

**PERBANDINGAN MATRIKS BOBOT INVERS JARAK DAN BOBOT SERAGAM
PADA MODEL GSTAR (1;1) UNTUK DATA INDEKS HARGA KONSUMEN
(Studi kasus: Indeks Harga Konsumen di Kalimantan Barat)**

Nani Fitiria Arini¹, Nur'ainul Miftahul Huda^{1*}, Wirda Andani²

¹Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Tanjungpura, Pontianak, Indonesia

²Program Studi Statistika, FMIPA Universitas Tanjungpura, Pontianak, Indonesia

*Email: nurainul@fmipa.untan.ac.id

Manuscript submitted : March 2023

Manuscript received : April 2023

doi : <https://doi.org/10.30598/tensorvol4iss1pp27-36>

Abstrak : Kejadian yang berhubungan dengan kejadian-kejadian di masa lalu seringkali dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Perkembangan mengenai analisis deret waktu memunculkan gagasan bahwa beberapa data dari suatu kejadian tidak hanya mempunyai keterkaitan dari kejadian-kejadian pada waktu sebelumnya, tetapi juga mempunyai keterkaitan dengan lokasi disekitarnya. Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) digunakan untuk memodelkan data deret waktu yang juga mempunyai keterkaitan antar waktu dan lokasi (*space time*). Salah satu keunikan dari model GSTAR adalah keberadaan matriks bobot. Matriks bobot pada model GSTAR menunjukkan hubungan antar lokasi. Pada penelitian ini, matriks bobot yang digunakan adalah bobot seragam dan invers jarak. Studi kasus yang digunakan yaitu data Indeks Harga Konsumen (IHK) tiga lokasi di Kalimantan Barat yang meliputi Kota Pontianak, Kota Singkawang, dan Kabupaten Sintang pada periode Januari 2020 hingga April 2023. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan kedua matriks bobot invers jarak dan seragam. Selanjutnya memilih model GSTAR terbaik berdasarkan nilai dengan orde model GSTAR dibatasi pada orde (1;1) dengan nilai AIC, RMSE, dan MAPE terbaik. Perkembangan indeks harga konsumen antar kota selain memiliki keterkaitan pada waktu sebelumnya juga memiliki keterkaitan antar lokasi. Langkah-langkah yang dilakukan adalah uji stasioner data, identifikasi orde, estimasi parameter, serta uji diagnostik. Hasil penelitian menunjukkan model yang didapat berdasarkan bobot invers jarak dan bobot seragam menggambarkan adanya keterkaitan waktu dan lokasi yang ada, hal ini ditunjukkan dengan adanya parameter yang signifikan mempengaruhi lokasi satu dan lokasi lainnya. Model terbaik yang dihasilkan adalah model GSTAR(1;1) dengan bobot seragam, karena memiliki nilai rata-rata RMSE terkecil Sehingga akan memberikan nilai peramalan dengan kesalahan yang lebih kecil dibandingkan dengan model dengan bobot invers jarak.

Kata Kunci : GSTAR, Indeks Harga Konsumen, Matriks Bobot

1. Pendahuluan

Dalam fenomena yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari, perkembangan analisis runtun waktu melibatkan interaksi yang cukup kompleks di dalamnya. Hal ini juga mempengaruhi perkembangan dalam kajian ilmiah, salah satunya perkembangan dalam kasus analisis runtun waktu multivariat. Beberapa data runtun waktu dicatat secara bersamaan di sejumlah lokasi yang menghasilkan runtun waktu spasial (*space time*), yaitu data yang disusun berdasarkan waktu dan lokasi [1]. Data runtun waktu dari beberapa lokasi yang berdekatan seringkali memiliki keterkaitan antar lokasi satu dan lainnya [1]. Dalam analisis runtun waktu spasial, salah satu model *space time* yang mampu menjelaskan data yang mempunyai keterkaitan waktu sebelumnya dan keterkaitan dengan lokasi yang berdekatan adalah *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR). Salah satu data runtun waktu spasial terdapat dalam data Indeks Harga Konsumen (IHK) [2].

Data IHK merupakan data runtun waktu (*time series*), sehingga dapat dimodelkan dengan menggunakan metode *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR). Indeks Harga Konsumen (IHK) merupakan salah satu indikator ekonomi yang sering digunakan untuk mengukur tingkat perubahan harga (Inflasi/deflasi) di tingkat konsumen. Untuk wilayah Kalimantan Barat, terdapat dua kota dan satu Kabupaten yang melaksanakan Survei Biaya Hidup (SBH) 2018. Kota Pontianak dan Kota Singkawang memang sudah menjadi cakupan kota SBH 2018, sedangkan Kabupaten Sintang merupakan kota baru yang menjadi tambahan sampel kota SBH 2018. Dengan demikian, mulai Januari 2020 BPS Kabupaten Sintang mulai turut berkontribusi untuk perhitungan inflasi Indonesia dengan menggunakan tahun dasar 2018 [3].

Perkembangan IHK ketiga lokasi yang ada di Provinsi Kalimantan Barat memungkinkan tidak hanya mengandung keterkaitan dengan kejadian pada waktu-waktu sebelumnya, tetapi juga mempunyai keterkaitan dengan lokasi atau tempat yang lain dalam memenuhi kebutuhan barang dan jasa. Dalam penelitian ini akan diterapkan metode *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) untuk pemodelan data IHK tiga lokasi di Provinsi Kalimantan Barat menggunakan dua pembobot lokasi, yaitu bobot lokasi seragam dan invers jarak, dari kedua bobot tersebut akan dilihat bobot mana yang menghasilkan model GSTAR dengan kesalahan peramalan terkecil serta mengetahui apakah model GSTAR yang diperoleh memenuhi syarat kelayakan sebagai model peramalan.

2. Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR)

Model GSTAR pertama kali diperkenalkan oleh Borovkova, Lopuha dan Ruchjana pada tahun 2002. Model GSTAR $(p, \lambda_1, \dots, \lambda_l)$ dapat dituliskan sebagai berikut [1]:

$$Y_t = \left(\sum_{k=1}^p \sum_{\ell=0}^{\lambda_k} \Phi_{k\ell} W^{(\ell)} Y_{t-k} \right) + a_t \tag{1}$$

dengan,

$\Phi_{kl} = \text{diag}(\Phi_{kl}^1, \dots, \Phi_{kl}^n)$, $W^{(\ell)}$ adalah matriks bobot dengan lag spasial ℓ , dan $a_t = (a_{1,t}, a_{2,t}, \dots, a_{n,t})$ adalah residual matriks pada model GSTAR.

Misalkan model GSTAR dengan orde *autoregressive* adalah satu dan orde spasial adalah satu atau model GSTAR(1;1), maka Persamaan (1) dapat dituliskan sebagai berikut

$$Y_t = \Phi_0 W^{(0)} Y_{t-1} + \Phi_1 W^{(1)} Y_{t-1} + a_t \tag{2}$$

atau Persamaan (2) dapat juga dituliskan sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ \vdots \\ Y_{N,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{10} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_{20} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_{N0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \\ \vdots \\ Y_{N,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_{21} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_{N1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & w_{21} & \dots & w_{1N} \\ w_{21} & 0 & \dots & w_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{N1} & w_{N2} & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \\ \vdots \\ Y_{N,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ \vdots \\ Y_{N,t} \end{bmatrix}$$

dengan $i = 1, 2, \dots, N$ dan N adalah banyaknya lokasi yang digunakan.

2.1 Bobot Lokasi pada Model GSTAR

Bobot lokasi yang menghasilkan model dengan kesalahan prediksi yang kecil dianggap sebagai bobot lokasi yang baik. Syarat yang harus dipenuhi dalam menentukan nilai pembobot adalah $w_{ii}^k = 0$ dan $\sum_{i \neq j} w_{ij}^k = 1; i = 1, 2, \dots, N$, Beberapa macam pembobot lokasi pada model GSTAR, yaitu bobot lokasi seragam dan bobot lokasi invers jarak. Matriks pembobotnya dapat didefinisikan sebagai berikut[4].

$$W = [w_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \dots & w_{1N} \\ w_{21} & 0 & \dots & w_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{N2} & w_{N2} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

a) Bobot Lokasi Seragam (*Uniform*)

Bobot seragam didefinisikan dalam persamaan $W_{ij} = \frac{1}{n_i}$, dengan n_i diartikan banyaknya lokasi yang berdekatan dengan lokasi i . Dengan begitu, bobot lokasi seragam dapat didefinisikan sebagai pembobot yang dihitung berdasarkan jumlah lokasi yang berdekatan dengan i . Bobot lokasi seragam memberikan nilai bobot yang sama untuk setiap lokasi. Oleh karena itu, bobot lokasi seragam sering digunakan untuk data dengan jarak yang sama (*homogen*) antar lokasi. dengan begitu, matriks pembobotnya dapat didefinisikan sebagai berikut. Secara matematis, bobot seragam lag spasial 1, didefinisikan sebagai[5]:

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{n_i^{(1)}}, & i \text{ dan } j \text{ di lag spasial } 1 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \tag{4}$$

b) Bobot Invers Jarak

Pembobotan model dengan invers jarak mengacu pada jarak antar lokasi yang sebenarnya. Jarak yang digunakan dapat diambil dari jarak antara titik tengah masing-masing lokasi. Perhitungan bobot dengan metode invers jarak diperoleh dari hasil invers jarak sebenarnya kemudian dinormalisasi[4]. Secara matematis, bobot invers jarak didefinisikan dengan

$$w_{ij} = \frac{\frac{1}{d_{ij}}}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{d_{ij}}}, \quad j \neq i \tag{5}$$

dengan d_{ij} adalah jarak lokasi ke- i dengan lokasi ke- j .

2.2 Estimasi Parameter Model GSTAR (1;1)

Dalam model GSTAR, metode Kuadrat Terkecil (KT) salah satu metode pendugaan parameter Φ . Model GSTAR memiliki nilai pengamatan yang dinotasikan dengan $Z_{i,t}, t = 0, 1, 2, \dots, T$ merupakan waktu, lag waktu yang dinotasikan dengan k , lag spasial yang dinotasikan dengan l , pembobot yang dinotasikan dengan w dan $i = 1, 2, 3, \dots, N$ adalah daerah pengamatan. Bentuk matriks model GSTAR dapat dinyatakan

sebagai berikut:

$$Z_{i,t} = \sum_{k=1}^p \sum_{t=0}^{\lambda_s} \sum_{i=1}^N \Phi_{kl}^i(k) Z_{i,t-k} + e_t$$

dengan,

$V_{i,t} = \sum_{j=1}^N w_{ij} Z_{j,t}$ untuk $i \neq j$ maka model untuk lokasi ke-1:

$$Z_i = Z_i^* \Phi + a_t$$

Dalam hal ini, model persamaan GSTAR(1;1) dapat ditulis sebagai berikut

$$Z_i = \begin{bmatrix} Z_{i,2} \\ Z_{i,3} \\ \vdots \\ Z_{N,T} \end{bmatrix}, Z_i^* = \begin{bmatrix} Z_{i,1} & V_{i,1} \\ Z_{i,2} & V_{i,2} \\ \vdots & \vdots \\ Z_{N,T-1} & V_{N,T-1} \end{bmatrix}, \Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{kl}^i \\ \Phi_{kl}^i \\ \vdots \\ \Phi_{kl}^N \end{bmatrix}, e_i = \begin{bmatrix} e_{i,2} \\ e_{i,3} \\ \vdots \\ e_{N,T} \end{bmatrix}$$

dengan l adalah *lag* spasial dalam hal ini l dibatasi untuk 0 dan 1. Estimasi parameter model GSTAR(1;1) dengan menggunakan metode kuadrat terkecil menurut [11] adalah

$$\Phi = (Z^{*'} Z^*)^{-1} (Z^{*'} Z)$$

2.3 Pengukuran Kesalahan Peramalan

Kriteria pemilihan orde autoregressive p dari semua kemungkinan model ditentukan menggunakan metode *Akaike's Information Criterion* (AIC). Sedangkan untuk kriteria pemilihan model peramalan terbaik ditentukan dengan memperhatikan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) dan nilai *Root Mean Square Error* (RMSE).

a) *Akaike Information Criterion* (AIC)

Akaike's Information Criterion (AIC) adalah suatu kriteria dalam pemilihan model terbaik yang diperkenalkan oleh Akaike (1973). Suatu model dikatakan baik apabila nilai AIC-nya paling kecil. Perhitungan nilai AIC sebagai berikut [6]:

$$AIC(p) = \ln|\hat{\Sigma}_p| + \frac{2}{T} pK^2$$

dengan K adalah banyaknya variabel, T adalah banyak pengamatan, dan $\hat{\Sigma}_p$ merupakan matriks dugaan varian-kovarian residual. Orde *autoregressive* p dari model GSTAR ditentukan oleh nilai AIC(p) terkecil dari semua kemungkinan orde model.

b) *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE)

MAPE digunakan untuk mengukur keakuratan estimasi model, yang dinyatakan dalam bentuk rata-rata persentase absolut kesalahan, dugaan model yang dinyatakan dalam bentuk rata-rata persentase absolut residual. Semakin kecil nilai MAPE menunjukkan bahwa presentase kesalahan yang dihasilkan oleh model juga semakin kecil. Secara matematis ini dapat ditulis sebagai berikut[6]:

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^m \left| \left(\frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t} \right) \times 100\% \right|}{m}$$

dengan,

m : Banyaknya observasi yang digunakan

Z_t : Data sebenarnya

\hat{Z}_t : Data hasil ramalan

c) *Root Mean Square Error* (RMSE)

Tujuan dari model peramalan adalah untuk meramalkan nilai yang akan datang dengan *error* sekecil mungkin, salah satu alternatif untuk pemilihan model berdasarkan nilai *error* adalah *Root Mean Square Error* (RMSE). Model peramalan dengan nilai RMSE lebih kecil merupakan model peramalan yang lebih akurat [7].

Rumus berikut digunakan untuk menghitung nilai RMSE :

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{t=1}^m (Z_t - \hat{Z}_t)^2}$$

dengan,

m : Banyaknya observasi yang digunakan

Z_t : Data sebenarnya

\hat{Z}_t : Data hasil ramalan

Semakin kecil nilai RMSE maka model semakin bagus.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Analisis Deskriptif

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang berasal dari publikasi Badan Pusat Statistik[2]. Penelitian ini menggunakan data IHK lokasi di Kalimantan Barat yang meliputi Kota Pontianak, Kota Singkawang, dan Kabupaten Sintang (N=3). Data IHK diambil pada periode Januari 2020 hingga April 2023 (T=40). Terdapat tiga variabel yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu:

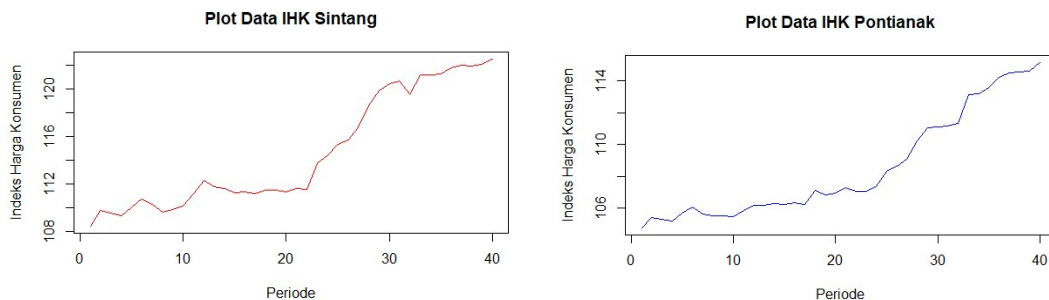
- (1) $Z_{1,t}$: Indeks Harga Konsumen Kota Pontianak
- (2) $Z_{2,t}$: Indeks Harga Konsumen Kota Singkawang
- (3) $Z_{3,t}$: Indeks Harga Konsumen Kabupaten Sintang

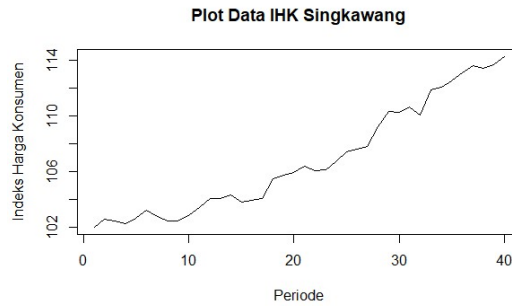
Dalam memudahkan penjelasan dan pemahaman tentang data IHK lokasi di Kalimantan, maka menggunakan statistik deskriptif. Hasil analisis statistik deskriptif dari masing-masing data diberikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Statistik Deskriptif

	Sintang	Pontianak	Singkawang
Minimum	108,4	104,8	102
Quantil Pertama	111,1	106	103,4
Nilai tengah	111,7	107	106
Rata-rata	114,6	108,5	106,9
Quantil ketiga	120	111,1	110,3
Maksimum	122,5	115,2	114,3

Tabel 1 menunjukkan rata-rata Indeks Harga Konsumen tertinggi yaitu di Sintang sebanyak 114.6, sedangkan rata-rata IHK terendah yaitu di Singkawang. Nilai maksimum dan minimum tertinggi pada ketiga data IHK tersebut terdapat di kota Sintang yaitu 122,5 dan 108,4. Selanjutnya plot data Indeks Harga Konsumen (IHK) diberikan pada Gambar 1.





Gambar 1. Plot Data IHK di Pontianak, Singkawang, Sintang Periode bulan Januari 2020-April 2023.

Asumsi yang mendasari model GSTAR adalah adanya korelasi antar lokasi pengamatan. Uji korelasi dapat dilakukan untuk mengetahui ada tidaknya hubungan antara data IHK di Pontianak, Singkawang, Sintang. Nilai koefisien korelasi dapat digunakan untuk mengetahui kuat atau lemahnya suatu hubungan antar lokasi tersebut. Berikut ini ditampilkan tabel koefisien korelasi antar lokasi.

Tabel 2. Koefisien Korelasi IHK antar lokasi

	Sintang	Pontianak	Singkawang
Sintang	1	0,977	0,979
Pontianak	0,977	1	0,988
Singkawang	0,979	0,988	1

Berdasarkan hasil uji korelasi, dapat disimpulkan bahwa data memenuhi asumsi model GSTAR yaitu setiap lokasi pengamatan saling berhubungan dengan nilai korelasi >95%.

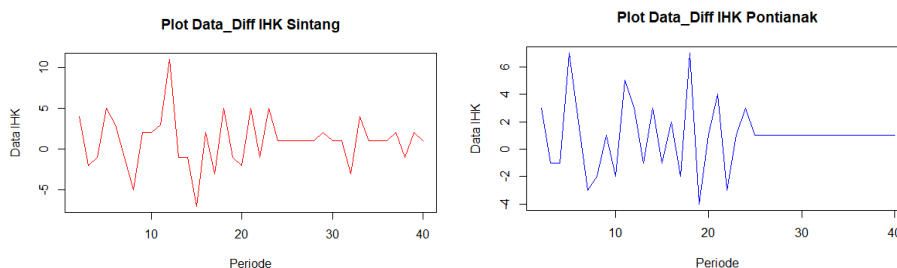
3.2 Uji Stasioneritas Data

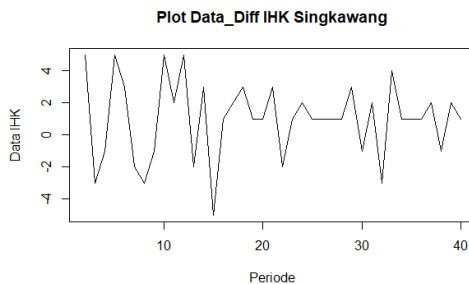
Dalam permodelan GSTAR data yang digunakan harus stasioner, sehingga perlu dilakukan uji stasioneritas data. Apabila dalam pengujian data yang dihasilkan tidak stasioner, maka dapat diatasi dengan melakukan proses *differencing* sampai data tersebut stasioner sehingga dapat dilanjutkan ke proses analisis selanjutnya. Uji ADF dapat digunakan dalam pengecekan stasioneritas data. Berikut tabel hasil uji ADF.

Tabel 3. Uji ADF Data IHK

Lokasi	p-value	Tanda	A	Keputusan	Kesimpulan
Sintang	0,092	>	0,05	Gagal Tolak H0	Tidak Stasioner
Pontianak	0,038	<	0,05	Tolak H0	Stasioner
Singkawang	0,015	<	0,05	Tolak H0	Stasioner

Berdasarkan Tabel 3, dijelaskan bahwa hasil uji stasioneritas data IHK Kabupaten Sintang tidak stasioner sedangkan Kota Pontianak dan Singkawang memenuhi asumsi kestasioneran. Jika data tidak stasioner, maka proses *differencing* dapat dilakukan terlebih dahulu. Setelah proses *differencing* dilakukan, pengujian ADF dapat dilakukan kembali. Berikut ini adalah hasil uji ADF setelah dilakukan *differencing* data.





Gambar 2. Plot Data IHK di Pontianak, Singkawang, Sintang Periode bulan Januari 2020-April 2023 Setelah Differencing.

Berdasarkan Gambar 2. dapat disimpulkan bahwa data IHK yang ditransformasi hasil *differencing* pertama telah stasioner. Hal ini terlihat pada plot data IHK hasil *differencing* pertama dengan grafik garis yang bergerak dikisaran nilai nol dan berdasarkan uji ADF yang diperoleh.

Tabel 4. Uji ADF IHK Setelah Proses *Differencing*

Lokasi	p-value	Tanda	A	Keputusan	Kesimpulan
Sintang	0,01	<	0,05	Tolak H0	Stasioner
Pontianak	0,01	<	0,05	Tolak H0	Stasioner
Singkawang	0,01	<	0,05	Tolak H0	Stasioner

Berdasarkan Tabel 4. dapat dilihat bahwa hasil uji stasioneritas data IHK untuk masing-masing lokasi penelitian telah stasioner. Sehingga data dapat dianalisis ke tahap selanjutnya.

3.3 Perhitungan Bobot Lokasi Model GSTAR

Model GSTAR menggunakan lokasi sebagai salah satu pertimbangan dalam melakukan peramalan. Dalam penelitian ini, digunakan dua bobot lokasi, yaitu bobot lokasi seragam dan bobot lokasi invers jarak. Matriks bobot lokasi seragam memberikan nilai yang sama untuk setiap lokasi. Terdapat tiga lokasi yang digunakan dalam penelitian ini. Sehingga untuk setiap lokasi, jumlah lokasi yang berdekatan adalah dua. Dengan melihat persamaan (2) , maka hasil perhitungan bobot lokasi seragam dapat dilihat pada matriks berikut.

$$W_s = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks tersebut menjelaskan bahwa nilai pembobot lokasi seragam yang dihasilkan telah memenuhi syarat.

Selanjutnya, menentukan matriks bobot lokasi invers jarak yang dapat ditentukan berdasarkan jarak sebenarnya. Jarak dihitung dengan mengukur jarak pusat administratif antar lokasi. Jarak antara 3 lokasi ditunjukkan pada tabel berikut:

Tabel 5. Jarak antar tiga lokasi

Lokasi	Jarak
Pontianak-Singkawang	151,5 km
Pontianak-Sintang	321 km
Singkawang-Sintang	428,5 km

maka perhitungan matriks bobot lokasi invers jarak dapat ditulis sebagai berikut.

$$W_I = \begin{bmatrix} 0 & 0,428 & 0,571 \\ 0,679 & 0 & 0,320 \\ 0,738 & 0,261 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks tersebut menjelaskan bahwa nilai pembobot lokasi invers jarak yang dihasilkan telah memenuhi syarat.

3.4 Estimasi Parameter Model GSTAR

Estimasi parameter menggunakan metode kuadrat terkecil pada kedua pembobot lokasi menghasilkan beberapa parameter yang signifikan. Berikut hasil estimasi parameter dan tingkat signifikansi model GSTAR(1,1) menggunakan aplikasi R:

Tabel 6. Penaksiran Parameter

Bobot lokasi	Parameter	Estimasi	Standard error	t-value	p-value
Seragam	ϕ_{10}^1	-0,252	6,107	-0,042	0,967
	ϕ_{10}^2	-0,225	6,262	-0,036	0,971
	ϕ_{10}^3	-0,270	8,292	-0,034	0,973
	ϕ_{11}^1	0,036	11,934	0,031	0,975
	ϕ_{11}^2	0,063	5,248	0,012	0,990
	ϕ_{11}^3	0,258	8,040	0,032	0,974
Invers Jarak	ϕ_{10}^1	-0,249	6,118	-0,041	0,967
	ϕ_{10}^2	-0,188	6,313	-0,030	0,976
	ϕ_{10}^3	-0,258	8,861	-0,029	0,977
	ϕ_{11}^1	0,254	6,032	0,042	0,966
	ϕ_{11}^2	0,016	10,441	0,002	0,980
	ϕ_{11}^3	0,241	9,835	0,025	0,988

Berdasarkan Tabel 6 dan Persamaan (2), maka model GSTAR(1;1) dengan bobot Seragam dan Invers Jarak adalah

a) Bobot Seragam (W_s)

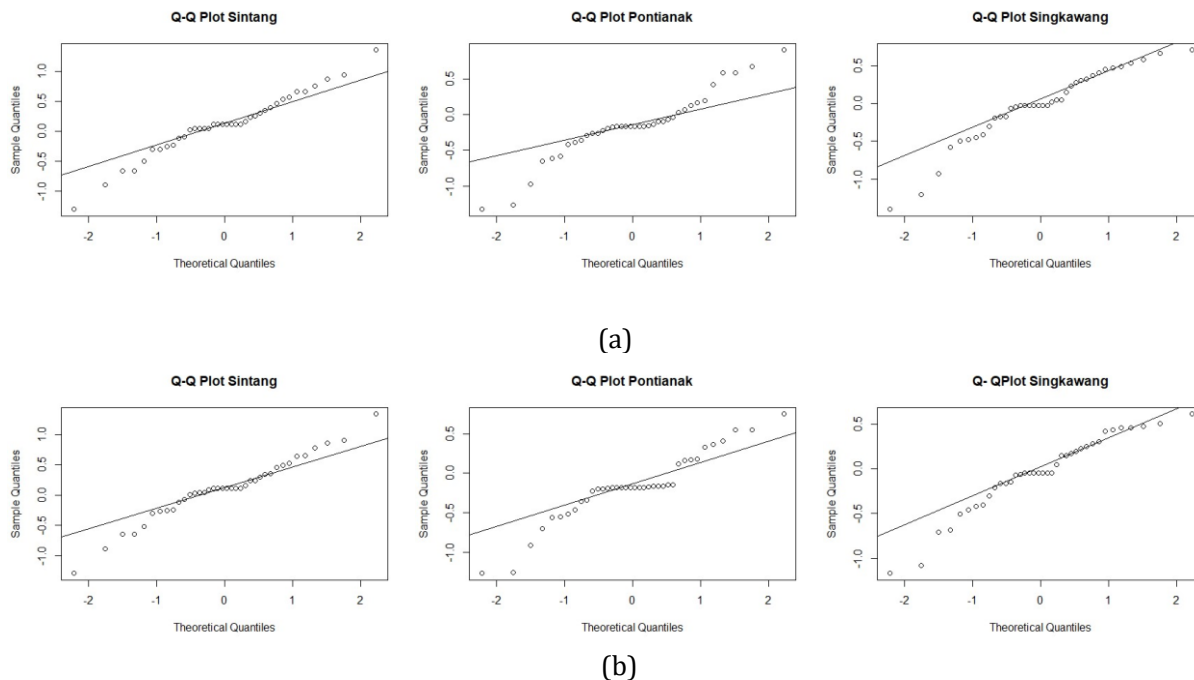
$$\begin{bmatrix} Z_{1,t} \\ Z_{2,t} \\ Z_{3,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,252 & 0 & 0 \\ 0 & -0,225 & 0 \\ 0 & 0 & -0,270 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1,t} \\ Z_{2,t} \\ Z_{3,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,036 & 0 & 0 \\ 0 & 0,063 & 0 \\ 0 & 0 & 0,258 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1,t} \\ Z_{2,t} \\ Z_{3,t} \end{bmatrix}$$

b) Invers Jarak (W_I)

$$\begin{bmatrix} Z_{1,t} \\ Z_{2,t} \\ Z_{3,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,249 & 0 & 0 \\ 0 & -0,188 & 0 \\ 0 & 0 & -0,258 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1,t} \\ Z_{2,t} \\ Z_{3,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,254 & 0 & 0 \\ 0 & 0,016 & 0 \\ 0 & 0 & 0,241 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0,428 & 0,571 \\ 0,679 & 0 & 0,320 \\ 0,738 & 0,261 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1,t} \\ Z_{2,t} \\ Z_{3,t} \end{bmatrix}$$

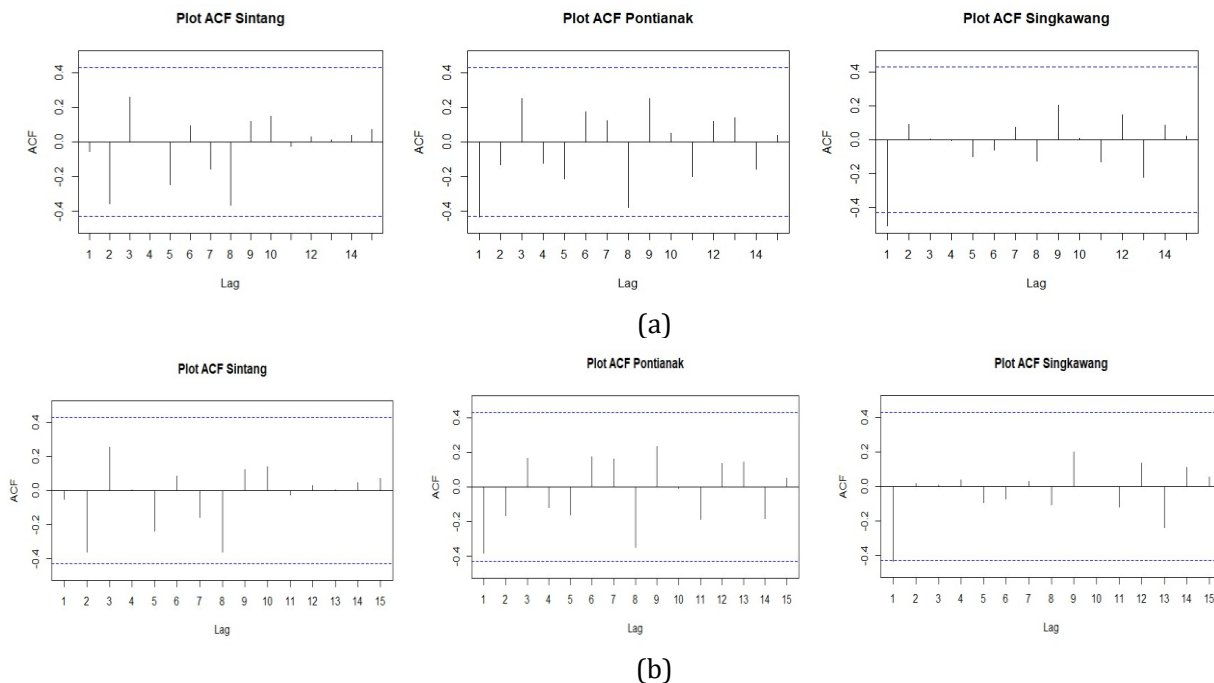
3.5 Uji Diagnostik Model GSTAR

Selanjutnya dilakukan uji residual model atau uji diagnostik dari residual model. Uji diagnostik yang dilakukan adalah uji normalitas residual dan uji kebebasan residual. Uji normalitas residual dilakukan berdasarkan *Normal Q-Q Plot* dan uji kebebasan residual dilakukan dengan melihat plot ACF residual. Berikut merupakan hasil uji normalitas residual untuk masing-masing lokasi pada setiap matriks bobot (seragam dan invers jarak) yang ditunjukkan pada Gambar 3.



Gambar 3. Q-Q plot untuk (a) bobot seragam dan (b) bobot invers jarak

Berdasarkan Gambar 3, kedua model GSTAR(1;1) dengan dua bobot berbeda menunjukkan bahwa residual model GSTAR(1;1) tersebar di sekitar garis regresi. Akibatnya, dapat ditarik kesimpulan bahwa model GSTAR(1;1) memenuhi asumsi normalitas residual.



Gambar 4. Plot ACF untuk (a) bobot seragam dan (b) bobot invers jarak

Berdasarkan Gambar 4, kedua model GSTAR(1;1) dengan dua bobot berbeda menunjukkan bahwa residual model GSTAR(1;1) berada dalam batas signifikan. Akibatnya, dapat ditarik kesimpulan bahwa model GSTAR(1;1) memenuhi asumsi kebebasan residual. Dengan demikian, model GSTAR(1;1) dengan bobot seragam dan invers jarak sudah memenuhi asumsi *white noise* untuk residual.

3.5 Pemilihan Model Terbaik

Model peramalan terbaik dipilih berdasarkan nilai RMSE, MAPE dan AIC terkecil. Hasil perhitungan RMSE dan MAPE model GSTAR dengan pembobot invers jarak dan bobot seragam dapat dilihat pada Tabel 7.

Tabel 7. Nilai RMSE dan MAPE

Pembobot Lokasi	RMSE	MAPE	AIC
Seragam	2,734	3,83	556,860
Invers jarak	2,273	3,84	567,273

Tabel 7 menunjukkan bahwa model GSTAR dengan pembobot seragam lebih baik digunakan karena memiliki nilai RMSE, MAPE, dan AIC yang lebih kecil. Sehingga persamaan model peramalan GSTAR(1;1) yang dapat digunakan untuk meramalkan data IHK sebagai berikut (berdasarkan Tabel 6):

1. Sintang :

$$Z_{1,t} = -0,252Z_{1,t-1} + 0,018Z_{2,t-1} + 0,128Z_{3,t-1}$$

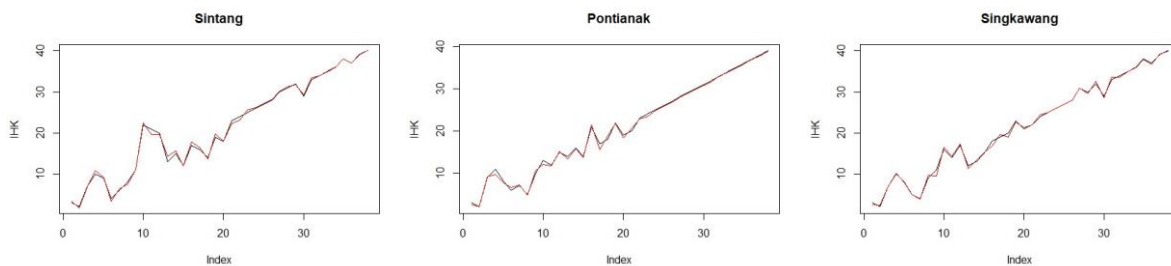
2. Pontianak :

$$Z_{2,t} = 0,031Z_{1,t-1} - 0,225Z_{2,t-1} - 0,0315Z_{3,t-1}$$

3. Singkawang :

$$Z_{3,t} = 0,129Z_{1,t-1} + 0,129Z_{2,t-1} - 0,270Z_{3,t-1}$$

Selanjutnya Gambar 5 menunjukkan plot data observasi dan hasil estimasi menggunakan model GSTAR(1;1) dengan bobot seragam.



Gambar 5. Plot Data Observasi dan Hasil Estimasi menggunakan Model GSTAR(1;1) dengan Bobot Seragam

Pada Gambar 5 terlihat bahwa data hasil estimasi mengikuti pola data observasi. Garis berwarna hitam menunjukkan data observasi, sedangkan garis berwarna merah menunjukkan data hasil estimasi. Selanjutnya, Tabel 8 menunjukkan hasil peramalan data IHK tiga lokasi di Provinsi Kalimantan Barat menggunakan model terbaik, GSTAR (1;1) dengan bobot seragam:

Tabel 8. Hasil Ramalan Data IHK tiga Kota di Provinsi Kalimantan Barat.

Tahun	Bulan	Sintang	Pontianak	Singkawang
2023	Mei	122,68	115,21	114,30
	Juni	122,91	115,30	114,63
	Juli	123,05	115,87	114,75

Berdasarkan hasil peramalan yang diperoleh data Indeks Harga Konsumen tiap lokasi relatif meningkat

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dapat disimpulkan . Untuk menganalisis data model GSTAR dilakukan mulai dari menginput data, membuat plot data untuk menguji kestasioneran data, menaksir parameter, dan melakukan uji diagnostik, serta peramalan. Penelitian ini membandingkan dua jenis matriks bobot yaitu matriks seragam dan invers jarak. Matriks bobot yang menghasilkan model GSTAR(1;1) terbaik adalah bobot seragam. Hal ini berarti setiap lokasi diasumsikan memiliki kedekatan (keterkaitan) yang sama, dalam hal ini untuk kasus Indeks Harga Konsumen di Kalimantan Barat. Pemilihan model terbaik tersebut didasarkan pada nilai RMSE, MAPE, dan AIC terkecil. Model GSTAR(1;1) dengan bobot seragam menunjukkan nilai MAPE sebesar 3,83%, yang artinya model ini sangat baik digunakan untuk peramalan. Selanjutnya peramalan dilakukan selama tiga bulan ke depan. Hasilnya diperoleh bahwa data IHK tiap lokasi relatif meningkat setiap

bulannya.

Referensi

- [1] Borovkova, S.A., Lopuhaa, H.P., & Ruchjana, B.N. (2008). Consistency and Asymptotic Normality of Least Square Estimators in Generalized STAR Models, *Journal compilation Statistica Neerlandica*, 482-500.
- [2] Ardianto, M. P. (2014). Pemodelan Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) pada Tiga Periode Waktu (Studi Kasus Inflasi di Lima Kota Besar di Pulau Jawa). *Jurnal Mahasiswa Statistik*. 2(4), 265-268. [BMKG Semarang].
- [3] Badan Pusat Statistik (BPS) Kalimantan Barat. 2021. Indeks Harga Konsumen. Retrieved May 5, 2023, from: bps.go.id.
- [4] Huda, N. M., & Imro'ah, N. (2023). Determination of the best weight matrix for the Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) model in the Covid-19 case on Java Island, Indonesia. *Spatial Statistics*, 54, 100734.
- [5] Mukhaiyar, U., Huda, N.M., Sari, R.K.N., & Pasaribu, U.S., (2019). Modeling dengue fever cases by using GSTAR(1;1) model with outlier factor. *Journal of Physics: Conferences Series*, 1366, 012122.
- [6] Wutsqa, D. U., Suhartono, & Sutijo, B. (2010). *Generalized Space Time Autoregressive Modelling. Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications (ICMSA 2010)*. Universiti Tuanku Abdul Rahman. Kuala Lumpur, Malaysia.
- [7] Yundari, Pasaribu, U. S., Mukhaiyar, U., & Heriawan, M. N. (2018). Spatial Weight Determination of GSTAR(1;1) Model by Using Kernel Function, *Journal of Physics: Conferences Series*, 1028, 012223.
- [8] Huda, N.M., (2019). *Analysis of Generalized Space Time Autoregressive with Exogenous Variable (GSTARX) Model with Outlier Factor (Master's Thesis)*. Institut Teknologi Bandung.
- [9] Pasaribu, U.S., Mukhaiyar, U., Huda, N.M., Sari, K.N., & Indratno, S.W. (2021). *Modelling COVID-19 growth cases of provinces in java Island by modified spatial weight matrix GSTAR through railroad passenger's mobility*. Institut Teknologi Bandung.
- [10] Gujarati, D. (2006). *Ekonometrika Dasar*. Jakarta. Erlangga
- [11] Tauryawati, M. L. & Irawan, M. I. (2014). Perbandingan Metode Fuzzy Time Series Cheng dan Metode Box-Jenkins untuk Memprediksi IHSG. *Jurnal Sains dan Seni ITS*. 3(2), A34-A39.