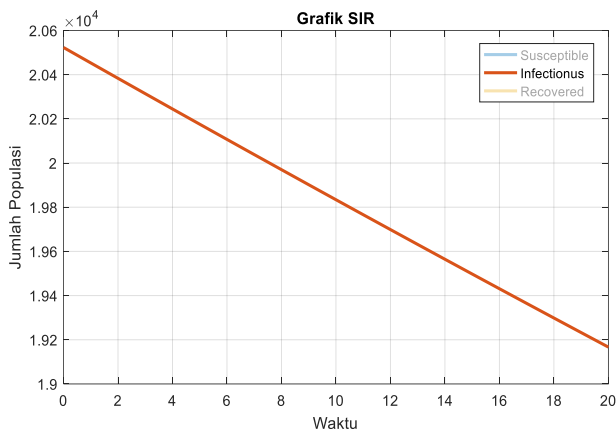
Berdasarkan hasil iterasi yang ditunjukkan baik dengan menggunakan Microsoft Excel maupun Software Matlab dapat dilihat bahwa besarnya laju kelas individu ( $S$ ) dan ( $I$ ) mengalami penurunan secara perlahan setiap bulannya, sedangkan untuk laju kelas individu ( $R$ ) mengalami kenaikan secara perlahan setiap bulannya.

Hasil iterasi untuk laju individu rentan  $S$ ,  $I$  dan  $R$  akan ditunjukkan pada grafik berikut.



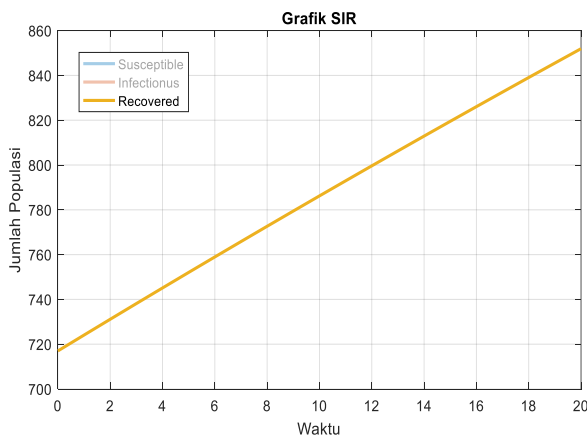
Gambar 3. Grafik Laju Populasi Individu Rentan ( $S$ )

Berdasarkan Gambar 3. dapat dilihat bahwa prediksi laju kelas individu rentan ( $S$ ) mengalami penurunan setiap bulannya hingga 20 bulan ke depan. Besarnya laju kelas individu rentan ( $S$ ) pada saat 20 bulan ke depan adalah 69.269,98775 jiwa. Selanjutnya hasil iterasi untuk laju individu terinfeksi ( $I$ ) akan ditunjukkan pada grafik seperti Gambar 4.



Gambar 4. Grafik Laju Populasi Individu Terinfeksi ( $I$ )

Berdasarkan Gambar 4. dapat dilihat bahwa prediksi laju kelas individu terinfeksi ( $I$ ) mengalami penurunan setiap bulannya hingga 20 bulan ke depan. Besarnya laju kelas individu terinfeksi ( $I$ ) pada saat 20 bulan ke depan adalah 19.166,83454 jiwa. Selanjutnya hasil iterasi untuk laju individu sembuh ( $R$ ) akan ditunjukkan pada grafik seperti Gambar 5.



Gambar 4. Grafik Laju Populasi Individu Sembuh ( $R$ )

Berdasarkan Gambar 4.4 dapat dilihat bahwa prediksi laju kelas individu sembuh ( $R$ ) mengalami kenaikan setiap bulannya hingga 20 bulan kedepan. Besarnya laju kelas individu sembuh ( $R$ ) pada saat 20 bulan ke depan adalah 850,94185 jiwa.

## 5. Kesimpulan

Adapun kesimpulan pada penelitian ini yaitu sebagai berikut :

1. Solusi numerik model SIR pada penyebaran virus Covid-19 diselesaikan dengan menggunakan metode Runge-Kutta Orde Empat. Model SIR ini terdiri dari populasi Susceptible, Infectious dan Recovered. Dari model tersebut akan dilakukan perhitungan iterasi menggunakan Microsoft Excel dan Software Matlab dengan nilai awal  $S=71.206, I=20.523$  dan  $R=717$  . Kemudian iterasi dilakukan mulai dari  $t=1$  bulan sampai  $t=20$  bulan.
2. Hasil prediksi menggunakan Microsoft Excel dan Software Matlab memperoleh hasil yang sama, dimana pada 20 bulan ke depan individu rentan ( $S$ ) sebesar 69.269,98775 jiwa atau 69.270 jiwa, individu terinfeksi ( $I$ ) sebesar 19.166,83454 jiwa atau 19.167 jiwa dan individu sembuh ( $R$ ) sebesar 850,94185 jiwa atau 851 jiwa. Ini berarti bahwa untuk populasi ( $S$ ) dan ( $I$ ) akan mengalami penurunan secara perlahan hingga 20 bulan ke depan sedangkan untuk populasi ( $R$ ) akan mengalami kenaikan secara perlahan hingga 20 bulan ke depan.

## Daftar Pustaka

- [1] Pasaribu, R. H., Harahap, Z. I. S., Putra, B. A., & Siregar, S. L. A. (2020). Aplikasi pemodelan matematika dalam memodelkan penyebaran virus Covid-19 di Indonesia. In *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, 5, 194-199.
- [2] Prasetya, A. (2020). 2 WNI Terdeteksi Virus corona sjak Minggu 1 Maret. detikNEWS, 02 03 2020. [Online]. Available: [http://m.detik.com/news/berita/d-4921/2-wni-terdeteksi-positif-corona-sejak-minggu-1 maret](http://m.detik.com/news/berita/d-4921/2-wni-terdeteksi-positif-corona-sejak-minggu-1-maret). [Accessed 23 07 2020].
- [3] Covid19.go.id.(2020). Gugus Tugas Percepatan Penanganan COVID-19, 22 07 2020. [Online]. Available: <http://covid19.go.id/>. [Accessed 23 07 2020].
- [4] Anwar, F. (2021). Kasus Corona di Indonesia 19 Januari 2021 Tambah 10,365, Total 927.380. detikHealth, Selasa Januari 2021. [Online]. Available: <http://health.detik.com>. [Accessed Rabu Januari 2021].
- [5] Sair, I. S. (2018). *Solusi Numerik Model Penyakit Hepatitis B Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat*. Doctoral dissertation, FMIPA Universitas Negeri Makassar, Makassar.

